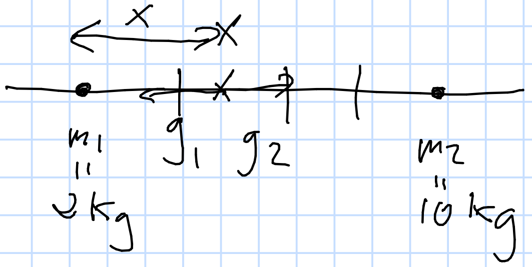
1.



El punto que buscamos es aquel en el que $\vec{g} = \vec{g_1} + \vec{g_2} = 0$

$$\vec{g_1} = -\vec{g_2}$$

$\vec{g_1}$ y g_2 deben ser opuestos, debe estar en la zona entre las masas.

$$|\vec{g_1}| = |\vec{g_2}|$$

$$\cancel{G}\frac{M_1}{x^2} = \cancel{G}\frac{M_2}{(4-x)^2} \; ; \; \frac{2}{x^2} = \frac{10}{(4-x)^2}$$

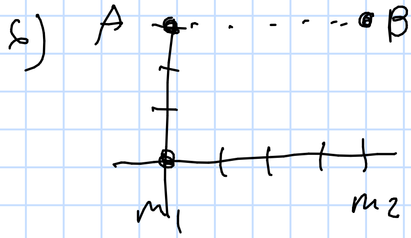
$$\frac{4-x}{x} = \sqrt{5}$$

$$4 - x = \sqrt{5}x$$

$$x = \frac{4}{1+\sqrt{5}} = 1{,}24\,m$$

el punto es el $(1{,}24, 0)$

b)



$$W_{AB} = m(V_A - V_B)$$

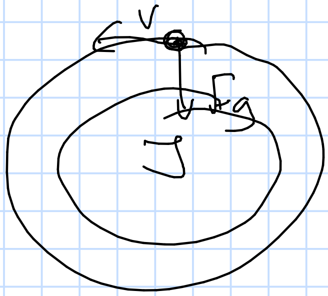
$$V_A = V_{1A} + V_{2A} = -G\frac{m_1}{r_1} - G\frac{m_2}{r_2} =$$

$$= -G\frac{2}{3} - G\frac{10}{5} = -2{,}66G\ \frac{J}{kg}$$

$$V_B = V_{1B} + V_{2B} = -G\frac{m_1}{r_1'} - G\frac{m_2}{r_2'} = -G\frac{2}{5} - G\frac{10}{3} = -3{,}73G\ \frac{J}{kg}$$

$$W = 5(-2{,}66G + 3{,}73G) = \boxed{3{,}36 \cdot 10^{-10}\ \frac{J}{kg}}$$

2.-



Para hallar la E_m necesitamos el r (para la E_p) y para ello debemos usar la 3.ª ley de Kepler que relaciona T con r

$m = 3500$ kg

$T = 36\,h \cdot \frac{3600\,s}{1\,h} = 1{,}296 \cdot 10^5$ s

$F_g = m a_n$ (2.ª ley de Newton para el MCU)

$$G\frac{M_J \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \qquad v^2 = G\frac{M_J}{r}, \text{ pero } v = \frac{2\pi r}{T} \text{ (MCU)}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = G\frac{M_J}{r} \qquad T^2 = \frac{4\pi^2}{G M_J} r^3$$

$$\text{o} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{G M_J}{4\pi^2} T^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}68 \cdot 10^{26}}{4\pi^2} \cdot (1{,}296 \cdot 10^5)^2} = 2{,}526 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 12{,}2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

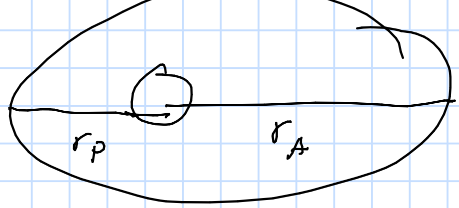
$$E_m = E_c + E_p \qquad E_c = \frac{1}{2} m v^2 = 2{,}62 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$E_p = -G\frac{M_J m}{r} = -5{,}25 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

$$\boxed{E_m = -2{,}62 \cdot 10^{11} \text{ J}}$$

c) la energía que le debemos comunicar es justo esa, pero con signo +. Entonces tendrá $E_m = 0$ y podrá llegar a alejarse ∞, porque cuando llegue a ∞, $E_m = 0 = -G\frac{M_J m}{\infty} + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \boxed{v = 0}$

3.-



$r_a = 1,52 \cdot 10^{11}$ m

$r_p = 1,47 \cdot 10^{11}$ m

a) $W_{F_g} = -\Delta E_p = E_p(\text{afelio}) - E_p(\text{perihelio}) =$

$$= -G\frac{M_S M_T}{r_a} + G\frac{M_S M_T}{r_p} =$$

$$= G M_S M_T \left(\frac{1}{r_p} - \frac{1}{r_a}\right) =$$

$$= 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,99 \cdot 10^{30} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot \left(\frac{1}{1,47 \cdot 10^{11}} - \frac{1}{1,52 \cdot 10^{11}}\right) =$$

$$\boxed{= 1,776 \cdot 10^{32}\ \text{J}}$$

b) la mayor velocidad será en el perihelio, ya que como $|\vec{L}| = \text{cte}$ $(\vec{M} = 0)$, $r_a M_T v_A = r_p M_T v_p$

en el perihelio: $E_m = -2,65 \cdot 10^{33}$ J $= E_c + E_p$

$$-2,65 \cdot 10^{+33} = -G\frac{M_S M_T}{r_p} + \frac{1}{2} M_T v_p^2$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2 \times \left(G\frac{M_S M_T}{r_p} - 2,65 \cdot 10^{+33}\right)}{M_T}} = \boxed{3,03 \cdot 10^4\ \text{m/s} \simeq 30\ \frac{\text{Km}}{\text{s}}}$$

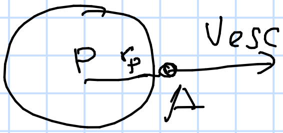
c) son constantes:

- Em, ya que la $F_{\text{gravitatoria}}$ es central y por tanto conservativa
- $|\vec{L}| = \text{cte}$ (y $\vec{L} = \text{cte}$), ya que al ser central la Fgrav, $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$ (son $\uparrow\downarrow$) y por tanto, como $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{cte}$.

No son constantes:

- La Ep, ya que depende de r, y la Ec, ya que si $E_c + E_p = \text{cte}$ y $E_p \neq \text{cte}$ $E_c \neq \text{cte}$.

4.-

a) 

Es la mínima velocidad que debemos dar a un cuerpo sometido al campo gravitatorio de otro para que escape de él y no vuelva.

Para ello, debe alejarse mucho ($F_g = 0$ en $r = \infty$) y llegar allí con la menor velocidad posible (0) para que v_{esc} sea mínima. Como la F_g es conservativa

$$E_m(A) = E_m(\infty) = -G\frac{M_p \cancel{m}}{\cancel{\infty}} + \cancel{\frac{1}{2} m 0^2}$$

$$-G\frac{M_p m}{R_p} + \frac{1}{2} m v_{esc}^2 = 0 \qquad \boxed{v_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_p}{R_p}}}$$

b) $v_{escT} = \sqrt{\dfrac{2GM_T}{R_T}}$

a) $v_{esc\,p} = \boxed{6\, v_{escT} = \sqrt{\dfrac{2GM_p}{R_p}}} \Rightarrow$

$$6 \cdot \sqrt{\frac{\cancel{2}\cancel{G}\cancel{M_T}}{R_T}} = \sqrt{\frac{\cancel{2}\cancel{G}\, 360 \cancel{M_T}}{R_p}}$$

$$\frac{36}{R_T} = \frac{360}{R_p} \qquad \boxed{\frac{R_p}{R_T} = \frac{360}{36} = 10}$$

b) $g_p = G\dfrac{M_p}{R_p^2} = G\dfrac{360 M_T}{(10 R_T)^2} = \dfrac{360}{100} G \dfrac{M_T}{R_T^2} = \dfrac{360}{100} g_T$

$$\boxed{\frac{g_p}{g_T} = \frac{360}{100} = 3{,}6}$$