LAS ONDAS. EL MOVIMIENTO ONDULATORIO (tema 2 de Editex)

1 MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (M.A.S.). Repaso.

1.1 Movimientos periódicos.

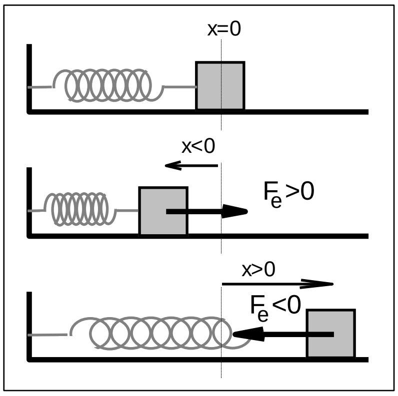
Se denominan **movimiento periódicos** a aquellos que pasan por la misma posición a intervalos regulares de tiempo, o, dicho de otra forma, ocupan posiciones iguales en tiempos iguales. Ejemplos: *MCU, muelle, péndulo.*
los 2 últimos ejemplos son del tipo **oscilante o vibratorio**[1], ya que tienen lugar hacia uno y otro lado de una posición de equilibrio. El MCU no tiene una posición de equilibrio.
En los movimientos periódicos hay una serie de magnitudes que se pueden definir:

- **Período** de un movimiento periódico, **T**: es el tiempo empleado en repetir el movimiento. En el caso del MCU es el tiempo que tarda en dar una vuelta, en el caso del péndulo o muelle es el tiempo que tarda en hacer una oscilación completa, desde que la dejamos caer hasta que vuelve a la misma posición (o un vaivén). Su unidad en el SI será el segundo, s.
- **Frecuencia**, designada por f o por ν (la letra griega *nu*), es el número de repeticiones que realiza el movimiento periódico es un segundo. En el caso del m.c.u. será el número de vueltas que da en 1 s.
  Entre ambas magnitudes existe una relación muy sencilla. Si en T s realiza una repetición, en 1 s realizará 1/T repeticiones y eso será la frecuencia, es decir:
  $$f = \upsilon = \frac{1}{T}$$
  La unidad de frecuencia en el SI es el s^{-1}, conocida como **Hertzio, Hercio o Hertz**, en honor al físico alemán Hertz (1857-1894), estudioso de las ondas electromagnéticas. Su abreviatura es Hz (recuerda que las unidades en honor a alguna personalidad se escriben empezando por mayúsculas).

1.2 Ley de Hooke

Un cuerpo elástico es aquel que se deforma, alargándose o encogiéndose al aplicarle una fuerza, pero que recupera su forma original cuando dejamos de aplicarla. El mejor ejemplo es un muelle.
Cuando suspendemos un muelle su longitud natural será l_0 .Si colgamos distintos pesos el muelle se alarga hasta distintas longitudes l. El alargamiento será $l-l_0$=**Δl**. Si representamos la fuerza recuperadora del muelle, F (igual en módulo al peso, aunque su sentido es hacia arriba) en el eje Y y el alargamiento, Δl, en el eje X, obtendremos una línea recta que pasa por el origen. Eso nos indica que ambas magnitudes son proporcionales. Es decir, la fuerza elástica, que trata de recuperar la forma original del muelle, es proporcional al alargamiento:

$$F = k(l - l_0) = k\Delta l$$



Donde **k** es una constante llamada constante de fuerza (o constante elástica) del resorte. Las unidades de **k** son N/m en el SI. Un resorte blando de un juguete puede tener una constante elástica tan pequeña como 1 N/m; para los resortes mucho más rígidos de la suspensión de un automóvil, k es del orden de 10^5 N/m. La observación de que el alargamiento (no excesivo) es proporcional a la fuerza fue hecha por Robert Hooke en 1678 y se conoce como **ley de Hooke**.
Podemos dibujar el muelle horizontal y para simplificar el uso de la ecuación anterior se suele tomar como origen de medidas la longitud l_0 y se denomina x al alargamiento, a Δl, por lo que la ley de Hooke queda como:

$$F = kx$$

Si queremos escribirla en forma vectorial debemos añadir un signo menos, que indica que cuando el muelle se alarga (x>0) la fuerza va en sentido negativo y cuando se comprime (x<0) la fuerza va en sentido de expandir el muelle, positivo. (Observa que la fuerza que describimos es la que hace el cuerpo elástico, no la que hacemos nosotros para estirarlo/comprimirlo, que sería la contraria)

$$\vec{F} = -kx\vec{\imath}$$

1.3 Movimiento armónico simple (M.A.S.)

El movimiento armónico simple es el que tiene un objeto cuya aceleración es proporcional al desplazamiento, pero de sentido opuesto. a= – cte·x

Si disponemos un muelle de masa despreciable sobre una superficie horizontal sin rozamiento, le enganchamos un cuerpo de masa m sin rozamiento con la superficie y lo estiramos una cantidad x, la fuerza resultante será la fuerza elástica, –kx, ya que en el otro eje peso y normal se anulan, es decir, $\sum F_x = -kx = ma$, de donde:

[1] *También es un movimiento vibratorio el de los átomos o iones que forman parte de una red cristalina. A simple vista este movimiento es inapreciable, pero una mayor temperatura del sólido provoca una vibración de mayor amplitud; si la temperatura se eleva suficientemente la amplitud de la vibración puede ser tal que las partículas acaben por desunirse, provocándose así la fusión del sólido.*

$$-\boldsymbol{kx} = \boldsymbol{ma}\ ;\ \boldsymbol{a} = -\frac{\boldsymbol{k}}{\boldsymbol{m}}\boldsymbol{x} \quad \textbf{[ec. 1]}$$

La aceleración es variable: nula en la posición de equilibrio, positiva en posiciones negativas (x<0) y viceversa.
Si recordamos que la aceleración es la derivada de la velocidad y ésta a su vez de la posición, podemos escribir:

$$a = -\frac{k}{m}x;\ \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}x$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \ \textbf{[ec. 2]}$$

Es decir, debemos encontrar una función[2], del tipo x=x(t), que debe cumplir que su derivada segunda sea la propia función por una constante negativa. Esta propiedad la cumplen (entre otras) las funciones seno y coseno, por lo que la solución puede expresarse en relación con una u otra.
Podemos proponer como solución una función que contenga un seno o coseno con el tiempo, adornada con todas las constantes que se nos ocurran. Lo más general puede ser del tipo siguiente:

$x(t)=A\,sen(\omega t+\varphi_0)$ o bien $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_1)$

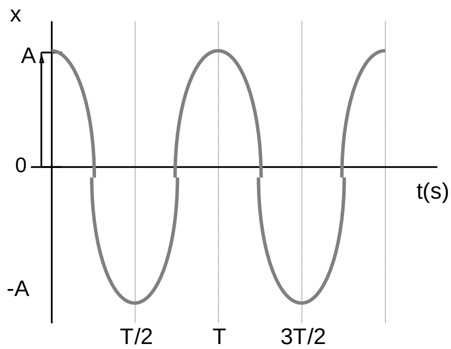
en la que A, ω y φ_0 o φ_1 son constantes arbitrarias, para dar generalidad a nuestra solución, cuyo significado físico determinaremos posteriormente.
Si probamos a derivar esta expresión 2 veces obtendremos:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = x" = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

Si comparamos esta expresión con la de partida, ecuación 2, veremos que coinciden si asignamos a ω^2 el valor $\frac{k}{m}$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.
En esta expresión las variables y constantes tienen el siguiente significado:

- **x:** elongación o alargamiento del muelle. Es variable, representa la posición con respecto al punto de equilibrio (donde x=0).
- **t:** tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento.
- **A:** amplitud. Es una constante y representa el valor máximo de x, o sea la máxima separación de la posición de equilibrio.
- La función seno es <u>periódica</u>, cada 2π se repite, y por tanto, el **MAS también será periódico**. Eso nos permitirá calcular el período y la frecuencia. A un tiempo T, $x(t)=A sen(\omega t+\varphi_0)$, y cuando el tiempo sea t+T, x será el mismo $x(t)=A sen(\omega t+\omega T+\varphi_0)$. Los argumentos de las 2 funciones seno deben diferir en 2π, por lo que ωT=2π y $\boldsymbol{T} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ y $\boldsymbol{f} = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$



- **Frecuencia angular o pulsación, ω:** Por lo anterior vemos que ω=2πf, de ahí su nombre. Se mide en Hz, al igual que f.
- **$\varphi=\omega t+\varphi_0$:** fase. Variable (obviamente depende de t). **Se mide en <u>*radianes (en el S.I.)*</u>** puesto que es el argumento de un ángulo.
- **φ_0**: Fase inicial o constante de fase. Tiene relación con la posición inicial del sistema.

1.4 Fase, fase inicial, desfase, uso de coseno ó seno.

Se llama **fase** a todo el argumento de la función trigonométrica, seno o coseno. Por ejemplo, en $x(t)=A sen(\omega t+\varphi_0)$ la fase es $\omega t+\varphi_0$, y se mide en radianes en el SI. **Fase inicial** es el valor de fase para condiciones iniciales; en movimiento oscilatorio la situación inicial es t=0, y $\omega t+\varphi_0$ pasa a ser φ_0. La fase inicial es la que determina la elongación cuando t=0 y también determinará la velocidad y la aceleración en t=0.

Nosotros usaremos preferentemente el seno por seguir el texto, pero se puede usar igual el coseno. Para determinar la ecuación de la elongación del movimiento también se puede utilizar la función coseno. Para ello, basta tener en cuenta las relaciones entre ángulos complementarios y opuestos: **cos(α)=sen(α+π/2) ; sen(α)=cos(α–π/2)**

$$\boldsymbol{x(t) = Asen(\omega t + \varphi_0) = Acos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right)}$$

Ejemplos rápidos de cálculos de la fase inicial:

- *Si a t=0, x(0)=0 y v(0)>0, entonces $A sen\phi_0=0 \rightarrow \phi_0=0$ y π; Pero $v(0)= A\omega\cos\phi_0>0$; Sólo vale **$\phi_0=0$.***
- *Si a t=0, x(0)=A (v(0)=0 obligado), entonces $A sen\phi_0=A$; **$\phi_0=\pi/2$** (y $v(0)= A\omega\cos\phi_0=0$, como debe ser).*
- *Si a t=0, x(0)=–A/2 y v(0)<0, entonces $A sen\phi_0=–A/2$; ϕ_0 puede ser 7π/6 o 11π/6; Para que $v(0)= A\omega\cos\phi_0$ sea<0 la única solución es **$\phi_0=7\pi/6$.***

---

[2] *Generalmente en matemáticas las funciones se llaman y(x), pero en nuestro caso la variable independiente será el tiempo t y la dependiente la posición, sea en el eje x o y*

1.5 MCU (Movimiento Circular Uniforme)

- Es uniforme porque su aceleración tangencial es a_t=0, por lo que no varía el módulo de $\vec{v}$, $|\vec{v}|$=v=cte.
- Al cambiar continuamente su trayectoria, tiene aceleración normal, a_n, que será constante al serlo el módulo de la velocidad y el radio
- $a_n = \frac{v^2}{r}$ $(dirigida\ al\ centro\ de\ giro)$
- Para estudiarlo se introducen las magnitudes angulares, la denominada velocidad angular media ω, que se define como la variación del ángulo central recorrido por el móvil Δθ=θ – θ_0 en un intervalo de tiempo Δt=t-t_0.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_o}{t - t_0}; si\ t_0 = 0\ \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_o}{t}\ ;\ \boldsymbol{\theta = \theta_0 + \omega t}$$

Ecuación que describe como varía el ángulo θ con el tiempo en el MCU

- Según la definición que hemos dado antes, el MCU recorre una circunferencia, es decir, 2π radianes, en un período, T segundos, por lo que también podemos escribir la ecuación anterior como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\ ; T = \frac{2\pi}{\omega}$$

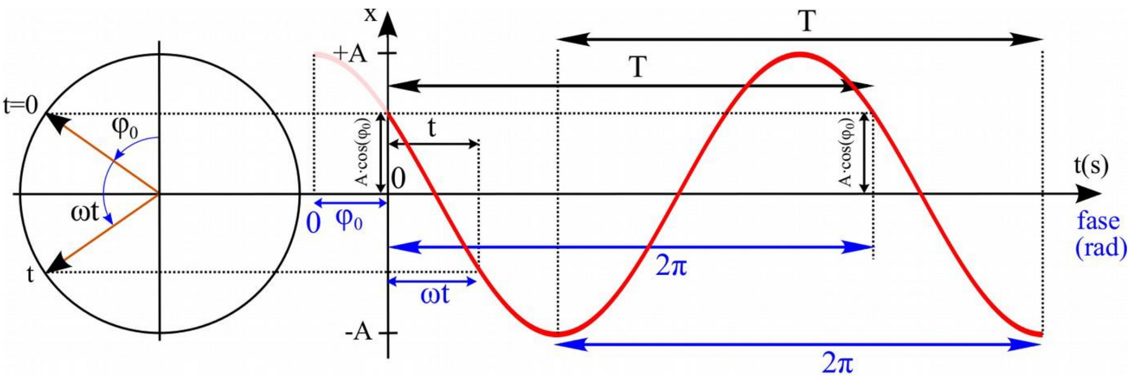
- La frecuencia del MCU será:

$$f = \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

Como se puede ver, f y ω son magnitudes proporcionales.

1.6 Relación del MAS con el MCU.

Si tenemos **un MCU de radio A**, **velocidad angular ω y ángulo inicial sobre el eje x φ_0,** el ángulo que irá formando con dicho eje según pasa el tiempo será φ=ωt+φ_0. Si estudiamos su proyección sobre el eje Y sería Asenφ=Asen(ωt+φ_0), ecuación del MAS. Podemos ver un MAS como la proyección de un circular sobre los ejes cartesianos. Por eso elegimos ω y φ_0 como símbolos para representar a las constantes del MAS. Aunque usemos el mismo símbolo, la ω del MAS es la frecuencia angular (no la velocidad angular) y φ_0 la fase inicial.



1.7 Trabajo y Energía potencial del M.A.S.

La fuerza elástica siempre apunta hacia la posición de equilibrio. Es, por tanto, una **fuerza central, y como todas ellas, será conservativa**, y tendrá, como consecuencia, una energía potencial asociada tal que:

$$W_{F.elástica} = E_p(A) - E_P(B)$$

Para calcular la fórmula de la energía potencial elástica debemos calcular el trabajo que realiza esa fuerza cuando un muelle pasa de una posición x_1 hasta x_2. Debemos halla la integral:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} -kxdx = -k\frac{x^2}{2}\Big]_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Comparando con la definición anterior de la energía potencial, podemos escribir la ecuación para la energía potencial elástica como

$$E_{p\ elástica} = \frac{1}{2}kx^2$$

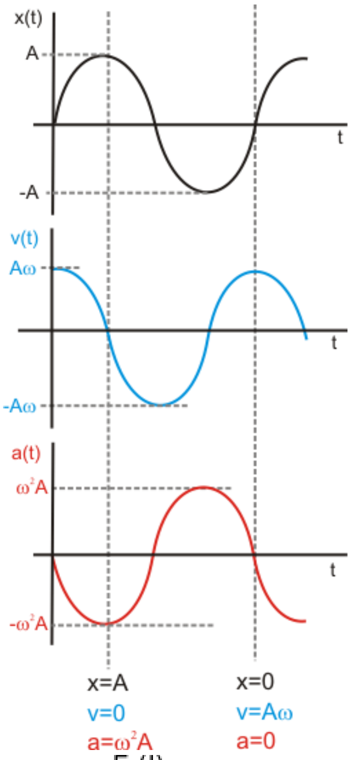
Así no será necesario volver a calcular el trabajo como una integral, sino mediante la expresión W=E_p(A)-E_p(B).

1.8 Estudio cinemático y energético del MAS.

Punto de vista cinemático (aparece el tiempo t):

$$\boldsymbol{x(t) = Asen(\omega t + \varphi_0); v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0)\ ; a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi_0) = -Ax(t)}$$

Vamos a analizar estas ecuaciones. Cuando la velocidad de la partícula es 0 (se para) la única opción que tenemos es que $\cos(\omega t+\varphi_0)=0$, es decir el ángulo $\omega t+\varphi_0$ es 90° o 270°, pero entonces el valor del seno será +1 ó -1. Es decir x=+A ó x=-A. (El oscilador se para en los puntos de máxima extensión o máxima compresión).



Cuando la partícula está en la posición de equilibrio (x=0), entonces $sen(\omega t+\varphi_0)=0$, es decir el ángulo $\omega t+\varphi_0$ es 0° o 180°, luego el valor del coseno será +1 ó -1. Es decir v=+Aω ó v=-Aω (el oscilador tiene velocidad máxima cuando pasa por la posición de equilibrio, en un sentido o en otro).

Punto de vista energético (sin t):

Al ser la fuerza elástica una fuerza conservativa, además de energía potencial, la energía mecánica del sistema se conservará (suponemos que no hay rozamiento). Es decir:

$$E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=constante$$

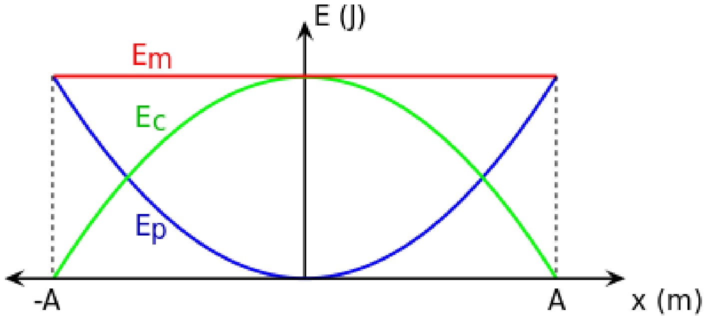
Para hallar el valor de la constante vemos que el cuerpo se para en x=A, o sea, en la máxima elongación A sólo tendrá energía potencia, de valor $\frac{1}{2}kA^2$. Esa será la energía mecánica en ese punto y, como es constante, será la misma durante todo el movimiento. Entonces:

$$E_m=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2; v=\sqrt{\frac{k(A^2-x^2)}{m}}=\omega\sqrt{A^2-x^2}$$

Ecuación que nos da la velocidad del MAS en función de la posición, no del tiempo.

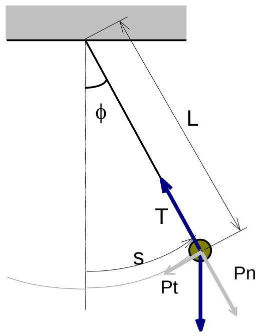
Todo lo anterior se resume en la siguiente tabla y la siguiente gráfica, en la que se puede apreciar que cuando la energía cinética alcanza un máximo, la potencial está en un mínimo y viceversa, mientras que la mecánica permanece constante.

x	v	E potencial	E cinética	E mecánica
+A	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
-A	0	$\frac{1}{2}k(-A)^2=\frac{1}{2}kA^2$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
0	±Aω	0	$\frac{1}{2}m\omega^2A^2=\frac{1}{2}kA^2$	$\frac{1}{2}kA^2$
x	v	$\frac{1}{2}kx^2$	$\frac{1}{2}mv^2$	$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}kx^2$



1.9 Otro sistema oscilante: El péndulo simple. (NO)

Un péndulo simple está constituido por un hilo inextensible, de masa despreciable y una masa puntual m en un extremo. El otro extremo está fijo en un punto y la masa puede moverse en el plano vertical. Cuando el ángulo que se desvía el péndulo de la vertical es pequeño, las oscilaciones se pueden considerar armónicas. Vamos a comprobarlo a partir de las fuerzas que actúan sobre m.



$$F_{tan}=ma_{tan};\ -P_L=m\frac{d|\vec{v}|}{dt};\ -mgsen\phi=m\frac{d^2s}{dt^2}, pero\ s=\phi\cdot L$$

$$-gsen\phi=\frac{Ld^2\phi}{dt^2};\ \frac{d^2\phi}{dt^2}=-\frac{g}{L}sen\phi$$

Si hacemos la aproximación[3] sen ϕ≅ ϕ la expresión queda en $\frac{d^2\phi}{dt^2}=-\frac{g}{L}\phi$ que, en la forma, es la misma que la de un M.A.S.(apartado 1) donde aparece el ángulo Φ en lugar de la distancia x. Por tanto las oscilaciones tendrán una pulsación de valor:

$\omega^2=\frac{g}{L};\ \omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$, con lo cual el período vale $\boldsymbol{T}=\frac{2\pi}{\omega}=\boldsymbol{2\pi}\sqrt{\frac{L}{g}}$

En esta expresión queda patente que cuanto mayor sea la longitud del péndulo mayor será la duración de la oscilación, o sea el periodo. Se puede usar la expresión anterior para, medido L y T, averiguar g.

[3] *Cuando el ángulo ϕ es pequeño (oscilaciones próximas al punto más bajo) el valor de sen ϕ ≅ϕ (es decir el valor del ángulo expresado en radianes prácticamente coincide con el de su seno, esto se puede comprobar numéricamente, por ejemplo si el ángulo es de 10º 10º=0,1745 rad ; sen 0,1745=0,1736 la diferencia es del 0,5 %, para 15º la diferencia todavía es del 1,2%). En estos casos establecer esta equivalencia equivale a cometer errores muy pequeños)*

2 Ondas: Generalidades. Definición y clasificación de ondas.

Se puede intentar dar una definición sencilla de qué es una onda (en este caso mecánica) recurriendo a un juego. ¿Cómo podrías mover un corcho que flota sobre la superficie del agua? La primera idea puede ser lanzarle un objeto que al impactar en el corcho le transmita parte de su energía y cantidad de movimiento. Pero si ponemos la condición de que el juego tiene que hacerse **sin transporte de materia**, sólo se nos ocurrirá golpear la superficie del agua que está cercana a nosotros (lo que llamaremos el **foco** de la onda). Una ola se formará en ese punto y al llegar al corcho hará que este suba y baje y no habremos transportado materia, cada partícula de agua habrá subido y bajado y transmitido mediante choques su energía a las partículas vecinas. Eso sería una onda:

En física, una onda consiste en la propagación de una perturbación de alguna propiedad del espacio, por ejemplo, densidad, presión, campo eléctrico o campo magnético, implicando un transporte de energía y momento lineal sin transporte de materia.

Desde un **punto de vista puramente matemático** se llama onda a cualquier función Ψ que cumple la denominada función de ondas:

$$\frac{d^2\Psi(\mathbf{x},\mathbf{t})}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2\Psi(\mathbf{x},\mathbf{t})}{dt^2}$$

Ejemplos de ondas son:

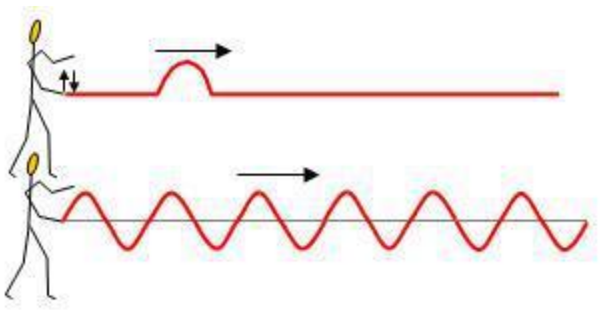
- La que se produce **en una cuerda** sujeta por un extremo cuando la tensamos y agitamos el extremo libre arriba y abajo.
- Se puede hacer lo mismo con un **muelle muy laxo (débil)**, de pequeña constante elástica.
- Las **olas** que se generan en una **cubeta de ondas** (por ejemplo, https://goo.gl/5eaop8 o https://goo.gl/1SceaX)
- El **sonido**, que se produce por la vibración de un objeto, por ejemplo, la cuerda de un instrumento de cuerda, que en su vibrar golpea a las moléculas de aire y hacen que estas choquen con la siguiente capa de aire hasta llegar al odio, donde golpearan a una membrana, el tímpano, que reproducirá la vibración de la cuerda.
- La luz, en la que se transportará un campo eléctrico y otro magnético, como luego veremos.

3 CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS.

Atendiendo al medio de propagación:

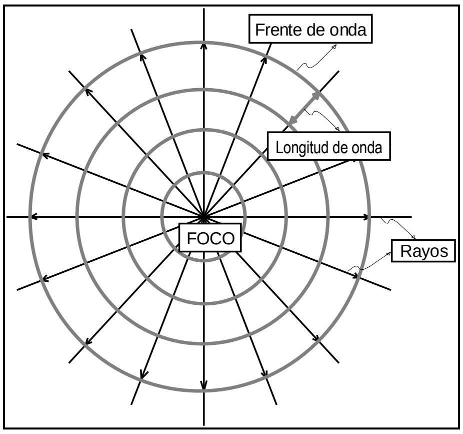
- **Ondas mecánicas:** son aquellas que necesitan un medio material para propagarse, es decir, no se propagan en el vacío. De los ejemplos anteriores son todos menos la luz. Su transmisión se debe a las colisiones entre moléculas de aire (sonido) o a las fuerzas que unen las moléculas de una cuerda.
- **Ondas electromagnéticas:** Existen ondas que pueden propagarse aun en ausencia de medio material, es decir, en el vacío (naturalmente también lo hacen en medios materiales). Son las ondas electromagnéticas o campos electromagnéticos viajeros; a esta segunda categoría pertenecen las ondas luminosas, la luz. Se originan en oscilaciones de cargas eléctricas que se propagan mediante campos eléctricos y magnéticos perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación. (La luz que procede de las estrellas llega hasta nosotros después de atravesar el vacío del espacio interestelar). Durante mucho tiempo se pensó, para evitar admitir que se propagaban en el vacío, en que en el vacío habría un medio, el **éter**, por el que se propagarían estas ondas. Cuando se descubrió que eran campos, desapareció la necesidad del éter.

Atendiendo a la duración de la vibración en el foco las ondas se clasifican en:



- ***Pulsos:*** La perturbación que las origina se da aisladamente y en el caso de que se repita, las perturbaciones sucesivas tienen características diferentes. Ejemplo: Una única sacudida en el extremo de una cuerda atada por su otro extremo.

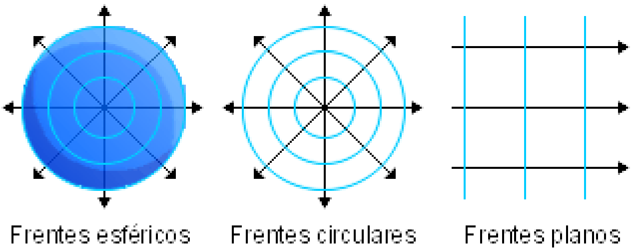
- ***Tren de ondas:*** Si se agita continuamente la cuerda se ponen en movimiento todas las partículas de la misma con lo que se genera un tren de ondas, una onda continua, sin principio ni fin.



Se denomina ***frente de ondas al lugar geométrico de todos los puntos del medio que son afectados por una perturbación en el mismo instante****. Luego veremos otra definición mejor, pero ahora nos servirá para clasificar las ondas. La perturbación avanza perpendicularmente al frente de ondas.* ***Las líneas perpendiculares a los frentes de onda y cuyo sentido es el de la propagación se denominan rayos.***

En relación a como sean sus frentes de onda o rayos se pueden clasificarse en:

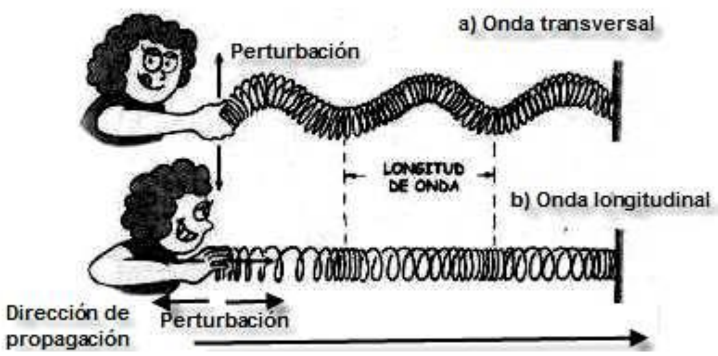
- ***Unidimensionales:*** Son ***aquellas*** que, como las ondas en los muelles o en las cuerdas, se propagan a lo largo de una sola dirección del espacio. Sus frentes de onda son puntos (como las de una cuerda) o líneas paralelas (como las olas producidas golpeando con una regla plana en el agua. En este último caso los rayos son líneas perpendiculares a los frentes). La distancia de un punto al foco será x.
- ***Bidimensionales:*** Se ***propagan*** en cualquiera de las direcciones de un plano de una superficie. Se denominan también ondas superficiales y a este grupo pertenecen las ondas que se producen en la superficie de un lago cuando se deja caer una piedra sobre él. Sus frentes de onda son circulares y los rayos líneas que salen del foco en todas direcciones dentro de un plano.. La distancia de un punto al foco será $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.



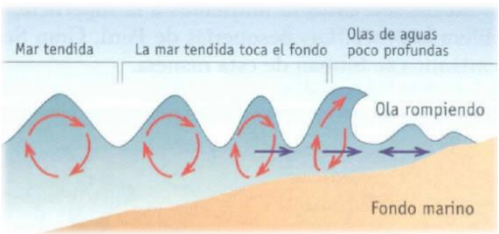
- ***Tridimensionales:*** Se propagan en las tres dimensiones del espacio. El sonido o la luz son ejemplos de estas ondas. Sus frentes de onda son esféricos y los rayos son líneas que salen del foco hacia las 3 direcciones del espacio. La distancia de un punto al foco será $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Según que la dirección de propagación coincida o no con la dirección en la que se produce la perturbación, las ondas pueden ser:

- ***Longitudinales:*** La dirección de propagación de la onda y la de vibración de las partículas es la misma. Si comprimimos unas anillas de un muelle vertical y soltamos, cada anilla vibrará hacia atrás y hacia adelante, golpeando a la siguiente, que hará lo mismo. La onda se propaga hacia adelante, igual que el movimiento de las anillas. El sonido también es una onda longitudinal puesto que las partículas del medio oscilan en la dirección de avance produciéndose compresiones y enrarecimientos.



- ***Transversales:*** La perturbación del medio se lleva a cabo en dirección perpendicular a la de propagación. En las ondas producidas en la superficie del agua las partículas vibran de arriba a abajo y viceversa, mientras que el movimiento ondulatorio progresa en el plano perpendicular. Lo mismo sucede en el caso de una cuerda; cada punto vibra en vertical, pero la perturbación avanza



según la dirección de la línea horizontal. Ambas son ondas transversales. También son transversales las ondas electromagnéticas (luz, microondas, ultravioleta, etc.)[4]

Las olas que se producen en el mar tienen características de ambos tipos, puesto que las partículas realizan movimientos casi circulares (combinación de ondas transversales y longitudinales)

Tipos de ondas	Según el medio de propagación	Mecánicas (Necesitan medio material) Electromagnéticas (Pueden propagarse también en el vacío)
	Según la actividad del foco	Pulso (Perturbación ocasional) Tren de ondas (emisión continua)→ →Armónicas (la perturbación es un M.A.S.)
	Según las dimensiones en que se propagan	Unidimensionales Bidimensionales (planas, circulares...) Tridimensionales (esféricas, cilíndricas...)
	Según la dirección de propagación	Longitudinales Transversales

4 MAGNITUDES CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO

- **Elongación, y**, es la separación de un punto del medio con respecto a la posición central de equilibrio en un instante determinado. Su unidad en el SI es el metro (si es la onda es en una cuerda. Luego veremos otras posibilidades). Usamos y en ondas en vez de la x del MAS porque reservamos la letra x para la distancia del dicho punto al foco.
- **Foco:** lugar donde se origina la onda. En él tomaremos el origen de coordenadas y **por tanto será el punto x=0** o r=0 (en 3D). **En el foco se produce un movimiento armónico simple** que se va propagando de una partícula a otra (en una onda mecánica). Mientras que el foco se mantenga vibrando las diferentes partículas del medio estarán oscilando en torno a sus posiciones de equilibrio, constituyendo en conjunto **una serie de osciladores armónicos cuyas vibraciones están tanto más retrasadas o descompasadas respecto de la del foco, cuanto mayor sea la distancia a él, o lo que es lo mismo, cuanto más tiempo tarde la perturbación en llegar hasta ellos**.

CARACTERÍSTICAS DE UNA ONDA QUE TIENE POR SER UN CONJUNTO DE M.A.S.

- **Período (T) y frecuencia (f o ν, "nu", letra griega) de la onda**: Todos los puntos de la onda ejecutan un M.A.S. con idéntico período y frecuencia que el M.A.S. del foco. Por tanto, el T y la f de la onda será las del M.A.S. de cada uno de sus puntos, que coinciden con los del foco emisor.
  El período T será el tiempo que tarda un punto en completar un ciclo completo de vibración, un vaivén. Su unidad en el SI será el s.
  La frecuencia f es el nº de oscilaciones por unidad de tiempo que realiza cada punto, es el inverso del período y su unidad, en el SI, es el s^{-1}, conocido como Hertzio (abreviatura Hz), en honor al científico alemán H. Hertz, descubridor de las ondas de radio y el efecto fotoeléctrico.
- **Amplitud, A**, la máxima separación de la partícula de la posición central o de equilibrio, su unidad en el SI es el metro.
- **Velocidad de vibración, $v_{vibración}$,** es **la rapidez con la que se mueven las partículas del medio en torno a su posición central**. Esta magnitud sigue una sucesión periódica de valores entre dos valores extremos y se mide en m/s.

CARACTERÍSTICAS QUE SON TÍPICAS DE UNA ONDA (NO EXISTEN EN EL M.A.S.)

- **Longitud de onda:** Cuando vemos una onda en plena propagación, constatamos que hay puntos que se encuentran siempre en el mismo estado de vibración: por ejemplo, alcanzan el máximo (a +A) al mismo tiempo y luego llegan al mínimo (a –A) también al mismo tiempo. Esos puntos se dice que están **en fase**. **La longitud de onda es, pues, la distancia que separa dos puntos consecutivos del medio que se encuentran siempre en el mismo estado de perturbación, es decir, la distancia entre 2 puntos**

[4] Sin entrar en detalle, en un terremoto se producen ondas longitudinales (P o primarias, por compresión) y transversales (S o secundarias, por cizalladura). Las P se propagan en todos los medios, pues todos son compresibles, mientras que las S sólo en sólidos. Eso nos ha permitido conocer el estado líquido del núcleo y las discontinuidades. Más info en https://goo.gl/FVBF5E o https://goo.gl/j1CZXC

consecutivos en fase. La palabra consecutivos es muy importante, pues la distancia entre puntos en fase será nλ. La longitud de onda λ **coincide también con el espacio que recorre la onda durante un intervalo de tiempo igual a un periodo.**

- **Velocidad de propagación, v,** de la onda **es la rapidez con que se desplaza la perturbación por un medio**. Su unidad en el SI es m/s. Esta magnitud depende de las propiedades del medio transmisor y es independiente de las del foco emisor. **Para un medio determinado y un tipo de perturbación es una cantidad constante**. La perturbación recorre una distancia igual a la longitud de onda en un tiempo igual al período, por lo que la relación de estas magnitudes con la velocidad de propagación es $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$

No confundir con la velocidad de vibración, vista antes, que será transversal a la onda y variable. **Esta velocidad va en sentido de la propagación de la onda y es constante**.

IMPORTANTE

*No entraremos en mucho detalle, pues cada tipo de onda es particular, pero **la velocidad a la que se propaga una onda determinada en un medio sólo depende de las características de ese medio**. Si no se cambian esas características del medio, $v = constante = \lambda f$, **por lo que la longitud de onda y la frecuencia no son independientes, sino que están relacionados**: Si aumentamos la frecuencia se acortan las ondas y si disminuimos la frecuencia de creación de ondas éstas se alargan (aumenta su longitud de onda).*

Por ejemplo, la velocidad de propagación de una onda transversal en una cuerda es $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, siendo T la tensión de la cuerda, en N, y μ la densidad lineal de masa (kg/m) de la cuerda. Vemos que a una T y μ fijas la velocidad de la onda será invariable y si queremos que aumente lo haremos aumentando la tensión de la cuerda, por ejemplo, o poniendo una cuerda más ligera.
Otro ejemplo: El sonido se propaga por el aire[5] a una velocidad (a unos 25ºC) de 340 m/s, constante, por lo que la frecuencia y la longitud de onda del sonido tendrán siempre como producto 340 m/s y no podrán variar de manera independiente.

5 La ecuación de una onda armónica.

El movimiento ondulatorio puede expresarse en forma matemática mediante una ecuación que describa un movimiento vibratorio avanzando por un medio. Necesitamos calcular **como vibra cada punto de una onda, su elongación y** (usaremos la letra *y* porque en ondas transversales, como las de una cuerda, equivale a una altura)**,** en función del **tiempo desde que empezó la vibración en el foco, t**, y **la distancia del punto al foco, x**. Buscamos una función que nos determine y en función de t y x, **y(x, t)**.
Para ello partiremos de la ecuación que define la oscilación del foco u origen de la perturbación (donde pondremos el origen de x, es decir, el foco será x=0). Si el foco ejecuta un M.A.S., su ecuación de la elongación será (si suponemos $\varphi_0 = 0$):

$$\boldsymbol{y(0,t) = y(t) = Asen(\omega t)}$$ ***VIBRACIÓN DEL FOCO. UN M.A.S.***

*Al cabo de un tiempo t', esa perturbación que ha comenzado en el foco llegará a un punto x. Como la perturbación avanza a una velocidad v, en recorrer esa distancia x invertirá un tiempo $t' = \frac{x}{v}$. Ese punto comenzará a vibrar igual que el foco, pero ha comenzado más tarde. **Cuando el foco lleve t segundos vibrando, el punto situado a x del foco llevará vibrando el mismo tiempo que el foco, t, menos lo que tardó en llegarle la perturbación, en empezar a vibrar,** $t' = \frac{x}{v}$. Ese punto hará unas MAS de iguales características que el foco, pero su tiempo de vibración será t-t´.*

Su elongación y(x, t) será:

$$\boldsymbol{y(x,t)} = Asen(\omega(t-t')) = \boldsymbol{Asen\left(\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right)}$$ ***VIBRACIÓN DE TODOS LOS PUNTOS. UNA ONDA***

Esta es la ecuación de una onda armónica. Observa que ahora y es función de 2 variables, x y t. No es un M.A.S., es una onda. (llamada así porque está definida por una función armónica, el seno o el coseno). Esta ecuación nos da la elongación y de cualquier punto situado a x del foco a un tiempo t desde que empezó la onda.

---

[5] La velocidad del sonido en un gas es $v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{d_0}}$, siendo γ el coeficiente adiabático del gas (para el aire=1,4), P_0 la presión del gas (para el aire, 1 atm=1,013·10^5 Pa) y d_0 la densidad del aire (que depende de la temperatura. Para el aire a 0º C d_0=1,293 kg/m^3). Con esos datos se obtiene para el v del sonido en el aire a 0ºC el valor de 331 m/s. Ver https://bit.ly/3qyeHv9

Vamos a escribirla de **otras 2 formas más habituales**:
El argumento de la función seno correspondiente puede expresarse también en la forma

$$\boldsymbol{y(x,t)} = Asen\left(\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)\right) = Asen\left(\omega t - \frac{\omega x}{v}\right) = Asen\left(\omega t - \frac{2\pi f}{\lambda f}x\right)$$

Al igual que $\frac{2\pi}{T}$ se denomina ω a la magnitud $\frac{2\pi}{\lambda}$ se la denomina **k, numero de ondas**, que se corresponde con el número de ondas que caben en 2π metros. $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. La ecuación anterior nos quedará:

$$\boxed{\boldsymbol{y(x,t) = Asen(\omega t - kx)}}$$

Que será la ecuación que habitualmente empleemos. Otra forma de expresarla consiste en desarrollar ω y k:

$$y(x,t) = Asen(\omega t - kx) = Asen\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$\boxed{\boldsymbol{y(x,t) = Asen\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)\right]}}$$

Esta última expresión, de gran belleza, demuestra, como veremos luego, que una onda es un fenómeno doblemente periódico, periódica en el tiempo (se repite cada T segundos) y periódica en el espacio (se repite cada λ metros).

La ecuación de onda puede referirse a una perturbación genérica que no consista precisamente en una altura, si se sustituye y por la letra que designe a la magnitud de la perturbación (y puede representar la alteración, con el tiempo, de propiedades físicas tan diversas como una densidad (d), una presión (p), un campo eléctrico (E) o un campo magnético (B), por ejemplo, y su propagación por el espacio).

Para una onda en tres dimensiones cambiaríamos x por $|\vec{r}|$:

$$y(|\vec{r}|,t) = Asen\left(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{|\vec{r}|}{\lambda}\right)\right)$$

Si hubiese **alguna fase inicial $\boldsymbol{\varphi_0}$**, nuestra ecuación de la onda quedará:

$$\boxed{\mathbf{y(x,t)} = \boldsymbol{Asen(\omega t - kx + \varphi_0)}}$$

(Onda propagándose de izquierda a derecha, sentido positivo de x)

Si el sentido de propagación de la onda es el opuesto (hacia la parte negativa de las x) la ecuación sería similar, sólo cambiaría el signo del término **kx**

$$\boxed{\mathbf{y} = \boldsymbol{Asen(\omega t + kx + \varphi_0)}}$$

(onda propagándose de derecha a izquierda, sentido negativo de x)

La **velocidad de propagación** de la onda recibe, a menudo, el nombre de **velocidad de fase**, porque representa la velocidad con que se trasladan estados de vibración idénticos por el medio. Se puede expresar en función de la frecuencia angular de la onda, ω, y del número de ondas, k.

$$\boldsymbol{v} = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{k}\cdot\frac{\omega}{2\pi} = \boldsymbol{\frac{\omega}{k}}$$

La velocidad de propagación o velocidad de fase no se debe confundir con la velocidad de vibración de las partículas, que se obtiene derivando la elongación en la ecuación de onda (si, ya lo he dicho antes, soy muy pesado):

$$v_{vibración} = \frac{\boldsymbol{dy(x,t)}}{\boldsymbol{dt}} = \frac{\boldsymbol{\partial y(x,t)}}{\boldsymbol{\partial x}}$$

(***este último signo es el matemáticamente más correcto e indica*** derivada parcial con respecto al tiempo)

5.1 Periodicidad de una onda. Diferencia de fase.

Las ondas armónicas son doblemente periódicas, con respecto al tiempo y con respecto a la posición.

- **Son periódicas con respecto al tiempo** puesto que, si nos fijamos en una partícula determinada, al cabo de T repite la posición observada. Si a un tiempo t su estado de vibración es:

$$y(x,t) = Asen(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Ese mismo punto, al cabo de un tiempo t'=t+nT, siendo T el período y n un entero cualquiera, se encontrará en:

$$\boldsymbol{y(x,t+nT)} = (\omega t + n\omega T - kx - \varphi_0) = Asen\left(\omega t + \frac{n2\pi T}{T} - kx - \varphi_0\right) = Asen(\omega t - kx - \varphi_0 + n2\pi) = \boldsymbol{y(x,t)}$$

- **Son periódicas con respecto a la posición** puesto que si nos fijamos en un instante determinado (por ejemplo haciendo una fotografía) el estado de la perturbación se repite al cabo de λ metros. Si a un tiempo t un punto se encuentra en un estado de vibración
$$y(x,t) = Asen(\omega t - kx + \varphi_0)$$
A ese mismo tiempo, otros puntos situados a $x' = x + n\lambda$ estarán en el estado de vibración siguiente:
$$\boldsymbol{y(x+n\lambda,t)} = Asen(\omega t - kx - kn\lambda + \varphi_0) = Asen\left(\omega t - kx - \frac{n2\pi\lambda}{\lambda} + \varphi_0\right) = Asen(\omega t - kx + \varphi_0) = \boldsymbol{y(x,t)}$$

DIFERENCIA DE FASE:

El estado de vibración de un punto x a un tiempo t vendrá dada por el argumento de la función trigonométrica, $\boldsymbol{\varphi = \omega t - kx + \varphi_0}$.

A esta magnitud la denominaremos **fase, φ**. La **diferencia de fase** será, como su nombre indica, la diferencia entre 2 fases, y esta puede calcularse de 2 maneras:

- ***Para dos puntos x_1 y x_2 en el mismo instante t. (típica de una onda)***: En este caso la expresión de la diferencia de fase nos quedará:

  $\varphi_1 = \omega t - kx_1 + \varphi_0$
  $\varphi_2 = \omega t - kx_2 + \varphi_0$
  $\boldsymbol{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = -k(x_2 - x_1) = -k\Delta x}$

  El signo no es importante, sólo nos indica que punto tiene la fase mayor. Lo importante es el valor absoluto. La diferencia de fase nos dará un ángulo, en radianes, al que, después de quitarle todas las vueltas necesarias (1 vuelta=2π radianes) para dejarlo en un ángulo entre 0 y 2π, interpretaremos de manera muy sencilla:
    - Si, por ejemplo, obtenemos que Δφ es 0, significa que ambos puntos x_1 y x_2 **tienen la misma fase, diremos que están en fase**. Eso significa que para cualquier tiempo siempre se encontrarán en el mismo estado de vibración. Su movimiento es acompasado siempre. Podemos definir **longitud de onda** como **la distancia entre 2 puntos CONSECUTIVOS en fase** y **frente de ondas** como **el lugar geométrico de los puntos de una onda que están en fase. La distancia entre 2 frentes de onda CONSECUTIVOS será λ**. (y entre 2 frentes de onda cualquiera nλ)
    - Si, por ejemplo, **obtenemos que Δφ es π**, significará que los 2 puntos está en **oposición de fase**, el movimiento de los 2 será tal que cuando uno se encuentre, por ejemplo, en +A, el otro tiene como fase la anterior+π, lo que significa que estará en –A. Si el primer punto está en 0 y va hacia –A el segundo estará en 0 pero irá hacia +A.
- ***Para un mismo punto x, diferencia de fase entre 2 instantes de tiempo, t_1 y t_2 (típica del M.A.S.):*** Si hallamos la diferencia de fase en este caso nos quedara:

  $\varphi_1 = \omega t_1 - kx + \varphi_0$
  $\varphi_2 = \omega t_2 - kx + \varphi_0$
  $\boldsymbol{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega(t_2 - t_1) = \omega\Delta t}$

  Como $\omega = 2\pi/T$, $\Delta\varphi = 2\pi\Delta t/T$. Veamos unos ejemplos para entender su significado físico.
  Para Δt=0, T, 2T, 3T… , la diferencia de fase nos saldrá 0, 2π, 4π, 6π, … valores que son iguales a 0 al reducirlos a la primera circunferencia, entre 0 y 2π radianes (a base de quitarles vueltas, 2π radianes). Si la diferencia entre 2 estados de vibración del mismo punto es 0 significa que su diferencia de tiempos es un múltiplo de período, o sea, que se encuentra en la misma elongación para esos 2 tiempos. Si Δt=T/2 (o 3T/2,5T/2,…), Δφ=π, lo que significa que en ambos tiempos la partícula estaba en oposición de fase (si a un tiempo estaba en +A en el otro tiempo estaría en –A, luego en uno pasaría por el origen hacia –A y en el otro tiempo pasaría por el origen hacia +A).

6 TRANSMISIÓN DE LA ENERGÍA EN UN MOVIMIENTO ONDULATORIO

6.1 Energía y potencia del foco de una onda armónica

La propagación de una onda lleva consigo un flujo o transporte de energía del foco emisor al medio a lo largo de la dirección en la que la onda avanza.

En el foco emisor un M.A.S. produce energía a un ritmo tal que la potencia emitida será igual a:
$$\boldsymbol{P_{emitida}} = \frac{\boldsymbol{\Delta E}}{\boldsymbol{\Delta t}}$$
Se medirá en J/s o W.

La potencia de una onda es la energía producida en su foco por unidad de tiempo. Se mide en vatios (W)

Dado que en un M.A.S. la energía total (suma de la energía cinética y la potencial) coincide con la energía potencial máxima (o con la cinética máxima), para cada partícula del medio alcanzada por la perturbación se cumplirá:

$$E_{mcanica} = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \ \ y\ como\ \omega = 2\pi f, entonces\ E_{mcanica} = \frac{1}{2}m(2\pi f)^2A^2 = 2\pi^2 m f^2 A^2$$

Es decir, la energía que se produce en el foco de una onda, es directamente proporcional al cuadrado de su amplitud **A^2**

6.2 Intensidad de una onda

Definimos la **intensidad de una onda** en un punto, **I**, como **la energía de esa onda que atraviesa la unidad de superficie colocada en dicho punto y que es perpendicular a la dirección de propagación por unidad de tiempo**.

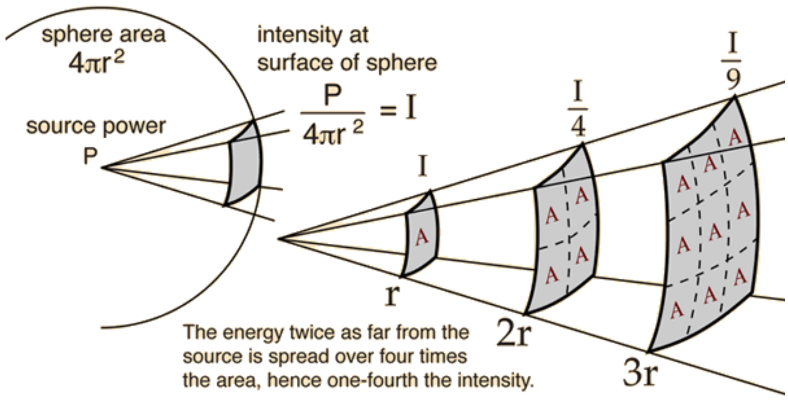
Si suponemos que la onda es esférica (frentes de onda esféricos), la intensidad es la potencia (energía/tiempo) que atraviesa una especie de ventana esférica de 1 m² cuyo centro está situado en el punto.

Su fórmula, según su definición, sería:

$$\boldsymbol{I} = \frac{\Delta E}{\Delta t \cdot \Delta S} = \frac{\boldsymbol{P}}{\Delta \boldsymbol{S}}$$

Su unidad en el S.I. será el **J/m²·s** o **W/m²**.

La intensidad de una onda en un punto, I, al igual que la potencia del foco, es también **proporcional al cuadrado de la amplitud A** de la onda.



6.3 Atenuación de una onda.

Vamos a ver qué ocurre cuando una onda se propaga a través de un medio homogéneo e isótropo (iguales propiedades en todas las direcciones del espacio). El foco produce energía y las partículas que lo rodean, al ponerse a vibrar igual que él, la van propagando de manera continua. A medida que la onda va propagándose, toda esa energía producida en el foco llega al mismo tiempo a todos los puntos de un frente de ondas, que supondremos esférico. Todos los puntos de ese frente se reparten la energía del foco, por lo que, como los frentes cada vez son más grandes (la onda se aleja del foco) la energía con la que vibrará cada punto será menor, pues hay la misma energía para cada vez más osciladores. Es como si la energía se fuese perdiendo, a pesar de suponer que el medio de propagación no se queda con nada. A este fenómeno se le conoce como **atenuación,** e **implicará que cada oscilador, según su lejanía al foco, al tener menos energía, vibrará con un M.A.S. atenuado, con menor A, debido a que cada vez al ser los frentes de onda más grandes y como la energía que reciben es la misma, cada oscilador tiene menos energía**. Veamos como estudiar este fenómeno.

Una vez conocida la intensidad I en un punto, podemos hallar la potencia que atraviesa una determinada superficie S que incluya al punto, mediante la expresión:

P=I·ΔS

Si queremos hallar toda la energía por unidad de tiempo que transporta la onda podemos usar la expresión exterior, usando como valor de S la superficie de la esfera en la que está el punto situado. Esa potencia debe coincidir con la del foco, ya que toda la energía del mismo atraviesa por cada uno de los frentes de onda.

$$P_{emitida} = I \cdot 4\pi r^2$$

Con la expresión anterior podemos comparar las intensidades I_1 e I_2 que pasan por los puntos situados a una distancia del foco r_1 y r_2. La energía por unidad de tiempo que atraviesa ambas esferas debe ser la misma:

$$P_{emitida} = I_1 \cdot 4\pi r_1^2 = I_2 \cdot 4\pi r_2^2;\ I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2;$$

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{I_1}}{\boldsymbol{I_2}} = \frac{\boldsymbol{r_2^2}}{\boldsymbol{r_1^2}}}$$

Vemos que la **intensidad de una onda disminuye con el cuadrado de la distancia**. Así, si a una distancia r vale I_1, a una distancia 2r la intensidad será $I_2=I_1/4$ y a 3r la intensidad será $I_3=I_1/9$, como puede verse en el dibujo anterior. Se ve que la misma potencia que pasa por la 1ª superficie situada en r pasa por 4 superficies como la primera situadas en 2r o 9 superficies iguales a la primera situadas a 3r.

Si imaginamos un altavoz de 100 W a 1 m de distancia nos puede aturdir (intensidad muy grande) pero si estamos a 100 m puede que sólo lo oigamos como un rumor (intensidad muy pequeña).

En cuanto a la amplitud, podemos razonar de la siguiente forma: la intensidad de una onda es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud, **I=constante·A²**. Si comparamos en 2 puntos, las constantes se simplifican y queda:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}$$

Como la intensidad disminuye con el cuadrado de la distancia, podemos unir las 2 expresiones:

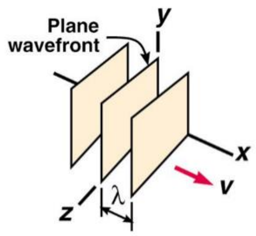
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

Por tanto:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}$$

Es decir, para las ondas esféricas, la amplitud disminuye de manera inversamente proporcional al radio. Es el fenómeno que describíamos al principio y que se conoce como **atenuación**. Aunque el medio no absorba la energía de la onda (La energía se conserva, **el medio es perfectamente elástico**) las partículas del medio vibran cada vez con menor amplitud según se van alejando del foco hasta que la onda desaparece.

En una onda esférica la amplitud es inversamente proporcional a la distancia (disminuye linealmente)



La ecuación de una onda esférica se puede escribir como:

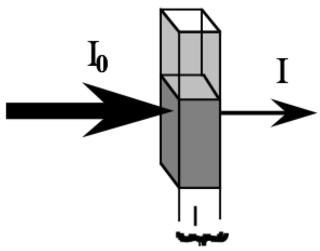
$\boldsymbol{y(x,t) = \frac{A_0}{r} sen(\omega t - kx + \varphi_0)}$ (Siendo A_0 la amplitud con que emite el foco (Ver gráfica inferior). Este fenómeno de la **atenuación no se produce si la onda es plana (unidimensional)**, pues como todos los frentes de ondas tiene igual superficie, la I se mantiene constante.

*Cuando se propaga una onda esférica la transmisión de energía se produce desde un frente hacia otro con una mayor cantidad de partículas (las esferas son cada vez mayores). Por tanto, aunque la energía transmitida se conserva, a medida que el frente se aleja del foco cada partícula oscila con menor energía y la amplitud es menor según se ha deducido antes. A este fenómeno se le denomina **atenuación de la onda**: disminución de su amplitud por razones geométricas, aunque no exista pérdida de energía por rozamiento, sino un reparto entre una mayor cantidad de partículas.*

6.4 Absorción de una onda.

Ningún medio material es perfectamente elástico. Las partículas que lo forman en mayor o menor grado rozan entre sí, de modo que parte de la energía que se transmite de unas a otras se disipa en forma de calor. Esta pérdida de energía mecánica se traduce, al igual que en el caso de las vibraciones, en un amortiguamiento, o sea, en menor amplitud. Sin embargo, en el estudio de las ondas en las condiciones más sencillas prescindiremos de estos efectos del rozamiento. **El fenómeno de pérdida de energía por rozamiento entre partículas se denomina *absorción* y depende del medio en que se propague la onda**.

Hay medios más absorbentes que otros: el sonido de una sala cinematográfica no conviene que se refleje en las paredes para evitar problemas de audición por ecos, esto se evita con materiales absorbentes como moquetas, telas etc.).



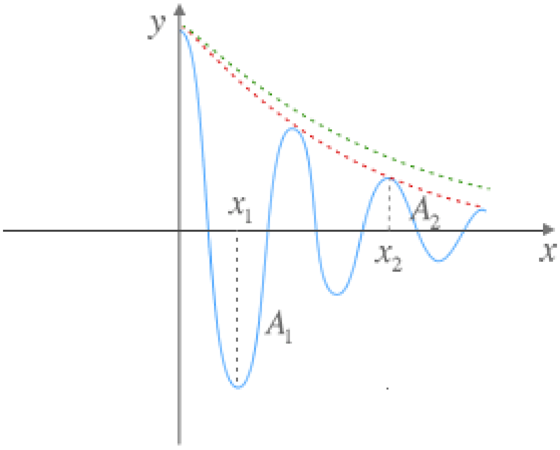
Si suponemos una onda plana que se propaga a lo largo del eje X que cuando llega a una placa absorbente su intensidad es I_0 y al salir de ella su intensidad es I. Podemos plantearnos, de manera sencilla, una relación de proporcionalidad entre el tanto por uno de intensidad perdida y la longitud de la placa x:

$$\frac{I - I_0}{I_0} = \frac{\Delta I}{I_0} = -\beta x \ (\beta = coeficiente\ de\ absorción. Unidad\ m^{-1})$$

El signo menos se escribe para que la expresión pueda ser correcta, pues β será positivo y $\Delta I = I - I_0$ será negativo.

Si pasamos la expresión a diferencial e integramos a lo largo de una superficie total l

$$\int_{I_0}^{I} \frac{dI}{I} = \int_0^l -\beta dx \,; \ln\frac{I}{I_0} = -\beta l; \boldsymbol{I} = \boldsymbol{I_0} \boldsymbol{e^{-\beta l}} \ (ley\ de\ Lambert - Beer\ en\ óptica)$$



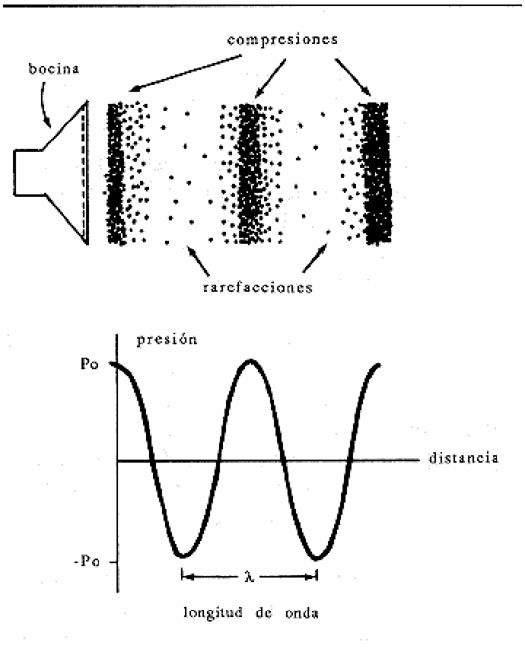
La propagación de una onda, según se ha comentado antes, se realiza en general con rozamiento entre partículas, o sea con disminución de la energía mecánica transmitida.

*A medida que nos alejamos del foco la amplitud de la onda disminuye de forma más pronunciada a lo que predice la atenuación. En la figura aparece representado en **rojo** la línea que une los valores de **elongación máxima real** que alcanza la onda según su distancia al foco. En **verde** se representa el valor teórico que se alcanzaría si atendiéramos exclusivamente a los efectos de la **atenuación**. **La diferencia** entre el valor real y el valor esperado se explica por el fenómeno de **la absorción**. (https://www.fisicalab.com)*

7 EL SONIDO

7.1 Naturaleza del sonido.

Resumen de lo que hemos visto hasta ahora sobre el sonido:



Es una **onda**, concretamente una **onda de presión**, es decir, la magnitud física que varía en cada punto del espacio es la presión. Debemos recordar que la presión, en la teoría cinética, se interpreta como los choques de las partículas con las paredes del recipiente o entre sí. Como vemos en el dibujo lateral, podemos imaginar un modelo simplificado en el que cada partícula choca con la siguiente, transmitiendo su vibración a ésta, y volviendo hacia su posición de equilibrio. En el medio encontraremos, por tanto y en un momento dado, zonas con exceso de presión (compresión, $+p_0$) y zonas de reducción de presión (rarefacción, $-p_0$), cuya distancia será λ/2. (cresta-valle de presión). La onda armónica la podemos representar por: $\boldsymbol{p(x,t)=p_0 \cdot sen(\omega t - kx + \varphi_0)}$

- Es una onda **mecánica**, necesitando, por tanto, un medio de propagación. No se propaga en el vacío. **La velocidad de propagación del sonido es independiente de su frecuencia y depende de las características del medio transmisor**. Se propaga en sólidos, líquidos y gases y lo hace a mayor velocidad en el orden $v_{sólido} > v_{líquido} > v_{gas}$. A modo de ejemplo, en el acero su velocidad es de 5800 m/s, en el agua unos 1500 m/s y en el aire 340 m/s[6]. En el caso de medios gaseosos, como el aire, como las vibraciones son transmitidas de un punto a otro a través de choques entre las partículas que constituyen el gas, cuanto mayor sea la densidad de éste, mayor será la velocidad de la onda sonora correspondiente.
- Es una onda **longitudinal**. Las partículas que se mueven chocando unas con otras (moléculas de aire, de agua o átomos del metal) lo hacen en la misma dirección en la que se propaga la onda. Las ondas longitudinales necesitan que el **medio de transmisión sea compresible**, así que pueden propagarse, como veíamos antes, en los 3 estados de la materia, a diferencia de las transversales que sólo lo hacen en sólidos, ya que el medio debe ser **elástico**. (ondas sísmicas P y S. https://goo.gl/NbA5m6)

En los instrumentos de percusión, el sonido se forma al golpear un objeto por las vibraciones que éste transmite a las moléculas de aire que lo rodean. En el caso de la voz, la vibración la produce el propio aire al pasar entre las cuerdas vocales, unos repliegues membranosos situados en la laringe.

El oído humano, gracias al tímpano, una membrana que vibra acorde a la variación de presión que recibe, sólo puede percibir sonidos cuya frecuencia está comprendida **entre los 20 Hz y los 20 kHz** (20 000 Hz). En el aire

[6] el hecho de que el sonido viaje más rápido por los metales inspiró la famosa anécdota de que los indios de las películas del oeste acercaban su oreja a los raíles para escuchar llegar al tren antes de oír su sonido por el aire. En el ámbito de lo real, también se usa el hecho de que el sonido recorra 1 km cada 3 segundos aproximadamente para calcular a que distancia en kilómetros se encuentra de nosotros una tormenta dividiendo entre 3 los segundos que hay entre el rayo y la percepción del trueno.

dichos valores extremos corresponden a longitudes de onda que van desde 16 metros hasta 1,6 centímetros respectivamente. En general se trata de ondas de pequeña amplitud. [7]
Si un sonido tiene una frecuencia inferior a 20 Hz se denomina **infrasonido** y si es de una frecuencia superior a 20 KHz **ultrasonido**. Ninguno de ellos puede ser percibido por el oído humano, pero si por otros animales (los silbatos de perros emiten ultrasonidos. El oído del perro puede percibir hasta 40 kHz y el murciélago, cuya visión se basa en el mecanismo del sonar, lanzar ultrasonidos y percibir el tiempo que tarda en reflejarse en los objetos, es capaz de trabajar con frecuencias de 100 MHz). También se usan ultrasonidos para hacer ecografías y para disolver cálculos renales (litotricia). Se usan ondas sonoras de tan alta frecuencia porque el poder de resolución de una onda (su capacidad de discriminar objetos) tiene que ver con su longitud de onda, ya que si atraviesa rendijas de esa anchura sufrirá fenómenos ondulatorios como la difracción, que nos permitirán ver cambios en la onda reflejada. Y los ultrasonidos, al tener mayor frecuencia, tienen menor λ y son más adecuados para esas tareas.

7.2 CUALIDADES DEL SONIDO

El oído es capaz de distinguir unos sonidos de otros porque es sensible a las diferencias que puedan existir entre ellos en lo que concierne a alguna de las tres cualidades que caracterizan todo sonido y que son **la intensidad**, el **tono y el timbre**.

7.2.1 Intensidad

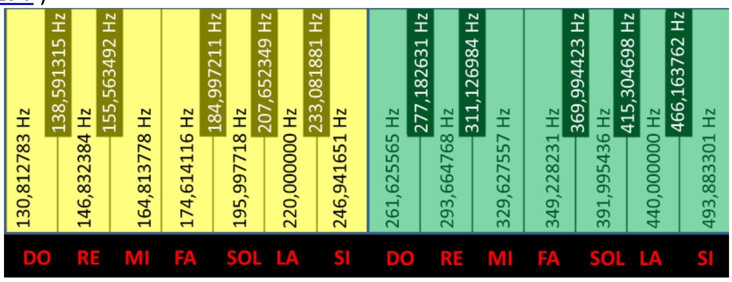
Tiene que ver con la magnitud física intensidad de la onda sonora, que se define como la energía que atraviesa por segundo una superficie unidad dispuesta perpendicularmente a la dirección de propagación.

Equivale a una potencia por unidad de superficie y se expresa en W/m^2. La intensidad de una onda sonora es proporcional al cuadrado de su frecuencia y al cuadrado de su amplitud y si no hay absorción, como la amplitud de una onda es inversamente proporcional a la distancia al foco, $A=A_0/r$, la intensidad disminuirá con A^2, es decir, con $1/r^2$. Disminuye con la distancia al foco al cuadrado.
Así, distinguimos sonidos **fuertes**, si tienen una intensidad elevada (**volumen alto**), por tener una amplitud grande, y débiles, si su intensidad es pequeña (**volumen bajo**), por tener una amplitud reducida.

7.2.2 Tono

La magnitud física que está asociada al tono es la frecuencia.

El *tono* es la cualidad del sonido mediante la cual el oído le asigna un lugar en la escala musical, permitiendo, por tanto, distinguir entre los **graves** y los **agudos**. Los sonidos percibidos como graves corresponden a frecuencias bajas, mientras que los agudos son debidos a frecuencias altas. Las distintas frecuencias de los sonidos de los instrumentos musicales dan lugar a las **notas musicales**. Así, una nota de una octava tiene la mitad de frecuencia que la misma nota de la siguiente octava. Así, el famoso La de la octava 4ª de un piano tiene una frecuencia de 440 Hz, lo que implica que el La de la octava 3ª tendrá una frecuencia de 220 Hz (y 110 el La de 2ª) (https://goo.gl/hBT27Y)



7.2.3 Timbre

El timbre es la cualidad del sonido que nos permite distinguir 2 sonidos de igual frecuencia e intensidad cuando son emitidos por 2 instrumentos distintos o dos fuentes sonoras distintas, en general

El **timbre** es la cualidad del sonido que permite distinguir sonidos procedentes de **diferentes instrumentos, aun cuando posean igual tono e intensidad**. Debido a esta misma cualidad es posible reconocer a una persona por su voz, que resulta característica de cada individuo.

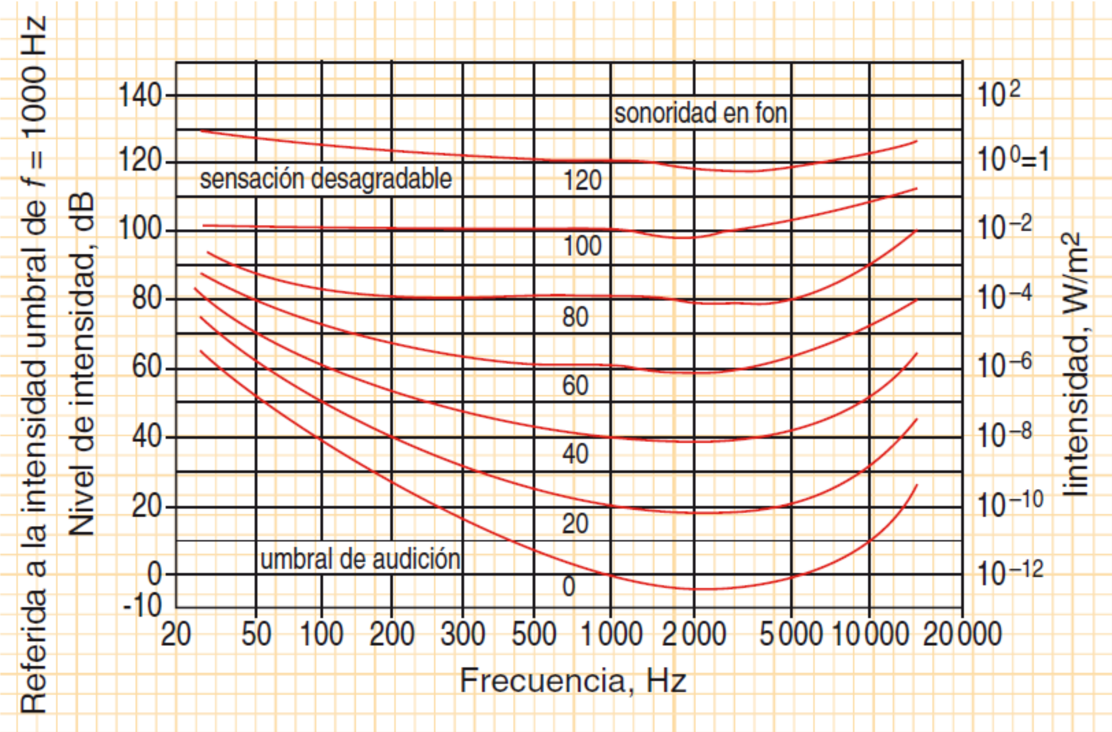
[7] Las oscilaciones de presión (p_0) para una conversación normal son del orden de sólo centésimas de pascal (Pa) ≈0,02 Pa, despreciable frente a la presión atmosférica normal que es 1 atm=$1{,}013\cdot10^5$ Pa. Esto nos podrá dar una nueva apreciación para las capacidades de nuestros oídos.

El timbre está relacionado con la **complejidad de las ondas** sonoras que llegan al oído. Pocas veces las ondas sonoras corresponden a sonidos puros, sólo los diapasones generan este tipo de sonidos, que son debidos a una sola frecuencia y representados por una onda armónica. Los instrumentos musicales, por el contrario, dan lugar a un sonido más rico que resulta de vibraciones complejas. Cada vibración compleja puede considerarse compuesta por una serie de vibraciones armónico simples de una frecuencia y de una amplitud determinadas, cada una de las cuales, si se considerara separadamente, daría lugar a un sonido puro. Esta mezcla de tonos parciales es característica de cada instrumento y define su timbre. Debido a la analogía existente entre el mundo de la luz y el del sonido, al timbre se le denomina también color del tono.

7.3 Percepción sonora: Intensidad sonora y sonoridad

La intensidad de un sonido se puede describir desde dos puntos de vista: **uno físico u objetivo**, la I estudiada antes (I=P/S, en W/m^2), y otro **fisiológico o subjetivo de las personas**, la intensidad sonora, NS, que estudiaremos ahora.

Para que un sonido sea percibido por nuestro oído no basta con que su frecuencia esté comprendida entre ciertos límites, 20 Hz y 20 000 Hz, además es preciso que la intensidad física se encuentre dentro de un cierto intervalo. Una intensidad menor que un cierto valor, denominado **umbral de audición** (I_{umbral})**,** no es detectada por el oído y una intensidad mayor que un determinado valor, llamado **umbral de dolor** (I_{dolor})**,** produce sensación de dolor.



Esas 2 magnitudes no tienen unos valores fijos, sino que dependen a su vez de la frecuencia del sonido (ver gráfica siguiente). Por ejemplo, si el sonido tiene una f=100 Hz sólo se oirá si su I es mayor de 10^{-8} W/m^2, mientras que si f=2000 Hz podemos percibir sonidos con I menores incluso que 10^{-12} W/m^2. La intensidad que produce dolor es muy constante y está en torno a 1 W/m^2.

Se toman como referencia para una frecuencia de 1000 Hz. La intensidad umbral, I_0, resulta ser 10^{-12} W/m^2 y la intensidad máxima, el umbral del dolor, 1 W/m^2.

Debido a la extensión de este intervalo de audibilidad (10^{12} unidades) y también a estudios sobre la capacidad de nuestros sentidos humanos de percibir cambios en el valor de una magnitud física (Ley de Weber-Fechner[8]), para expresar como percibe el sonido un oído humano se emplea una nueva magnitud, la **intensidades sonora**,

[8] *La ley psicofísica de Weber-Fechner establece una relación cuantitativa entre la magnitud de un estímulo físico y cómo éste es percibido y fue propuesta por Weber en 1860 y reelaborada posteriormente por Fechner. Esta ley establece que: el menor cambio discernible en la magnitud de un estímulo es proporcional a la magnitud del estímulo. Es fácil de entender con un ejemplo. Si estamos sosteniendo en nuestra mano una masa de 100 gramos, tal vez no lo podamos distinguir de otro de 105 gramos, pero sí de uno de 110 gramos. En este caso, el umbral para discernir el cambio de masa es de 10 gramos. Pero en el caso de sostener una masa de 1000 gramos, 10 gramos no serán suficientes para que notemos la diferencia, al ser el umbral proporcional a la magnitud del estímulo. En su lugar, nos hará falta añadir 100 gramos para notar la diferencia. Dicho de otro modo, nuestra capacidad de apreciación ante un cambio se basa en el valor relativo de la variación respecto del valor de partida. (fuente: Wikipedia https://goo.gl/UhW85q)*

designada por **I_{sonora}, NS (nivel sonoro) o β**, que consiste en una escala una escala logarítmica cuyas divisiones son potencias de diez y cuya unidad de medida es el decibelio (dB), un submúltiplo del Belio (B), que sería la unidad.
La unidad lleva el nombre del inventor del teléfono, Alexander Graham Bell. 1 dB=10^{-1} B. Así, se define NS como:

$$NS = \log\frac{I}{I_0}\ (En\ Belios, B)$$

Si escribimos la expresión anterior en dB, como 10 dB=1 B, debemos multiplicarla por 10 y nos quedará:

$$\boldsymbol{NS = 10 \cdot \log\frac{I}{I_0}\ (En\ decibelios, dB)}$$

Así, si un sonido tiene una intensidad física igual a $I_0=10^{-12}$ W/m^2, su intensidad sonora será 0. Si su intensidad física aumenta en un factor de 10, $I=10I_0$, entonces la intensidad sonora será β=10 dB. Si la intensidad física es 100 veces la intensidad umbral, la intensidad sonora será 20 dB. Como vemos, cada vez que multiplicamos por 10 la intensidad umbral se suman 10 a la intensidad sonora. Conocida la intensidad sonora podemos calcular la intensidad física usando la definición de logaritmo.

$$\frac{\beta}{10} = \log\frac{I}{I_0}; \frac{I}{I_0} = 10^{\frac{\beta}{10}}; \boldsymbol{I = I_0 10^{\frac{\beta}{10}}}$$

En términos de energía, ello significa que una intensidad acústica de 10 decibelios corresponde a una energía diez veces mayor que una intensidad de cero decibelios; una intensidad de 20 dB representa una energía 100 veces mayor que la que corresponde a 0 decibelios y así sucesivamente.
Según nuestro valor del umbral del dolor (I=1 W/m^2), su intensidad sonora sería 120 dB.

140 dB	Umbral del dolor. Coche de Fórmula 1
130 dB	Avión en despegue
120 dB	Motor de avión en marcha. Pirotecnia.
110 dB	Concierto. Acto cívico
100 dB	Perforadora eléctrica
90 dB	Tráfico
80 dB	Tren
70 dB	Aspiradora
50/60 dB	Aglomeración de gente / Lavaplatos
40 dB	Conversación
20 dB	Biblioteca
10 dB	Respiración tranquila
0 dB	Umbral de audición

FENÓMENOS ONDULATORIOS MECÁNICOS (Unidad 3 de Editex)

Las propiedades de las ondas se manifiestan a través de una serie de fenómenos que constituyen lo esencial del comportamiento ondulatorio. Así, las ondas rebotan ante una barrera (reflexión), cambian de dirección cuando pasan de un medio a otro (refracción), suman sus efectos de una forma muy especial (interferencias) y pueden salvar obstáculos o bordear las esquinas (difracción). Para explicar todos ellos veamos un principio que nos permite predecir cómo se propaga una onda.

1 El principio de Huygens

Recordamos:

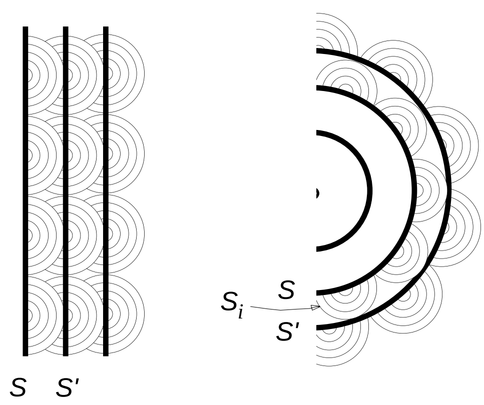
Frente de ondas: lugar geométrico de los puntos del plano o del espacio en los que todos los puntos que se encuentran en él vibran en fase. La distancia entre 2 frentes de ondas consecutivos es λ.

Rayos: Líneas perpendiculares a los frentes de onda en todos sus puntos. Tienen el sentido de la propagación de la onda.

La explicación de los fenómenos ondulatorios puede hacerse de forma sencilla sobre la base de un principio propuesto por Christian Huygens (1629-1695) para ondas luminosas, pero que es aplicable a cualquier tipo de ondas. La observación de que las ondas en la superficie del agua se propagaran de una forma gradual y progresiva suscitó en Huygens la idea de que la perturbación en un instante posterior debería ser producida por la perturbación en otro anterior. Este fue el germen del siguiente principio general de propagación de las ondas que lleva su nombre:

Cada uno de los puntos de un frente de ondas puede ser considerado como un nuevo foco emisor de ondas secundarias que avanzan en el sentido de la perturbación y cuya envolvente en un instante posterior constituye el nuevo frente.

<u>Propagación de una onda según Huygens</u>



<u>Frente plano</u> *<u>Frente circular</u>*

La aplicación del principio de Huygens se lleva a efecto mediante un método puramente geométrico conocido como *<u>método de construcción de Huygens</u>*. En el caso de una onda bidimensional circular producida por un foco o fuente puntual la aplicación de este método sería como sigue.

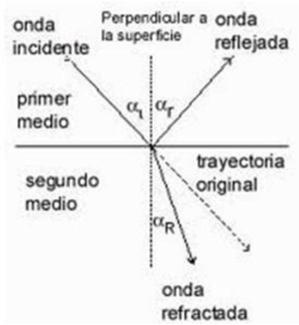
Si *S* es el frente de ondas correspondiente a un instante cualquiera *t*, según el principio de Huygens, cada punto de *S* se comporta como un emisor de ondas secundarias también circulares. Al cabo de un intervalo de tiempo *t* los nuevos frentes formarán una familia de circunferencias S_i, con sus centros situados en cada uno de los puntos de *S* y cuyo radio $r = v \cdot \Delta t$ será el mismo para todas ellas <u>si la velocidad *v* de propagación es igual en cualquier dirección</u>. La línea *S'* tangente a todos los frentes secundarios S_i y que los envuelve resulta ser otra circunferencia y constituye el nuevo frente de ondas para ese instante posterior $t = t + \Delta t$.

2 Reflexión y refracción de las ondas

Cuando una onda alcanza **la superficie de separación de dos medios** de distinta naturaleza se producen, en general, **dos nuevas ondas**, una que **retrocede** hacia el medio de partida y otra que **atraviesa** la superficie límite y se propaga en el segundo medio. El primer fenómeno se denomina **reflexión** y el segundo recibe el nombre de **refracción**.

Nota muy importante: *cuando una onda cambia de medio cambia de velocidad,* ***pero todos los puntos oscilan a idéntica frecuencia que el foco****. La frecuencia permanece constante, por lo que lo que debe cambiar de la onda es la longitud de onda al cambiar de medio. Así $v=\lambda \cdot f$ y en 2 medios $v_1=\lambda_1 \cdot f$ y $v_2=\lambda_2 \cdot f$. Despejamos f en ambos e igualamos y obtenemos* $f = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

2.1 Reflexión:



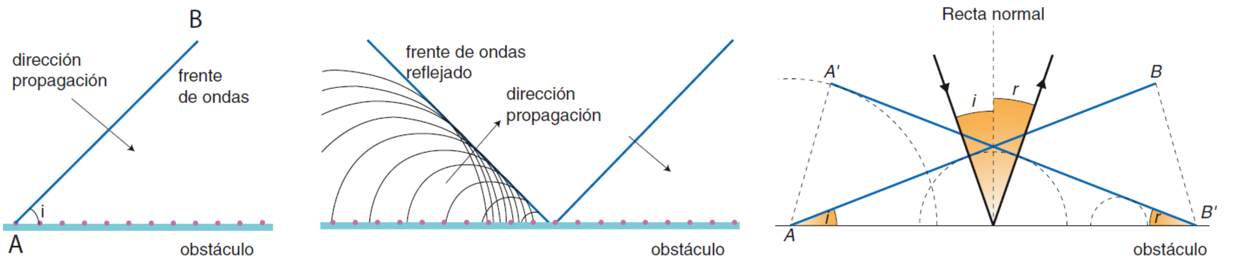
Son 2 leyes conocidas desde antiguo. La primera se refiere a los 2 fenómenos y la segunda exclusivamente a la reflexión:

- Los tres rayos, incidente, reflejado y refractado, así como la normal a la superficie de separación se encuentran en el mismo plano.
- El ángulo que forma el rayo incidente con la normal y el que forma el rayo reflejado con la normal son iguales. $\hat{\imath} = \widehat{r_x}$

*En el caso de las ondas sonoras, la reflexión en una pared explica el fenómeno del **eco**. Si la distancia a la pared es suficiente, es posible oír la propia voz reflejada porque el tiempo que emplea el sonido en ir y volver permite separar la percepción de la onda incidente de la reflejada. El oído humano sólo es capaz de percibir dos sonidos como separados si distan uno respecto del otro más de 0,1 segundos, de ahí que para que pueda percibiese el eco la superficie reflectora debe estar separada del observador 17 metros por lo menos, cantidad que corresponde a la mitad de la distancia que recorre el sonido en el aire en ese intervalo de tiempo (17 m = 340 m/s · 0,1 s/2).*

Demostración de la ley de la reflexión:

Sea un frente de ondas plano AB que es perpendicular a un rayo que llega a la superficie de separación de 2 medios con una inclinación que forma un ángulo $\hat{\imath}$ con la normal a la superficie que no puede atravesar (para que sólo haya reflexión). Hemos dibujado el caso de que el punto A ya está en dicha superficie de separación.



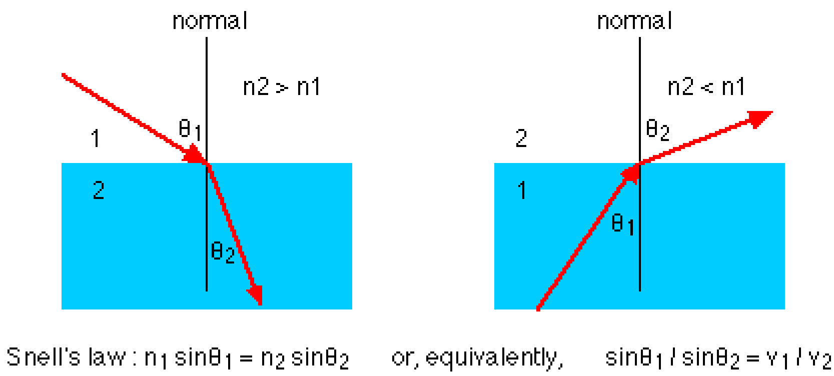
Cuando el punto A llega a la superficie, el punto B está aún a una distancia BB' de la misma. Según el principio de Huygens, en ese instante el punto A se convierte en foco emisor de ondas secundarias y lo mismo les ocurre al resto de los puntos del frente de ondas AB, según llegan a la superficie de separación.

Las ondas emitidas, sucesivamente, por los puntos de la superficie de separación (seguiremos la creada en A) avanzan por el medio. Cuando el punto B alcance la citada superficie, las ondas emitidas por el punto A habrán llegado al punto A', que será el punto de tangencia entre la recta que sale de B' y el frente de ondas secundario que sale de A y llega hasta A', y el nuevo frente de ondas será esa envolvente, la recta A'B'. El rayo reflejado será perpendicular a dicho frente A'B' y formará con la normal un ángulo $\widehat{r_x}$.

Es fácil comprobar que $\hat{\imath}$ es el ángulo que forma AB con AB' (observa que el rayo incidente es perpendicular a su frente de ondas, por lo que el ángulo que forma con la superficie es 90-$\hat{\imath}$ y el otro, el del frente AB con AB' será $\hat{\imath}$. El mismo argumento vale para $\widehat{r_x}$.

La onda incidente y reflejada tienen la misma velocidad, ya que se propagan por el mismo medio, por lo que las distancias AA' y BB' son iguales, pues son recorridas en el mismo tiempo a la misma v. **Por tanto, como AA'=BB', los ángulos $\hat{\imath}$ (BAB') y $\widehat{r_x}$ (AB'B) son iguales, ya que sus triángulos lo son.**

2.2 Refracción.

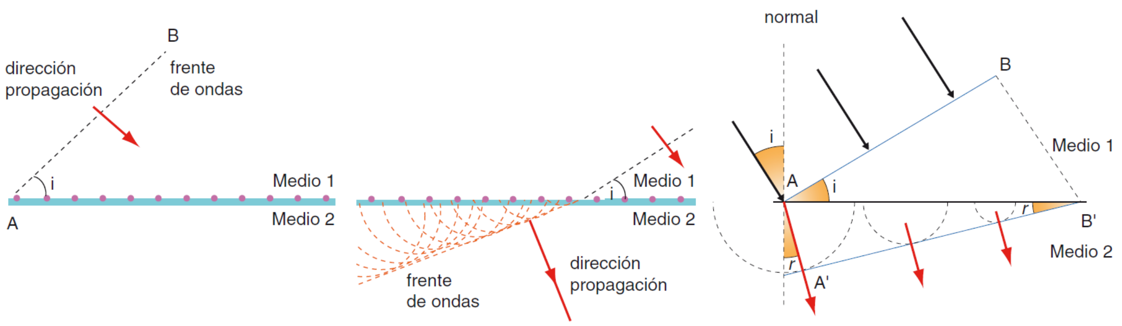


El fenómeno de la **refracción** se debe a **un cambio en la velocidad de propagación de la onda, cambio asociado al paso de un medio a otro** de diferente naturaleza o de diferentes propiedades. **Este cambio de velocidad da lugar a un cambio en la dirección del movimiento ondulatorio.** Como consecuencia, la onda refractada se desvía un cierto ángulo respecto del incidente.

La ley de la refracción es la **ley de Snell**:

El ángulo que forma el rayo incidente con la normal y el que forma el rayo refractado con la normal cumplen la relación: $\frac{sen\,\widehat{r_c}}{sen\,\hat{\imath}} = \frac{sen\,\hat{2}}{sen\,\hat{1}} = \frac{v_2}{v_1}$

Demostración de la ley de Snell:



Sea AB, como antes, el frente de ondas que se propaga por el medio 1 y que se acerca a la superficie de separación formando con ella un ángulo $\hat{\imath}$ (el mismo que su rayo con la normal). El punto A produce frentes de ondas secundarios que penetran en el medio 2 a una velocidad v_2 distinta de v_1. Cuando B ha llegado a B' (habrá tardado un tiempo $t = \frac{BB'}{v_1}$) el onda secundaria que salió de A habrá recorrido en ese mismo tiempo $AA' = v_2 t = BB'\frac{v_2}{v_1}$, de donde $\frac{v_2}{v_1} = \frac{AA'}{BB'}$. El nuevo frente de ondas A'B' formará con la superficie de separación (y por tanto su rayo con la normal) un ángulo $\widehat{r_c}$. Los senos de $\hat{\imath}$ y $\widehat{r_c}$ serán:

$$sen\,\hat{\imath} = \frac{BB'}{AB'};\, sen\,\widehat{r_c} = \frac{AA'}{AB'};\, \frac{\boldsymbol{sen\,\widehat{r_c}}}{\boldsymbol{sen\,\hat{\imath}}} = \frac{\boldsymbol{AA'}}{\boldsymbol{BB'}} = \frac{\boldsymbol{v_2}}{\boldsymbol{v_1}}$$

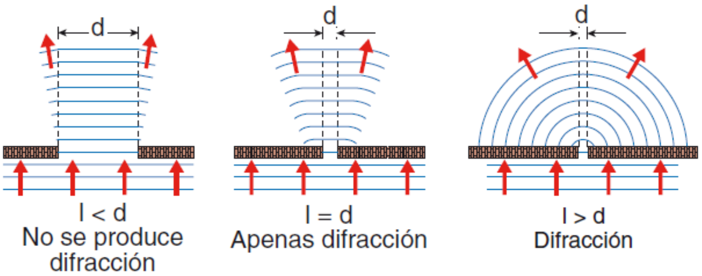
Se puede ver una animación con el programa geogebra en https://goo.gl/KeI7PW y https://goo.gl/hDioI4 .

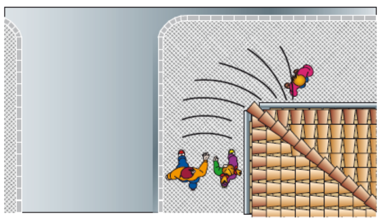
Para los curiosos: Ambas leyes se pueden demostrar para la luz usando el principio de Fermat, que afirma que el camino que sigue la luz (una onda) es el que le lleva un tiempo mínimo de recorrer. No tiene por qué ser el más corto de longitud, sino el de menor tiempo. Se puede ver las demostraciones en https://goo.gl/iekx4f. Lo veremos con la luz con un poco mas de detalle.

3 Difracción

La difracción consiste en la desviación de los rayos de una onda provocada por un obstáculo o un orificio de tamaño menor o comparable a la longitud de dicha onda (λ). Si el tamaño del obstáculo o del orificio no es parecido a λ , no se aprecia difracción.

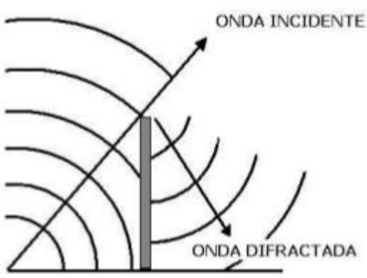
Si en el camino de los trenes de ondas se coloca un objeto de dimensiones del orden de la longitud de onda o si tiene bordes nítidos, se observa que el borde del obstáculo se convierte en centro emisor de nuevos frentes de ondas. De este modo la onda bordea al obstáculo propagándose detrás del mismo.





↑ El sonido es capaz de bordear obstáculos.

El sonido es capaz de bordear obstáculos pequeños que encuentre en su camino ya que su longitud de onda está comprendida entre unos pocos centímetros y varios metros. Este hecho permite escuchar a las personas situadas al otro lado de una esquina aunque no se les vea. Si el sonido encuentra un borde, como en la figura lateral, los nuevos frentes de ondas formados "tomarán" la curva.

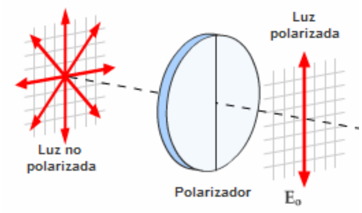


Las longitudes de onda del sonido en el aire, con v=340 m/s, varían entre λ=1,7 cm (para 20000 Hz) y λ=17 m (para 20 Hz). Hay muchos obstáculos que tienen dimensiones entre estos 2valores, lo que hace que el sonido se difracte continuamente.

Si un fenómeno físico sufre difracción se puede asegurar que es de carácter ondulatorio. **Sin entrar en detalles también se puede afirmar que la difracción y las interferencias tienen mucho que ver**. Según R. Feynman "Nadie ha sido capaz de definir la diferencia entre interferencia y difracción de forma satisfactoria. Es solo una cuestión de uso, sin diferencias físicas importantes". De hecho, se pueden ver en una rendija patrones de interferencia. (ver https://goo.gl/1M6av)

4 Polarización

En las ondas transversales, las partículas pueden vibrar en cualquier dirección perpendicular a la dirección de propagación. Si se fuerza a que las vibraciones se produzcan en un **único plano**, entonces se obtiene una **onda polarizada**. Al plano determinado por las direcciones de propagación y de vibración se denomina plano de polarización.



Al generar una onda en una cuerda, las partículas pueden vibrar en cualquier dirección perpendicular a la misma. Si en camino de la cuerda se coloca una ventana estrecha, sólo pasan por el hueco las ondas que vibren a lo largo de la ranura, con ello se consigue una onda polarizada linealmente.

En las ondas longitudinales, como el sonido, las partículas vibran en la dirección de propagación por lo que no tiene sentido hablar de su polarización.

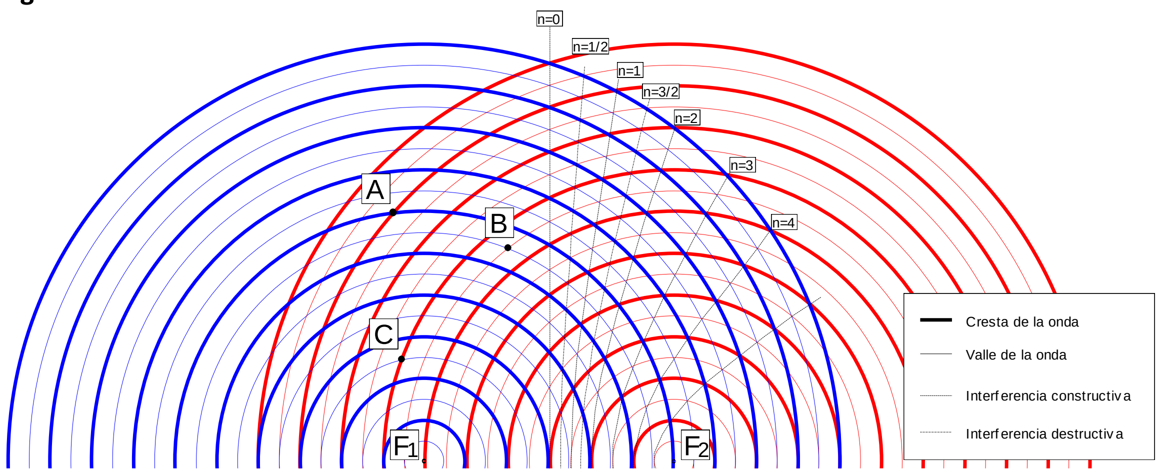
5 Composición de movimientos ondulatorios. Interferencias

El **fenómeno de superposición de ondas recibe el nombre de *interferencias*** y constituye uno de los más representativos del comportamiento ondulatorio La interferencia consiste en la coincidencia en el mismo punto del espacio de dos o más ondas procedentes de distintos focos. La interferencia más interesante se produce cuando las ondas son emitidas por focos coherentes (tienen la misma frecuencia y al emitirse lo hacen con una diferencia de fase constante).

5.1 La diferencia de fase y las interferencias

Lo esencial del fenómeno de interferencias consiste en que la suma de las dos ondas supuestas de igual amplitud no da lugar necesariamente a una perturbación de amplitud doble, sino que el resultado dependerá de lo retrasada o adelantada que esté una onda respecto de la otra. Se dice que dos ondas alcanzan un punto dado ***en fase*** cuando ambas producen en él oscilaciones sincrónicas o acompasadas. Lo mismo sucede cuando la diferencia entre ellas es un ciclo completo, o dos, o tres... ($n\cdot 2\pi$) En tal caso la oscilación resultante tendrá una amplitud igual a la suma de las amplitudes de las ondas individuales, y la interferencia se denomina ***constructiva*** porque en la onda resultante se refuerzan los efectos individuales. Si por el contrario las oscilaciones producidas por cada onda en el punto considerado están contrapuestas, las ondas llegan en ***oposición de fase*** y la oscilación ocasionada por una onda será neutralizada por la debida a la otra. Para que las oscilaciones se contrapongan deben estar desfasadas en ½ ciclo o 3/2 ciclo... [$(2n-1)\cdot\pi$] En esta situación la interferencia se denomina ***destructiva***.*(Este fenómeno es el que se produce en el conocido dicho "Luz más luz da oscuridad").*

Análisis gráfico:



Esta figura representa los frentes de onda, en un instante dado, de dos focos coherentes F_1 y F_2. Podemos estudiar gráficamente como llegan las ondas a distintos puntos A,B y C:

Punto A: Distancia al foco 2: $x_2=9\lambda$ (Cresta); Distancia al foco 1: $x_1=6\lambda$ (Cresta); Δx: $x_2-x_1=3\lambda$; Tipo de Interferencia: *Constructiva.*

Punto B: Distancia al foco 2: $x_2=6{,}5\lambda$ (Valle); Distancia al foco 1: $x_1=5{,}5\lambda$ (Valle); $\Delta x= x_2-x_1=\lambda$; Tipo de Interferencia: *Constructiva*

Punto C: Distancia al foco 2: $x_2=7\lambda$ (Cresta); Distancia al foco 1: $x_1=2{,}5\lambda$ (Valle); $\Delta x=x_2-x_1=4{,}5\lambda$; Tipo de Interferencia: *Destructiva*

De acuerdo con lo anterior, según sea la posición del punto *P* del medio respecto de los focos, así será el tipo de interferencias constructivas o destructivas que se darán en él. Cuando se estudia el medio en su conjunto se aprecian puntos en los que ha habido refuerzo y puntos en los que ha habido destrucción mutua de las perturbaciones. Cada uno de tales conjuntos de puntos forma líneas alternativas. El conjunto de líneas de máxima y mínima amplitud de oscilación resultante constituye el esquema o ***patrón de interferencias***.

Interferencia constructiva:

Según hemos visto anteriormente se producirá una interferencia constructiva en aquellos puntos **P** que cumplan que las 2 perturbaciones llegan en fase, de tal modo que cuando una produzca un máximo de elongación A la otra también y la amplitud en ese punto será 2ª. En ese punto, las 2 llegarán al cabo de T/4 a 0 juntas y al cabo de otro T/4 a –A las 2 juntas, con lo que ese punto P oscilará entre +2ª y –2ª. Se producirá una interferencia constructiva.

Si tenemos las 2 ondas que llegan a P:

$$y_1 = Asen(\omega t - kx_1 + \varphi)$$
$$y_2 = Asen(\omega t - kx_2 + \varphi)$$

Siendo x_1 la distancia de P al foco de la onda 1 y x_2 la distancia de P al foco 2. La diferencia de fase de ambas ondas en P debe ser 0,2π, 4π….n2π:

$$(\omega t - kx_1 + \varphi) - (\omega t - kx_2 + \varphi) = n2\pi; kx_2 - kx_1 = n2\pi; k(x_2 - x_1) = n2\pi; \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 2\pi n.$$

$$\boxed{\boldsymbol{x_2 - x_1 = n\lambda = (n^{\underline{o}}\ entero) \cdot \lambda}}$$

Hay interferencia constructiva cuando la diferencia de caminos recorridos por las ondas es un número entero de veces la longitud de onda.

También se puede decir que es constructiva cuando la diferencia de caminos es un nº par de veces la semilongitud de onda, lo que se puede ver multiplicando y dividiendo el 2º término anterior entre 2.

$$\boxed{\boldsymbol{x_2 - x_1 = 2n\frac{\lambda}{2} = (n^{\underline{o}}\ par) \cdot \frac{\lambda}{2}}}$$

Interferencia destructiva

Sera destructiva cuando las ondas lleguen en oposición de fase. Así, cuando una llegue con +A la otra llegará con –A y el punto no vibrará. Luego, cuando la primera vaya descendiendo de A a 0 en T/4, la otra irá ascendiendo de –A a 0, con lo que siempre la suma de las 2 valdrá 0. **Será una interferencia destructiva**. **El punto no vibrará en absoluto**, a pesar de recibir continuamente la llegada de 2 ondas.

Lo anterior equivale a decir que la diferencia de fase entre ellos es π, 3π, 5π … (2n–1)π. Podemos escribir:

$$(\omega t - kx_1 + \varphi) - (\omega t - kx_2 + \varphi) = (2n-1)\pi; kx_2 - kx_1 = (2n-1)\pi; k(x_2 - x_1) = (2n-1)\pi; \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = (2n-1)\pi$$

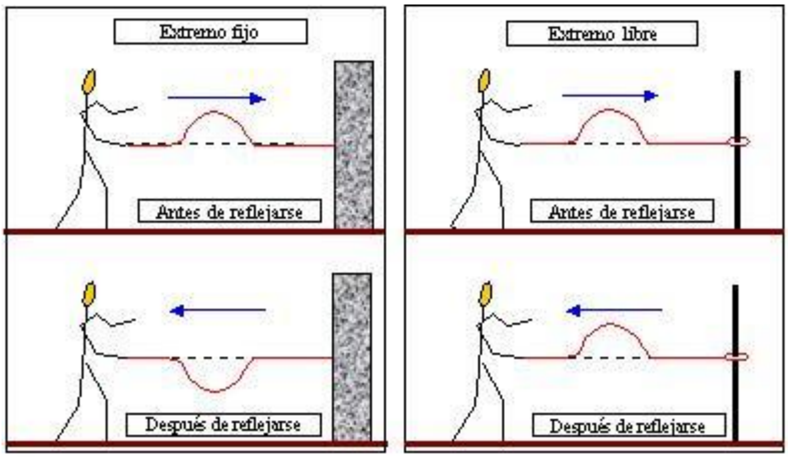
$$\boxed{\boldsymbol{x_2 - x_1 = (2n-1)\frac{\lambda}{2} = (n^{\underline{o}}\ impar) \cdot \frac{\lambda}{2} = (n^{\underline{o}}\ semientero) \cdot \lambda}}$$

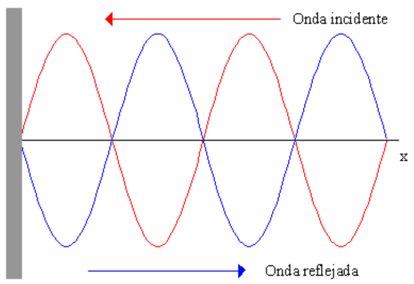
Hay interferencia destructiva cuando la diferencia de caminos recorridos por las ondas es un número impar de veces la semilongitud de onda (mitad de la longitud). También puede verse como que la diferencia debe ser un nº semientero (1/2, 3/2, 5/2) de veces la longitud de onda λ

6 Ondas estacionarias

Las ondas estacionarias son un caso particular de interferencia. Se originan cuando se superponen dos trenes de ondas que se propagan en sentidos opuestos por el mismo medio.

Un caso típico de ondas estacionarias se produce en una cuerda que propaga una onda viajera. Si al llegar a un extremo se refleja, cambia su sentido y además se





produce un cambio de fase de 180º[9], de forma que la elongación resultante en ese punto sea cero. Los frentes incidentes interfieren con los reflejados. Esto ocurre en el caso de una cuerda de guitarra o de piano. La interferencia se puede calcular sumando las 2 ondas y recordando la relación $sen(A) - sen(B) = 2sen\frac{A-B}{2}cos\frac{A+B}{2}$.

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= Asen(\omega t + kx) \\ y_2 &= -Asen(\omega t - kx) \end{aligned}\right\} y_{resultante} = y_1 + y_2$$
$$= A[sen(\omega t + kx) - sen(\omega t - kx)]$$
$$= 2Asen\left(\frac{2kx}{2}\right)cos\frac{2\omega t}{2}$$

$$\boldsymbol{y_{resultante}} = 2Asen(kx)\cos(\omega t) = \boldsymbol{A(x)\cos(\omega t)}\,, siendo\ \boldsymbol{A(x) = 2Asen(kx)}$$

El resultado es una perturbación que ya no tiene la forma de una onda armónica, sino que tiene una amplitud dependiente de la posición. O sea hay partículas que oscilan con mucha amplitud (el doble de la original) y partículas que no oscilan en absoluto (siempre se encuentran quietas). En una onda estacionaria, en realidad no hay propagación de energía porque ésta no puede pasar a través de los puntos de no vibración, sino que existe un intercambio de energía cinética y potencial para cada partícula del medio, es un estado de vibración, **es un conjunto de M.A.S. de amplitud variable según su posición**.

Los puntos que permanecen siempre en reposo, (A=0) se denominan ***nodos*** de la onda. Los puntos de máxima amplitud (oscilan entre -2A y +2A) se denominan ***vientres*** de la onda.

La condición de nodo implica que

$$A(x) = 2Asen(kx) = 0; sen(kx) = 0; kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi;$$
$$\frac{2\pi}{\lambda}x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi; \frac{2}{\lambda}x = 0,1,2 \dots n$$
$$\boxed{x_{nodos} = 0, \frac{\lambda}{2}, 2\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2} \dots}$$

La separación entre dos nodos consecutivos es la mitad de la longitud de onda, λ/2

Para los vientres, la separación sería:

$$A(x) = 2Asen(kx) = \pm 2A; sen(kx) = \pm 1;\ kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots, \frac{(2n+1)\pi}{2};$$
$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots, \frac{(2n+1)\pi}{2}; \frac{2}{\lambda}x = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \frac{5}{2} \dots \frac{(2n+1)}{2}$$
$$\boxed{x_{vientres} = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \dots}$$

La separación entre dos vientres consecutivos es también λ/2.

Para construir cualquier onda estacionaria es necesario que recordemos:

- En una **onda estacionaria** cada punto **ejecuta un M.A.S. de frecuencia la de la onda original y de amplitud variable según la posición x del punto considerado**. Así, habrá **nodos (no vibran nunca) y vientres (vibran entre +2A y -2A)**
- **Los nodos y los vientres están intercalados. La distancia entre 2 de ellos consecutivos es λ/4**.
- **La distancia entre 2 nodos consecutivos es λ/2 y entre 2 vientres consecutivos es también λ/2**.

Las ondas estacionarias son frecuentes en la vida cotidiana. Son las que se producen en los instrumentos musicales de cuerda o de viento. En las figuras que se adjuntan se ven distintos modos de vibración para cuerdas que están fijas por los dos extremos o sólo por uno de ellos.

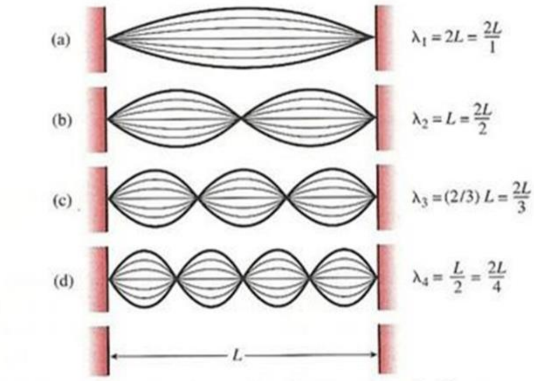
Los tubos sonoros se comportan en una forma similar. La longitud de la cuerda (o del tubo sonoro) determina la frecuencia de la onda. Se encuentran también ondas estacionarias con vientres en cada uno de los extremos.

Veamos las ondas estacionarias para una cuerda fija por sus dos extremos.

[9] *Al reflejarse una onda transversal en un punto fijo experimenta un cambio de fase de 180º. El signo menos de y_2 aparece porque sen(180+α)=-senα*

Cuerda con 2 extremos fijos:

Debemos dibujar 2 nodos en los puntos fijos de los extremos y a continuación podremos construir las siguientes ondas estacionarias.



Modelos posibles de ondas estacionarias en una cuerda vibrante.

- Con un vientre en medio. En ese caso la longitud de onda será λ_1:

$$\frac{\lambda_1}{2} = L;\ \lambda_1 = 2L; f_1 = \frac{v_p}{\lambda_1} = \frac{v_p}{2L}$$

Esta onda estacionaria es el **primer armónico** (o **modo fundamental de vibración**), f_1. v_p es la velocidad de propagación de la onda en la cuerda.

- También es posible que se forme una onda estacionaria con un nodo central y 2 vientres. Eso daría lugar a una onda estacionaria cuya longitud de onda y frecuencia serían:

$$2\frac{\lambda_2}{2} = L;\ \lambda_2 = L; f_2 = \frac{v_p}{\lambda_2} = \frac{v_p}{L} = 2f_1$$

Este modo de vibración se denomina **segundo armónico** (o **primer sobretono**) **y su frecuencia es $2f_1$**.

Se denomina armónico al sonido cuya frecuencia es múltiplo de la de otro llamado fundamental y que se produce simultáneamente con éste en los instrumentos musicales.

- La siguiente onda estacionaria posible tendría 2 nodos en la zona intermedia y 3 vientres intercalados entre ellos. Su frecuencia sería:

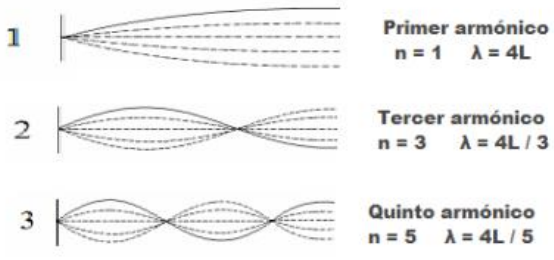
$$3\frac{\lambda_3}{2} = L;\ \lambda_3 = \frac{2L}{3}; f_3 = \frac{v_p}{\lambda_3} = \frac{3v_p}{2L} = 3f_1$$

Se la denomina **tercer armónico y su frecuencia es $3f_0$**.

Tubo con un extremo fijo y uno libre:

En los instrumentos de viento se produce también una onda estacionaria entre el sonido producido originalmente (en un extremo del tubo del instrumento, generalmente el extremo cerrado, que será un nodo) y la onda reflejada, que se produce cuando dicho sonido original llega al final del tubo y el aire cambia de propiedades (el aire exterior al tubo actúa como segundo medio). Se producirá refracción (el sonido que oímos) y reflexión, que interferirá con la onda anterior. La diferencia con el caso de la cuerda anterior es que esa superficie de separación de los medios (del aire interior al aire exterior, situada al final del tubo del instrumento) tiene un máximo de vibración, un vientre.

En esas condiciones en la "boquilla" se forma un nodo y en la "abertura" del instrumento un vientre. Ese será el modo fundamental de vibración y podremos ir construyendo más ondas estacionarias a base de intercalar nodos y vientres entre los 2 anteriores.



- **Modo fundamental** (o **primer armónico**):

$$\frac{\lambda_1}{4} = L;\ \lambda_1 = 4L; f_1 = \frac{v_p}{\lambda_1} = \frac{v_p}{4L}$$

- **3er armónico:**

$$3\frac{\lambda_3}{4} = L;\ \lambda_3 = \frac{4L}{3}; f_3 = \frac{v_p}{\lambda_3} = \frac{3v_p}{4L} = 3f_1$$

- **5to armónico:**

$$5\frac{\lambda_5}{4} = L;\ \lambda_5 = \frac{4L}{5}; f_5 = \frac{v_p}{\lambda_5} = \frac{5v_p}{4L} = 5f_1$$

Vemos que sólo aparecen **los armónicos impares**. Mas info en https://bit.ly/2OfhxXQ.

7 El efecto Doppler

La frecuencia de un sonido está determinada por la frecuencia de la vibración que lo origina siempre que el foco que lo emite y el observador que lo percibe estén ambos en reposo. Cuando el foco o el observador, están en movimiento, el sonido percibido presenta una frecuencia que depende de la velocidad relativa. Un observador situado ante la sirena de una ambulancia aprecia que el sonido es más agudo cuando se acerca (mayor frecuencia, f) y más grave cuando se aleja (menor frecuencia). Lo mismo podemos decir con respecto al sonido que se percibe cuando se acerca un coche de carreras y cuando ese mismo vehículo se aleja.

El efecto Doppler consiste en la percepción de la onda por un observador en movimiento con una frecuencia distinta a la emitida por el foco, debido al movimiento relativo entre ambos.

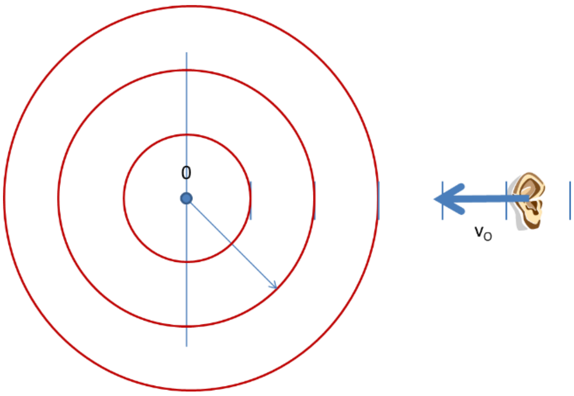
Fue explicado por primera vez en 1842 por el físico austríaco Christian Doppler (1803-1853). Más adelante, en 1848, el astrónomo francés Hippolyte Fizeau lo descubrió en la luz. Cuando se estudia el espectro de emisión de la luz procedente de una estrella o galaxia, se observan las líneas del espectro del hidrógeno, pero no en la posición que tienen en la tierra, sino desplazadas, "corridas" hacia el rojo, lo que indica que la estrella se está alejando de nosotros (nos alejamos entre sí), por eso su frecuencia disminuye y la las rayas se desplazan hacia una frecuencia menor. Este hecho se puede utilizar para medir la velocidad relativa con que las galaxias se mueven con respecto a nosotros y el hecho de que para casi todas ellas el desplazamiento se produce hacia el rojo es una prueba a favor de un universo en expansión.

En realidad, el efecto se produce siempre que hay movimiento relativo entre el foco y el observador, aunque la explicación que damos a cada caso es distinta. Estudiaremos los 2 casos particulares y el general.

Observador en movimiento y foco en reposo:

El foco está inmóvil emitiendo ondas de velocidad **v** y cuyos frentes distan **λ** y que son todos concéntricos a la posición del foco, al estar este en reposo.

El observador, al acercarse al foco (por ejemplo) "acelera" la llegada de los frentes de onda. Cuando el observador recibe un frente de ondas, el siguiente lo recibirá antes de que pase un T, puesto que el observador se dirige hacia ese frente con velocidad $\mathbf{v_O}$. Desde que el observador atraviesa el primer frente de ondas, el siguiente frente y él se dirigen al encuentro. Son como los trenes que salían de 2 estaciones distintas separadas que se estudiaban en cursos anteriores. Cada uno recorre para encontrarse $v_O{\cdot}t$ y $v{\cdot}t$ y se encuentran cuando la suma de sus recorridos vale λ. Ese **t** será el período **T'** percibido por el observador y su inverso será **f'**, la frecuencia percibida.



$$\lambda = T'(v + v_O); T' = \frac{\lambda}{v + v_O} = \frac{Tv}{v + v_O}$$

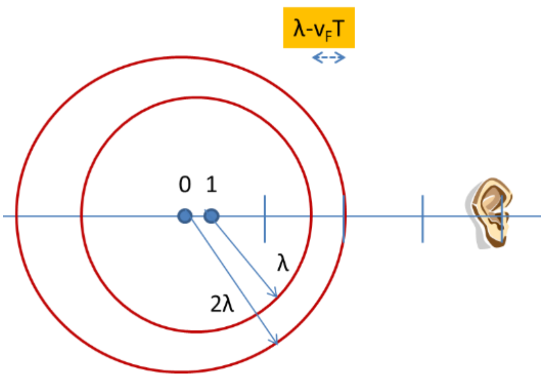
$$f' = \frac{1}{T'} = \frac{v + v_O}{Tv} = \frac{1}{T}\frac{v + v_O}{v} = f\frac{v + v_O}{v}$$

$$\boldsymbol{f' = f\frac{v + v_O}{v}}$$

Vemos que la f' es mayor que f, al ser el numerador mayor que el denominador. Si el observador se aleja del foco, la frecuencia percibida f' se calculará restando la v_O (pues ahora éste se aleja de los frentes de onda). Podemos emplear la fórmula anterior, usando la v_O con signo –.

$$\boldsymbol{f' = f\frac{v+v_O}{v}, siendo\ v_O} \begin{cases} +\ si\ el\ observador\ \mathbf{se\ acerca}\ al\ foco \\ -\ si\ el\ observador\ \mathbf{se\ aleja}\ del\ foco \end{cases}$$

Observador en reposo y foco en movimiento:



En esta situación, el foco acercándose al observador con velocidad $\mathbf{v_F}$ y emitiendo ondas de velocidad **v** y longitud de onda **λ**, es la representada en la figura lateral (se han dibujado 3 frentes de onda, la situación al cabo de 2T de empezar a emitir el foco)

El foco emite la primera onda desde 0 y al cabo de los 2T este frente de ondas está a 2λ de 0. El siguiente frente de ondas (un T después) lo emite desde 1 y por tanto, como sólo habrá dispuesto de T s de tiempo para desplazarse, será un circulo de radio λ con centro en el punto 1. Vemos que por delante del foco los frentes de onda "se apelotonan", mientras que por detrás se espacian. La distancia entre los frenes de onda que llegan al observador no es λ, sino λ menos lo que el foco avanza en un T, que es desde donde emitirá su siguiente frente.

$$\lambda' = \lambda - v_F T = vT - v_F T = (v - v_F)T$$

¿A qué ritmo le llegan las ondas al emisor? Le llegan con un T' aparente menor que el propio de la onda, pues el movimiento del foco "acelera" la llegada de los frentes. El T' percibido será el tiempo el observador entre frente de onda percibido y el siguiente frente de ondas será:

$$T' = \frac{espacio\ entre\ 2\ frentes}{v} = \frac{\lambda'}{v} = \frac{(v - v_F) \cdot T}{v}$$

$$\boldsymbol{f'} = \frac{1}{T'} = \frac{v}{(v - v_F) \cdot T} = \boldsymbol{f} \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v_F}}$$

Si el foco estuviese detrás de movimiento del foco, los frentes tardarían más en llegar y deberíamos usar el signo más en la fórmula anterior (o, si queremos asignar un signo a la velocidad del foco, como antes hicimos con el v_O, ponerle un signo menos a v_F).

$$\boldsymbol{f'} = \boldsymbol{f} \frac{\boldsymbol{v}}{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v_F}}, \boldsymbol{siendo}\ \boldsymbol{v_F} \begin{cases} + si\ el\ foco\ \boldsymbol{se\ acerca}\ al\ observador \\ - si\ el\ foco\ \boldsymbol{se\ aleja}\ del\ observador \end{cases}$$

Observador y foco se mueven (caso general)

Se trata de combinar los 2 casos anteriores. La manera más sencilla es hacer que la f del segundo caso sea la f' del primero.

$$f' = f \frac{v+v_O}{v} \frac{v}{v - v_F} = f \frac{v + v_O}{v - v_F}$$

$$\boldsymbol{f'} = \boldsymbol{f} \frac{\boldsymbol{v} + \boldsymbol{v_O}}{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v_F}}$$

Válida para todos los casos usando el siguiente criterio de signos:

- $\mathbf{v_O}$ será **positiva** si el observador se mueve **acercándose** al foco.
- $\mathbf{v_O}$ será **negativa** si el observador se mueve **alejándose** del foco.
- $\mathbf{v_F}$ será **positiva** si el foco se mueve **acercándose** al observador.
- $\mathbf{v_F}$ será **negativa** si el foco se mueve **alejándose** del observador