Composición de movimientos

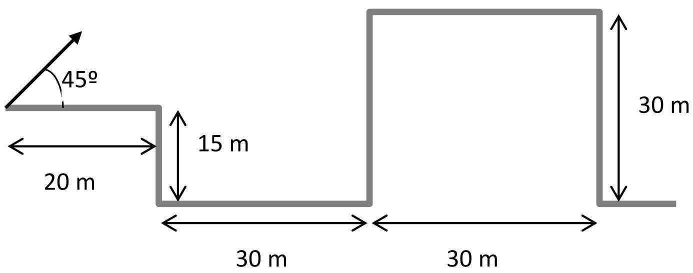
1.- Desde el escalón superior de una escalera de 2 escalones de medidas 1 m de alto por 1 de ancho, se desliza una bolita con velocidad constante de 10 m/s. Con dichos datos:
a) demuestra que la bola cae al suelo sin tocar el escalón inferior
b) Tiempo que tarda en caer
c) Velocidad de la bola cuando se encuentra a 1 m de altura.
d) ¿A qué distancia del pie del primer escalón cae la bola?

2.- Un jugador de Baloncesto lanza desde una altura de 2,5 m la pelota con una velocidad inicial de 10 m/s y un ángulo de 30º con la horizontal. Sabiendo que la canasta mide 3 m. de altura, calcular:
a) ¿A qué distancia de ésta habrá de disparar para encestar?
b) ¿A qué distancia del lanzador se debe situar como máximo un defensor que alcanza 3,5 m de altura en el salto si quiere interceptar la pelota?

3.- Desde lo alto de una torre se lanza una piedra horizontalmente con una velocidad de 5 m/s. En la base de la torre se encuentra un motorista que, partiendo sin velocidad inicial y con aceleración constante de 2 m/s^2, avanza en la dirección de la piedra.
a) Si se pretende que la piedra dé al motorista, ¿qué altura debe tener la torre? ¿Qué distancia ha recorrido el motorista cuando esto sucede?
b) Si la torre tuviese una altura de 20 m, ¿qué distancia habría entre el motorista y la piedra en el momento en que esta cae al suelo?
NOTA: Son dos apartados independientes.

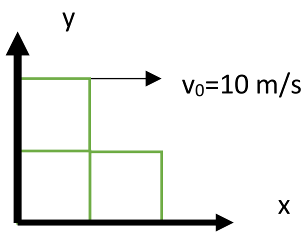
4.- Un portero saca de puerta colocando el balón en el suelo y dándole una patada, que le proporciona a la pelota una velocidad de 30 m/s formando un ángulo de 30º con el suelo. Halla:
a) a qué distancia del punto de lanzamiento caerá la pelota
b) cuál es su velocidad en el punto más alto (módulo, dirección y sentido)
c) Si un defensor de 2 m de alto se coloca a 20 m del portero tratando de interceptar el balón, ¿lo conseguirá?

5.- Lanzamos un cuerpo con velocidad de módulo $20\sqrt{2}$ formando un ángulo de 45° tal como se indica en la figura. Hallar el punto de impacto.



Soluciones

1.-



$$\overrightarrow{r_0} = (1,2)\ m;\ \overrightarrow{v_0} = (10{,}0)\frac{m}{s};\ \vec{a} = (0,-9{,}8)\frac{m}{s^2}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}\begin{cases} v_x = 10 \\ v_y = -9{,}8t \end{cases}\ y\ \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}\begin{cases} x = 1 + 10t \\ y = 2 - 4{,}9t^2 \end{cases}$$

a) Para demostrar que la pelota cae al suelo (y=0) sin tocar el primer escalón podemos hallar el tiempo que tarda en recorrer por el aire el escalón. x=2; t=0,1 s; $y_{0,1\ s}$=1,951 m>1 m, que es la altura del escalón. Ya está demostrado.
b) y=0; t=0,64 s;
c) y=1; t=0,45 s v=10$\vec{\imath}$-4,43$\vec{\jmath}$ m/s
d) cae a los 0,64 s y su x es x=6,4 metros, o sea, a 4,4 m del borde inferior del primer escalón

2.-

$$\overrightarrow{r_0} = (0,2{,}5)\ m;\ \overrightarrow{v_0} = (10cos30º, 10sen30º)\frac{m}{s};\ \vec{a} = (0,-9{,}8)\frac{m}{s^2}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}\begin{cases} v_x = 10cos30º \\ v_y = 10sen30º - 9{,}8t \end{cases}\ y\ \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}\begin{cases} x = 10cos30ºt \\ y = 2{,}5 + 10sen30ºt - 4{,}9t^2 \end{cases}$$

a) La canasta debe estar a tal x que cuando la y de la pelota sea 3 m (y baje, para que entre) ahí debe estar. y=3=2,5+5t-4,9t^2; t_1=0,9 s (bajando) y t_2=0,11 s (subiendo). La canasta debe estar en $x_{0,9\ s}$=7,79 m.
b) Hallemos lo que tarda la pelota en subir a y=3,5 m; 3,5=2,5+5t–4,9t^2; t_1=0,27 s y t_2=0,75 s; el primero de los tiempos es mientras sube. $x_{0,27\ s}$=2,34 m. Si un defensor se sitúa a como máximo 2,34 m del atacante detendrá el disparo mientras sube.

3.-

$$piedra:\ \overrightarrow{r_0} = (0,h)\ m;\ \overrightarrow{v_0} = (5{,}0)\frac{m}{s};\ \vec{a} = (0,-9{,}8)\frac{m}{s^2}$$

$$motorista: \overrightarrow{r_0} = (0,0)\ m;\ \overrightarrow{v_0} = (0{,}0)\frac{m}{s};\ \vec{a} = (2,0)\frac{m}{s^2}$$

$$piedra: \vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}\begin{cases} v_x = 5 \\ v_y = -9{,}8t \end{cases}\ y\ \vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j}\begin{cases} x = 5t \\ y = h - 4{,}9t^2 \end{cases}$$

$$motorista: v_y = 0; y = 0; v_x = 2t\ ;\ x = \frac{1}{2}2t^2$$

a) Deben coincidir piedra y motorista; y=0 (el motorista viaja por el suelo); $x_{motorista}=x_{piedra}$; 5t=t^2; t=5; h=4,9·5^2=122,5 m
b) Si la torre tiene 20 m, h=20, y cae al suelo cuando su y=0=20-4,9t^2¸t=2,02 s. La piedra estará en $x_{2,02\ s}$=10,10 m y el motorista en $x_{2,02\ s}$=4,08 m, a 6,02 m de la piedra, ambos en el suelo.

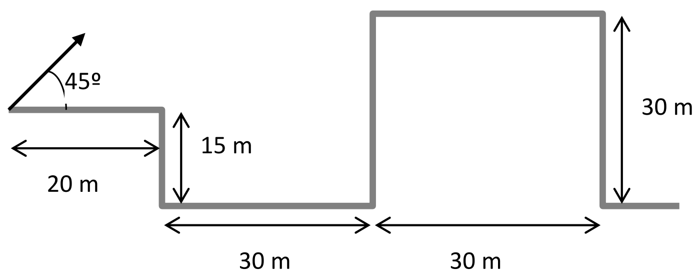
4.-

$$\overrightarrow{r_0} = (0,0)\ m;\ \overrightarrow{v_0} = (30cos30º, 30sen30º)\frac{m}{s};\ \vec{a} = (0,-9{,}8)\frac{m}{s^2}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath}\begin{cases} v_x = 30cos30º \\ v_y = 30sen30º - 9{,}8t \end{cases}\ y\ \vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}\begin{cases} x = 30cos30ºt \\ y = 30sen30ºt - 4{,}9t^2 \end{cases}$$

a) caerá cuando y=0; $0=15t-4{,}9t^2$; t=0 (trivial) y t=3,06 s; $x_{3,06\ s}$=79,5 m
b) El punto más alto se produce cuando v_y=0=15-9,8t; t=1,53 s (la mitad del anterior); $\vec{v}_{1,53\ s}=25{,}98\vec{\imath}$
c) Hallemos la altura del balón cuando recorre x=20=30cos30ºt; t=0,77 s; $y_{0,77\ s}$=8,64. Pasa por encima del defensor.

5.-



$$\overrightarrow{r_0} = (0,0)\ m;\ \overrightarrow{v_0} = \left(20\sqrt{2}\ cos45º, 20\sqrt{2}\ sen45º\right) = (20{,}20)\frac{m}{s};\ \vec{a} = (0,-9{,}8)\frac{m}{s^2}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath}\begin{cases} v_x = 20 \\ v_y = 20 - 9{,}8t \end{cases}\ y\ \vec{r} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}\begin{cases} x = 20t \\ y = 20t - 4{,}9t^2 \end{cases}$$

Hallamos cuando x=50 m, a ver dónde se encuentra cuando ha recorrido la distancia que le separa de la pared frontal. T=2,5 s; $y_{2,5\ s}$=19,38 m. Como la pared tiene 15 m de altura (sobre el nivel 0 de salida), pasa por encima. Hallaremos en que momento su y=15 m; t=0,99 s y t=3,09 s. En el primer tiempo está en x=19,8 m, antes del foso y en el segundo está en x=61,8 m, a11,8 m sobre la terraza.