

ÍNDICE

<b>UNIDAD 1: La actividad científica</b> .....	<b>3</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 9.....	3
ACTIVIDADES-PÁG. 10.....	3
ACTIVIDADES-PÁG. 12.....	3
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 24.....	4
<b>UNIDAD 2: Sistemas materiales</b> .....	<b>13</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 27.....	13
ACTIVIDADES-PÁG. 28.....	14
ACTIVIDADES-PÁG. 31.....	14
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 48.....	15
<b>UNIDAD 3: Mezclas</b> .....	<b>29</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG.51.....	29
ACTIVIDADES-PÁG. 52.....	29
ACTIVIDADES-PÁG. 60.....	30
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 66.....	30
<b>UNIDAD 4: Del átomo al enlace químico</b> .....	<b>44</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 69.....	44
ACTIVIDADES-PÁG. 71.....	44
ACTIVIDADES-PÁG. 81.....	45
ACTIVIDADES-PÁG. 82.....	45
ACTIVIDADES-PÁG. 85.....	45
ACTIVIDADES-PÁG. 86.....	46
ACTIVIDADES-PÁG. 93.....	47
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 100.....	47
<b>UNIDAD 5: Aspectos cuantitativos de las reacciones químicas</b> .....	<b>58</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 103.....	58
ACTIVIDADES-PÁG. 105.....	58
ACTIVIDADES-PÁG. 106.....	59
ACTIVIDADES-PÁG. 109.....	59
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 120.....	60
<b>UNIDAD 6: Termoquímica</b> .....	<b>82</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 123.....	82
ACTIVIDADES-PÁG. 128.....	82
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 148.....	82
<b>UNIDAD 7: Química e industria</b> .....	<b>95</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 151.....	95
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 164.....	96
<b>UNIDAD 8: Química del carbono</b> .....	<b>113</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 167.....	113
ACTIVIDADES-PÁG. 171.....	113
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 188.....	114
<b>UNIDAD 9: Elementos del movimiento</b> .....	<b>135</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 191.....	135
ACTIVIDADES-PÁG. 194.....	135
ACTIVIDADES-PÁG. 201.....	135
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 206.....	136
<b>UNIDAD 10: Tipos de movimientos</b> .....	<b>149</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 209.....	149
ACTIVIDADES-PÁG. 210.....	149
ACTIVIDADES-PÁG. 211.....	150
ACTIVIDADES-PÁG. 216.....	152

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 226.....	153
<b>UNIDAD 11: Movimiento vibratorio.....</b>	<b>169</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 229.....	169
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 242.....	169
<b>UNIDAD 12: Leyes de la dinámica.....</b>	<b>184</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 245.....	184
ACTIVIDADES-PÁG. 246.....	184
ACTIVIDADES-PÁG. 247.....	185
ACTIVIDADES-PÁG. 248.....	185
ACTIVIDADES-PÁG. 253.....	186
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 268.....	187
<b>UNIDAD 13: Aplicaciones de la dinámica.....</b>	<b>202</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 271.....	202
ACTIVIDADES-PÁG. 273.....	202
ACTIVIDADES-PÁG. 276.....	203
ACTIVIDADES-PÁG. 288.....	203
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 296.....	203
<b>UNIDAD 14: Trabajo y energía.....</b>	<b>219</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 299.....	219
ACTIVIDADES-PÁG. 301.....	219
ACTIVIDADES-PÁG. 304.....	219
ACTIVIDADES-PÁG. 307.....	220
ACTIVIDADES-PÁG. 310.....	221
ACTIVIDADES-PÁG. 320.....	222
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 322.....	222
<b>UNIDAD 15: Electrostática.....</b>	<b>235</b>
CUESTIONES INICIALES-PÁG. 325.....	235
ACTIVIDADES-PÁG. 326.....	236
ACTIVIDADES-PÁG. 329.....	236
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 336.....	237

## UNIDAD 1: La actividad científica

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 9

1. ¿Sabrías expresar la velocidad de 10,0 m/s en km/h?

$$v = 10,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 10,0 \frac{\text{m} \cdot \frac{\text{km}}{1000\text{m}}}{\text{s} \cdot \frac{\text{h}}{3600\text{s}}} = 36,0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

2. ¿Hay alguna diferencia entre decir que la masa de una persona es 75 kg o 75000 g?

Es la misma masa pero expresada en diferentes unidades

3. Una persona mide la longitud de un campo de fútbol y dice que es de 100 m y comete un error de 1 m, mientras que otra mide la anchura de un folio y afirma que es 208 mm y comete un error de 2 mm. ¿Cuál de los dos personas ha realizado una mejor medida?

La medida del campo de fútbol es:  $l = 100 \pm 1\text{ m}$  y la del folio es:  $h = 208 \pm 2\text{ mm}$

La mejor medida es aquella en la que se comete menor incertidumbre, de forma que:

$$\text{Er (\%)} \text{ para el campo de fútbol} = \frac{1\text{ m}}{100\text{ m}} \cdot 100 = 1\%$$

$$\text{Er (\%)} \text{ para el folio} = \frac{2\text{ mm}}{208\text{ mm}} \cdot 100 = 0.96\%$$

Por tanto es mejor medida la del ancho del folio.

### ACTIVIDADES-PÁG. 10

1. Del siguiente listado separa las magnitudes escalares de las vectoriales:

densidad	posición	energía	masa
peso	trabajo	calor	velocidad

Son escalares: densidad, energía, masa, trabajo, calor

Son vectoriales: posición, peso y velocidad

### ACTIVIDADES-PÁG. 12

2. ¿Crees que la yarda, definida en su día como unidad de longitud y equivalente a 914 mm, y obtenida por la distancia marcada en una vara entre la nariz y el dedo pulgar de la mano del rey Enrique I de Inglaterra con su brazo estirado, sería hoy un procedimiento adecuado para establecer una unidad de longitud?

No, pues la yarda tal como se definió es una unidad arbitraria aunque luego se popularizó y se difundió en el mundo, fundamentalmente el anglosajón.

**3. Las unidades del SI han sufrido cambios en su definición a lo largo de la historia. Por ejemplo, el metro se definió en 1790 como la diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre que pasa por París. En 1889 fue la distancia entre dos marcas en una barra de aleación de platino-iridio que se guarda en Sèvres. La definición actual es de 1983. ¿A qué se deben estos cambios?**

Una unidad de medida, a ser posible, debe cumplir un conjunto de requisitos que son: su valor no dependerá de la persona que la utilice, del transcurso del tiempo, ni de las condiciones de trabajo. Además, debe ser reproducible y utilizable en cualquier lugar del mundo.

Por ello se intenta definir las unidades de medida en función de fenómenos reproducibles en cualquier lugar y desligarlas de objetos. Lógicamente las primeras definiciones asociaron las unidades a objetos. El avance de la ciencia ha hecho posible definir las unidades en función de fenómenos físicos.

#### ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 24

**1. Del siguiente listado separa las propiedades que son magnitudes físicas de las que no lo son: temperatura ductilidad odio color presión brillo bondad dureza olor sensación de frío**

Son propiedades físicas: temperatura, ductilidad, color, presión, brillo y dureza.

No son propiedades físicas: odio, bondad, olor y sensación de frío.

**2. Escribe la cantidad 0,009204 m en notación científica, cuando las cifras significativas son: dos, tres y cuatro.**

Con dos cifras significativas:  $9,2 \cdot 10^{-3}$  m.

Con tres cifras significativas:  $9,20 \cdot 10^{-3}$  m.

Con cuatro cifras significativas:  $9,204 \cdot 10^{-3}$  m.

**3. Deduce la ecuación de dimensión de la magnitud física trabajo, definida matemáticamente como:  $W = F \cdot \Delta r$ , e indica la expresión de su unidad, el julio, en función de las unidades fundamentales del SI.**

De acuerdo con la definición de trabajo:

$$[W] = [F] \cdot [\Delta r] = M \cdot [a] \cdot L = M \cdot (L/T^2) \cdot L = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$$

Sustituyendo por las unidades del S.I.:  $1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

**4. La energía intercambiada en forma de calor por un objeto al modificarse su temperatura se determina mediante la expresión:  $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$ . Determina la unidad del SI en la que se mide la constante calor específico  $c_e$ .**

Como:  $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T$ , de donde:  $c_e = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$ , luego la unidad del calor específico es:

$$\frac{J}{kg \cdot K} = J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$$

5. Determina la densidad de un objeto en la unidad del SI, si tiene una masa de 4,756 g y ocupa un volumen de 4,8 cm<sup>3</sup>.

$$d = \frac{m}{V} = \frac{4,756 \text{ g} \cdot \frac{kg}{10^3 \text{ g}}}{4,8 \text{ cm}^3 \cdot \frac{m^3}{10^6 \text{ cm}^3}} = 9,9 \cdot 10^2 \frac{kg}{m^3}$$

6. Dada la longitud 3,2 m ± 0,1 m. Determina el error relativo porcentual de la medida.

$$Er (\%) = \frac{0,1 \text{ m}}{3,2 \text{ m}} \cdot 100 = 3,1 \%$$

7. La incertidumbre relativa porcentual de una medida de la longitud de una habitación es del 4 %, si el valor de la medida realizada es de 1,85 m, determina la incertidumbre absoluta cometida.

$$Er (\%) = \frac{E_a}{\text{Valor de la medida}} \cdot 100 \Rightarrow E_a = \frac{4 \cdot 1,85 \text{ m}}{100} = 0,07 \text{ m}$$

8. Señala el número de cifras significativas en las siguientes medidas de longitud:

1,55 m; 9,02 m; 0,010 cm; 1,00 · 10<sup>3</sup> cm; 2500 cm;

1,55 m: tres.

9,02 m: tres.

0,010 cm: una o dos si la sensibilidad del instrumento utilizado indica que su sensibilidad aprecia la milésima del cm.

1,00 · 10<sup>3</sup> cm: una o tres si la sensibilidad del instrumento utilizado indica que su sensibilidad aprecia las centésimas del cm.

2500 cm: dos o cuatro si la sensibilidad del instrumento utilizado indica que su sensibilidad aprecia las unidades de millar del cm.

9. Expresa las siguientes medidas en el SI, respetando el número de cifras significativas que poseen:

29 cm 100,0 dag 144 km/h 34,65 dm<sup>2</sup>

$$29 \text{ cm} = 29 \text{ cm} \cdot \frac{m}{100 \text{ cm}} = 0,29 \text{ m}$$

Considerando que 100,0 dag tiene cuatro cifras significativas porque aprecia la balanza de medida hasta la décima de dag, o sea el g, resulta que:

$$100,0 \text{ dag} = 100,0 \text{ dag} \cdot \frac{\text{kg}}{100 \text{ dag}} = 1,000 \text{ kg}$$

$$144 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 144 \frac{\text{km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{\text{km}}}{\text{h} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{\text{h}}} = 40,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$34,65 \text{ dm}^2 = 34,65 \text{ dm}^2 \cdot \frac{\text{m}^2}{100 \text{ dm}^2} = 0,3465 \text{ m}^2$$

**10. Se realizan dos medidas de volumen de líquidos, una con una probeta, que tiene una sensibilidad de  $\pm 1$  mL, y otra con una micropipeta, que tiene una sensibilidad de 0,05 mL a) Si con la probeta se miden 50 mL y con la pipeta 1,1 mL, ¿qué medida es más precisa? b) ¿Se puede medir con la probeta una cantidad de 20,15 mL?**

a) Con la probeta:  $V_1 = 50 \pm 1$  mL y con la micropipeta:  $V_2 = 1,1 \pm 0,05$  mL, de forma que:

$$E_{r1} (\%) = \frac{1 \text{ mL}}{50 \text{ mL}} \cdot 100 = 2,0 \% \quad \text{y} \quad E_{r2} (\%) = \frac{0,05 \text{ mL}}{1,1 \text{ mL}} \cdot 100 = 4,5 \%$$

Luego la medida más precisa es la efectuada con la probeta.

b) No, pues la probeta aprecia de mL en mL y después de medir 20 mL la siguiente media que se puede realizar es 21 mL y no 20,15 mL.

**11. ) Cuando se comete mayor imprecisión, al afirmar que un bebé tiene una edad de 10 meses o al decir que una persona tiene 20 años?**

La imprecisión absoluta en la edad del bebé es de un mes y en la del adulto 1 año, por lo que las imprecisiones relativas son:

$$E(\text{bebé}) = \frac{1 \text{ mes}}{10 \text{ mes}} \cdot 100 = 10 \% \quad \text{y} \quad E_r(\text{adulto}) = \frac{1 \text{ año}}{20 \text{ año}} \cdot 100 = 5 \%$$

Luego es más precisa la indicación de la edad de la persona adulta.

**12. Calcula la incertidumbre relativa porcentual cuando se aproxima el valor de la aceleración de la gravedad  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  al valor de  $10 \text{ m/s}^2$ .**

La incertidumbre absoluta es:  $E_a = 10 \text{ m/s}^2 - 9,81 \text{ m/s}^2 = 0,19 \text{ m/s}^2$

$$\text{La incertidumbre relativa es: } E_r = \frac{0,19 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \cdot 100 = 1,94 \%$$

13. Un estudiante efectúa mediciones para calcular el tiempo que tarda en ir de su casa al colegio. Para diferentes días registra la hora de salida de casa y la hora de llegada al colegio y obtiene los siguientes valores:

Día	L	M	X	J	V	S	L	M	X	J
salida	7:12	7:00	7:15	7:30	7:08	7:21	7:06	7:19	7:11	7:10
llegada	7:40	7:24	7:45	7:55	7:37	7:47	7:31	7:48	7:37	7:38

Halla: a) El tiempo promedio empleado en este trayecto. b) La desviación estándar.

Teniendo en cuenta que en cada día el tiempo que tarda es la diferencia entre la hora de llegada y la de salida, entonces:

Día	L	M	X	J	V	S	L	M	X	J
t <sub>i</sub> (min)	28	24	30	25	29	26	25	29	26	28

a)  $\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_i t_i$  De esta forma:

$$\bar{t} = \frac{1}{10} (28 \text{ min} + 24 \text{ min} + 30 \text{ min} + 25 \text{ min} + 29 \text{ min} + 26 \text{ min} + 25 \text{ min} + 29 \text{ min} + 26 \text{ min} + 28 \text{ min})$$

Luego al operar, resulta:  $\bar{t} = 27 \text{ min}$

b) Lo primero que hay que calcular es:  $|t_i - \bar{t}|$ , por lo que:

Día	L	M	X	J	V	S	L	M	X	J
t <sub>i</sub> (min)	28	24	30	25	29	26	25	29	26	28
$ t_i - \bar{t}  \text{ min}$	1	3	3	2	2	1	2	2	1	1

Como:  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_i^n |t_i - \bar{t}|^2}{(n-1)}}$ , siendo n = 10, entonces:

$$\sum_i |t_i - \bar{t}|^2 =$$

$$= 1^2 \text{ min}^2 + 3^2 \text{ min}^2 + 3^2 \text{ min}^2 + 2^2 \text{ min}^2 + 2^2 \text{ min}^2 + 1^2 \text{ min}^2 + 2^2 \text{ min}^2 + 2^2 \text{ min}^2 + 1^2 \text{ min}^2 + 1^2 \text{ min}^2 = 38 \text{ min}^2$$

De esta forma:  $\sigma = \sqrt{\frac{38 \text{ min}^2}{9}} = 2 \text{ min}$

**14. La sensibilidad de una balanza que mide hasta 10 kg es de  $\pm 10$  g, mientras otra mide hasta 10 g y tiene una sensibilidad de  $\pm 1$  g. ¿Cuál es la mejor balanza de las dos?**

La mejor balanza es la que tenga menor imprecisión relativa.

La primera balanza proporciona:  $m_1 = 10 \text{ kg} \pm 10 \text{ g}$  y la segunda:  $m_2 = 10 \text{ g} \pm 1 \text{ g}$ , por lo que resulta:

$$E_{r1} = \frac{10 \text{ g}}{10 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}} \cdot 100 = 0,1\% \quad \text{y} \quad E_{r2} = \frac{1 \text{ g}}{10 \text{ g}} \cdot 100 = 10\%$$

Luego la mejor balanza es la primera.

**15. Expresa en la unidad adecuada del sistema internacional las magnitudes expresadas por las siguientes ecuaciones de dimensión:**

a)  $MLT^{-2}$ . b)  $ML^{-3}$ . c)  $LT^{-1}$ . d)  $ML^2T^{-2}$ .

a)  $MLT^{-2}$  es:  $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

b)  $ML^{-3}$  es:  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$

c)  $LT^{-1}$  es:  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

d)  $ML^2T^{-2}$  es:  $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$

**16. Se mide la longitud de un lápiz nueve veces y se obtienen los siguientes valores:**

L (cm)	14,31	14,30	14,38	14,32	14,35	14,32	14,39	14,31	14,36
--------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

**Halla longitud del lápiz, expresada con su incertidumbre absoluta.**

Su valor considerado como verdadero es su valor medio, luego:

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_i L_i =$$

$$= \frac{1}{9} (14,31 \text{ cm} + 14,30 \text{ cm} + 14,38 \text{ cm} + 14,32 \text{ cm} + 14,35 \text{ cm} + 14,32 \text{ cm} + 14,39 \text{ cm} + 14,31 \text{ cm} + 14,36 \text{ cm})$$

De donde, al operar, resulta:  $\bar{L} = 14,34 \text{ cm}$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:



Primero se halla:  $\sum_i |L_i - \bar{L}|^2 =$   
 $= 3^2 \text{ cm}^2 + 4^2 \text{ cm}^2 + 4^2 \text{ cm}^2 + 2^2 \text{ cm}^2 + 1^2 \text{ cm}^2 + 2^2 \text{ cm}^2 + 5^2 \text{ cm}^2 + 3^2 \text{ cm}^2 + 2^2 \text{ cm}^2 = 88 \text{ cm}^2$

De esta forma:  $\sigma = \sqrt{\frac{88 \text{ cm}^2}{8}} = 3,317 \text{ cm}$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad del instrumento de medida es 0,01 cm, luego:  $\sigma = 3,32 \text{ cm}$ , por lo que como 3,32 cm es mayor que 0,01 cm, resulta que  $E_a = 3,32 \text{ cm}$ . Por tanto la longitud del lápiz es:  $14,34 \pm 3,32 \text{ cm}$

**17. Calcula las incertidumbres absolutas que proporcionan dos balanzas que se utilizan para medir la masa de un mismo objeto, realizando en cada caso cinco medidas y obteniendo los siguientes resultados:**

Balanza 1 (g)	25,55	25,56	25,54	25,57	25,53
Balanza 2 (g)	25,55	25,59	25,51	25,58	25,52

Para la primera balanza:

Su valor considerado como verdadero es:

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_i m_i = \frac{1}{5} (25,55 \text{ g} + 25,56 \text{ g} + 25,54 \text{ g} + 25,57 \text{ g} + 25,53 \text{ g}) = 25,55 \text{ g}$$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:

Primero se halla:  $\sum_i |m_i - \bar{m}|^2 = 0^2 \text{ g}^2 + 0,01^2 \text{ g}^2 + 0,01^2 \text{ g}^2 + 0,02^2 \text{ g}^2 + 0,02^2 \text{ g}^2 = 0,0010 \text{ g}^2$

De esta forma:  $\sigma = \sqrt{\frac{0,0010 \text{ g}^2}{4}} = 0,016 \text{ g}$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad de la balanza es 0,01 g, luego:  $\sigma = 0,02 \text{ g}$ , por lo que como 0,02 g es mayor que 0,01 g, resulta que:  
 $E_{a1} = 0,02 \text{ g}$ .

Por tanto:  $E_{a1}$  es:  $\pm 0,02 \text{ g}$

Para la segunda balanza:

Su valor considerado como verdadero es:

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_i m_i = \frac{1}{5} (25,55 \text{ g} + 25,59 \text{ g} + 25,51 \text{ g} + 25,58 \text{ g} + 25,52 \text{ g}) = 25,55 \text{ g}$$

Para hallar la incertidumbre absoluta se procede de la siguiente forma:

Primero se halla:  $\sum_i |m_i - \bar{m}|^2 = 0^2 \text{ g}^2 + 0,04^2 \text{ g}^2 + 0,04^2 \text{ g}^2 + 0,03^2 \text{ g}^2 + 0,03^2 \text{ g}^2 = 0,0050 \text{ g}^2$

De esta forma:  $\sigma = \sqrt{\frac{0,0050 \text{ g}^2}{4}} = 0,035 \text{ g}$

Por las medidas efectuadas, resulta que la sensibilidad de la balanza es 0,01 g, luego:  $\sigma = 0,04 \text{ g}$ , por lo que como 0,04 g es mayor que 0,01 g, resulta que:  
 $E_{a2} = 0,04 \text{ g}$ .

Por tanto:  $E_{a2}$  es:  $\pm 0,04 \text{ g}$

**18. En la siguiente tabla se muestran los resultados de siete mediciones de la longitud de un objeto:**

L (cm)	2,83	2,85	2,87	2,84	2,86	2,84	2,86
--------	------	------	------	------	------	------	------

**Halla: a) El valor considerado como verdadero de la medida. b) Las incertidumbres relativas porcentuales que se cometen en la tercera y en la cuarta medida.**

a) Su valor considerado como verdadero es su valor medio, luego:

$$\bar{L} = \frac{1}{n} \sum_i L_i = \frac{1}{7} (2,83 \text{ cm} + 2,85 \text{ cm} + 2,87 \text{ cm} + 2,84 \text{ cm} + 2,86 \text{ cm} + 2,84 \text{ cm} + 2,86 \text{ cm}) = 2,85 \text{ cm}$$

b) En relación con la tercera medida:  $E_a = 2,87 \text{ cm} - 2,85 \text{ cm} = 0,02 \text{ cm}$

$$\text{y } E_r = \frac{0,02 \text{ cm}}{2,85 \text{ cm}} \cdot 100 = 0,70 \%$$

En relación con la cuarta medida:  $E_a = 2,85 \text{ cm} - 2,84 \text{ cm} = 0,01 \text{ cm}$

$$\text{y } E_r = \frac{0,01 \text{ cm}}{2,85 \text{ cm}} \cdot 100 = 0,35 \%$$

**19. Halla el perímetro y la superficie de una hoja de papel que mide 297 mm de largo y 210 mm de ancho, considerando como error absoluto de cada medida 1 mm.**

El perímetro de la hoja es:  $p \pm \Delta p = (l \pm \Delta l) + (l \pm \Delta l) + (a \pm \Delta a) + (a \pm \Delta a)$

$$p = 297 \text{ mm} + 297 \text{ mm} + 210 \text{ mm} + 210 \text{ mm} = 1014 \text{ mm}$$

En el caso más desfavorable:  $\pm \Delta p = \pm (1 \text{ mm} + 1 \text{ mm} + 1 \text{ mm} + 1 \text{ mm}) = 4 \text{ mm}$

Por tanto: perímetro =  $1014 \pm 4 \text{ mm}$

La superficie del folio es:  $S = l \cdot a = 297 \text{ mm} \cdot 210 \text{ mm} = 62370 \text{ mm}^2$

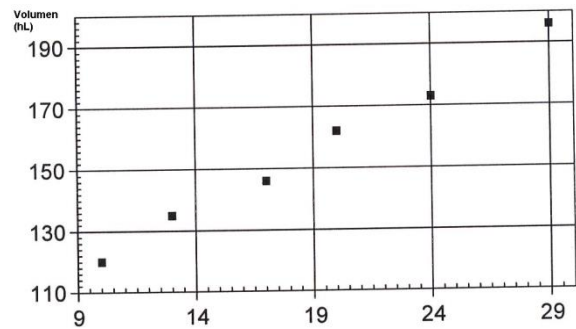
Aplicado la relación de la imprecisión relativa para el producto:  $\frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a}$

Con lo que la imprecisión absoluta en la determinación de la superficie es:

$$\Delta S = S \left( \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta a}{a} \right) = 62370 \text{ mm}^2 \left( \frac{1 \text{ mm}}{297 \text{ mm}} + \frac{1 \text{ mm}}{210 \text{ mm}} \right) = 507 \text{ mm}^2$$

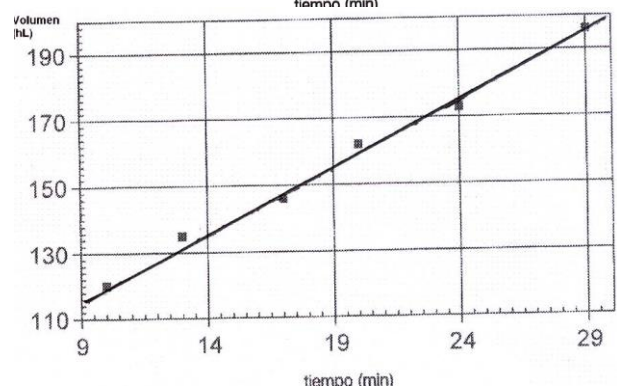
Y el área del folio es:  $S = 62370 \pm 507 \text{ mm}^2$

**20. Un depósito contiene una cierta cantidad de agua y se está llenando con una manguera, de forma que los datos referidos al volumen de agua en determinados tiempos se representan en la gráfica adjunta. a) Dibuja la recta que mejor se adapte a los puntos representados y encuentra la ecuación matemática de la misma. b) Cuál es el contenido inicial del depósito. c) ¿Qué cantidad de agua vierte la manguera en un minuto?**



a) La recta pedida en la gráfica es:

Dicha recta responde a la ecuación:  $V = m \cdot (t - 9) + b$ , donde por la lectura en la gráfica se observa que:  $b = 118 \text{ hL}$  cuando el reloj marca 9 min, siendo  $t$  el tiempo que marca el reloj a partir del valor inicial, de 9 min.



Para hallar el valor de la pendiente,  $m$ , se eligen dos puntos de la recta y se determina sobre la gráfica la variación de las variables entre esos dos puntos:

Así, si por ejemplo, un punto es  $P_1$  (12 min, 130 hL) y el otro  $P_2$  (17,5 min, 150 hL), resulta que:

$$m = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{150 \text{ hL} - 130 \text{ hL}}{17,5 \text{ min} - 12 \text{ min}} = 3,6 \text{ hL/min}$$

Luego la ecuación pedida es:  $V = 3,6 \frac{\text{hL}}{\text{min}} \cdot (t - 9 \text{ min}) + 118 \text{ hL}$

b) Para  $t = 9 \text{ min}$ , valor inicial o punto cero, resulta que  $V = 118 \text{ hL}$

c) Si  $t = 10 \text{ min}$  ha transcurrido 1 min y entonces:

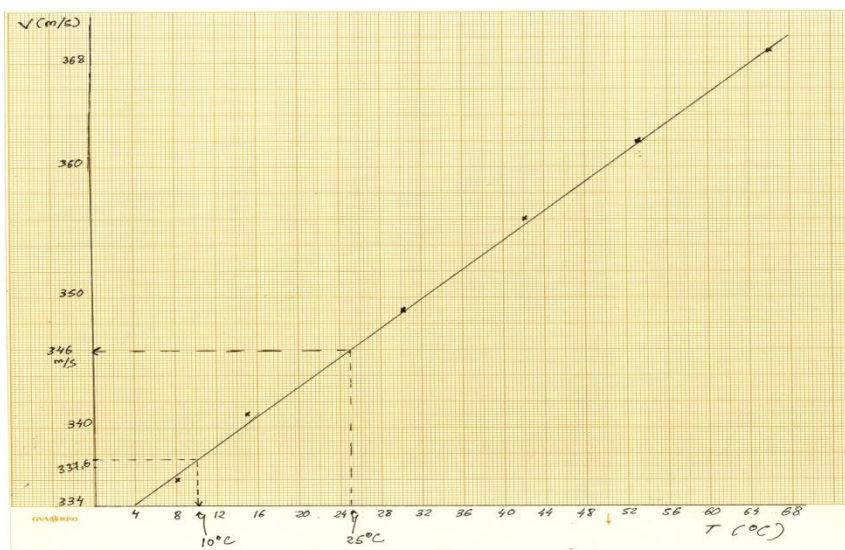
$$V = 3,6 \frac{\text{hL}}{\text{min}} \cdot (10 \text{ min} - 9 \text{ min}) + 118 \text{ hL} = 121,6 \text{ hL}$$

**21. La velocidad del sonido depende de la temperatura del medio. Con objeto de estudiar la relación entre ambas variables, se mide la velocidad de propagación del sonido en el aire a diferentes temperaturas. Los valores obtenidos se reflejan en la siguiente tabla:**

Temperatura del aire (°C)	8	17	30	42	53	66
velocidad del sonido (m/s)	336	342	349	356	362	369

a) Representa gráficamente los datos. b) ¿Cuál es la relación entre las dos variables? c) Halla la velocidad del sonido a 25 °C. d) Un determinado sonido tarda 8 s en recorrer una distancia de 2700 m, ¿cuál es la temperatura del aire?

a) Los datos se pueden representar mediante una línea recta, ya que:



b) La ecuación matemática de dicha relación es del tipo:  $y = b + m \cdot X$ , donde:

- x es la temperatura en °C.

- y es la velocidad del sonido en m/s.

c) De la lectura en la gráfica, se deduce que para  $t = 25\text{ °C} \Rightarrow v = 346\text{ m/s}$ .

d) De los datos se deduce que la velocidad del sonido es  $v = \frac{2700\text{ m}}{8\text{ s}} = 337,5\frac{\text{ m}}{\text{ s}}$

El valor más próximo en la gráfica es  $v = 337,6\frac{\text{ m}}{\text{ s}}$ , y a dicho valor le corresponde una temperatura del aire de 10 °C.

## UNIDAD 2: Sistemas materiales

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 27

1. En el siguiente listado, diferencia los cambios físicos de los químicos: a) Madera ardiendo. b) Piedra cayendo. c) Cera fundiendo. d) Lejía blanqueando una camisa. e) Zumo de limón actuando sobre mármol. f) Huevo cociendo.

a) Madera ardiendo: Es un fenómeno químico en el que se verifica la reacción química de combustión de la madera.

b) Piedra cayendo: Es un fenómeno físico en el que únicamente cambia la posición de la piedra.

c) Cera fundiendo: Es un fenómeno físico en el que cambia el estado de agregación de la cera, pasando del estado sólido al líquido por efecto del calor.

d) Lejía blanqueando una camisa: Es un fenómeno químico en el que la lejía destruye la grasa existente en las manchas por medio de una reacción química.

e) Zumo de limón actuando sobre mármol: Es un fenómeno químico mediante el cual el ácido existente en el zumo de limón descompone el mármol.

f) Huevo cociendo: Es un fenómeno químico, pues por medio de la cocción los constituyentes del huevo se transforman en otros diferentes, que se puede apreciar fácilmente por la diferencia en la consistencia del huevo e incluso en el sabor del huevo, antes de cocer (crudo) y una vez cocido.

2. Escribe la fórmula de los siguientes compuestos químicos: a) Sulfito plumboso. b) Óxido de estaño(II). c) Silano. d) Hidróxido aúrico. e) Heptaóxido de dicloro.

a) Sulfito plumboso:  $\text{PbSO}_3$

b) Óxido de estaño(II):  $\text{SnO}$

c) Silano:  $\text{SiH}_4$

d) Hidróxido aúrico:  $\text{Au(OH)}_3$

f) Heptaóxido de dicloro:  $\text{Cl}_2\text{O}_7$

3. Explica lo que significan las siguientes fórmulas químicas e indica el nombre de los compuestos químicos que representan: a)  $\text{SO}_3$ . b)  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . c)  $\text{ZnCl}_2$ . d)  $\text{CaCO}_3$ . e)  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ .

a)  $\text{SO}_3$  es la fórmula del trióxido de azufre y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es uno de S por tres de O.

b)  $\text{H}_2\text{SO}_4$  es la fórmula del ácido sulfúrico y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es dos de H, por uno de S y cuatro de O.

c)  $\text{ZnCl}_2$  es la fórmula del cloruro de cinc y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es uno de Zn por dos de Cl.

d)  $\text{CaCO}_3$  es la fórmula del carbonato de calcio y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es uno de Ca por uno de C y tres de O.

e)  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  es la fórmula del óxido férrico y muestra que en dicho compuesto químico la relación estequiométrica es dos de Fe por tres de O.

### ACTIVIDADES-PÁG. 28

#### 1. ¿Por qué a los gases y a los líquidos se les denominan fluidos?

Por su forma variable, lo que hace que puedan fluir y distribuirse por el interior del recipiente que les contiene.

#### 2. ¿Por qué los sólidos acostumbran a ser más densos que los líquidos y éstos son mucho más densos que los gases?

Lo sólidos tienen una forma constante y sus partículas están empaquetadas en el mismo, lo que hace que ocupan un volumen reducido y su densidad, por tanto, es elevada, comparada con la de los líquidos y gases.

#### 3. ¿Qué se entiende por difusión, expansión y compresión?

Difusión es la tendencia de las partículas de un fluido a ocupar todo el volumen del recinto en el que se encuentra.

Expansión es el aumento del volumen de un sistema material.

Compresión es la reducción del volumen de un sistema material.

### ACTIVIDADES-PÁG. 31

#### 4. A veces se dice en el lenguaje coloquial he bebido agua pura de un manantial, ¿es cierto que el agua de un manantial es una sustancia pura?

No, el agua de un manantial contiene en su disolución diversas sales minerales, si se dice que es "pura" (lo que es químicamente incorrecto) es porque es un agua de características sanitarias de buena calidad.

#### 5. Diferencia las siguientes mezclas en homogéneas o heterogéneas: agua de mar, corcho, petróleo, humo, vino, pintura, salsa de mayonesa, bronce y acero.

Agua de mar es un sistema homogéneo líquido, si no se considera las algas, los peces que en ella habitan y la contaminación y basura sólida que cada vez contiene más.

Corcho es un sistema heterogéneo sólido, en donde es visible a simple vista sus diferentes constituyentes.

Petróleo es un sistema e líquido formado fundamentalmente por diversos hidrocarburos.

Humo es un sistema homogéneo gaseoso formado por gases procedentes de la combustión de un combustible.

Vino es un sistema homogéneo líquido formado básicamente por agua y alcohol.

Pintura es un sistema homogéneo muy espeso formado por diversas sustancias, pero que a veces por el grado de preparación puede parecer un sistema heterogéneo.

Salsa de mayonesa es un sistema homogéneo originado por aceite y huevo, pero que a veces por el grado de preparación puede parecer un sistema heterogéneo.

Bronce es una aleación metálica, por lo que es un sistema homogéneo sólido.

Acero es una aleación metálica, por lo que es un sistema homogéneo sólido.

**6. Indica cuáles de los siguientes cambios son físicos o químicos: a) La formación del arco iris. b) La fermentación de la leche. c) La formación de nubes. d) La disolución de azúcar en agua. e) La obtención de sal en una salina. f) La preparación de una infusión de manzanilla. g) La obtención de hierro en un alto horno.**

a) La formación del arco iris es un fenómeno óptico y, por tanto, físico.

b) La fermentación de la leche es un cambio químico.

c) La formación de nubes es un fenómeno físico.

d) La disolución de azúcar en agua es un cambio físico.

e) La obtención de sal en una salina es un cambio físico.

f) La preparación de una infusión de manzanilla es un cambio físico.

g) La obtención de hierro en un alto horno es un cambio químico.

#### ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 48

**1. El nitrógeno y el hidrógeno se combinan en la proporción 14/3 entre las masas de nitrógeno e hidrógeno para formar amoníaco. Esto supone afirmar: a) 14 moléculas de nitrógeno reaccionan con 3 moléculas de hidrógeno. b) 14 g de nitrógeno se combinan con 3 g de hidrógeno. c) El nitrógeno reacciona mejor que el hidrógeno porque interviene en mayor proporción. Indica cuál es la afirmación correcta y razona la respuesta.**

La ecuación química ajustada del proceso que tiene lugar es:  $N_2 + 3 H_2 \rightarrow 2 NH_3$

Lo que muestra que la relación estequiométrica de la reacción química es 1:3:2

Ello quiere decir que: 1 mol de  $N_2$  reacciona con 3 mol de  $H_2$  para obtener 2 mol de  $NH_3$

Utilizando los valores de las masas atómicas que proporciona la Tabla Periódica resulta que las masas molares de dichas sustancias son:

$M$  de  $N_2 = 28 \frac{g}{mol}$ ,  $M$  de  $H_2 = 2 \frac{g}{mol}$  y  $M$  de  $NH_3 = 17 \frac{g}{mol}$ . Por tanto:

1 mol  $\cdot 28 \frac{g}{mol}$  de  $N_2$  reacciona con 3 mol  $\cdot 2 \frac{g}{mol}$  de  $H_2$  para originar 2 mol  $\cdot 17 \frac{g}{mol}$  de  $NH_3$

Lo que es: 28 g de  $N_2$  reacciona con 6 g de  $H_2$  para originar 34 g de  $NH_3$

Esta relación es la que se verifica o bien un múltiplo o submúltiplo de la misma, luego también se verifica que: 14 g de  $N_2$  reacciona con 3 g de  $H_2$  para originar 17 g de  $NH_3$ .

Por tanto, la respuesta correcta es la b):

**2. En relación con la ley de las proporciones definidas, explica la diferencia que existe entre decir la proporción entre las masas de los elementos químicos que se combinan y la proporción de los átomos de los elementos químicos que se combinan para formar un determinado compuesto químico. Explicalo con un ejemplo.**

Por ejemplo, en el caso del agua, de fórmula  $H_2O$ , dos átomos del elemento químico H se combinan con 1 átomo del elemento químico O para originar una molécula del compuesto químico  $H_2O$ , o cualquier relación múltiplo de la misma, como dos mol del elemento químico H se combinan con 1 mol del elemento químico O para originar un mol del compuesto químico  $H_2O$ .

Teniendo en cuenta que las masas molares atómicas del H y del O son, respectivamente,  $1 \frac{g}{mol}$  y  $16 \frac{g}{mol}$ ,

resulta que para obtener 1 mol de  $H_2O$  se necesita:  $2 \text{ mol} \cdot 1 \frac{g}{mol}$  de H y  $1 \text{ mol} \cdot 16 \frac{g}{mol}$  de O para así

formar  $1 \text{ mol} \cdot 18 \frac{g}{mol}$  de  $H_2O$ .

En otras palabras 2 g del elemento químico hidrógeno se combinan con 16 g del elemento químico oxígeno para originar 18 g del compuesto químico  $H_2O$

O también: 1 g del elemento químico hidrógeno se combinan con 8 g del elemento químico oxígeno para originar 9 g del compuesto químico  $H_2O$ .

Por tanto, mientras que la relación atómica es 2 átomos de hidrógeno se combinan con 1 átomo de oxígeno. A nivel de masas 1 g del elemento químico hidrógeno se combinan con 8 g del elemento químico oxígeno para formar 9 g del compuesto químico  $H_2O$ .

**3. A partir de los datos de las masas atómicas, determina la composición centesimal de los elementos químicos que constituyen el fosfato de sodio, de fórmula  $Na_3PO_4$ .**

Sabiendo que las masas molares atómicas son:

$$M_{Na} = 23 \frac{g}{mol}; \quad M_P = 31 \frac{g}{mol}; \quad M_O = 16 \frac{g}{mol}$$

Resulta que la masa molar del fosfato de sodio es:  $M = 164 \frac{g}{mol}$

El % de Na es:

$$\text{El \% de P es: } \frac{1 \cdot M_P}{M} \cdot 100 = \frac{1 \cdot 31 \frac{g}{mol}}{164 \frac{g}{mol}} \cdot 100 = 18,89 \%$$



$$\text{El \% de O es: } \frac{4 \cdot M_{\text{O}}}{M} \cdot 100 = \frac{4 \cdot 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{164 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 39,04 \%$$

$$\text{El \% de Na es: } \frac{3 \cdot M_{\text{Na}}}{M} \cdot 100 = \frac{3 \cdot 23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{164 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 42,07 \%$$

4. Halla el número de átomos de hidrógeno existentes en 1 kg de agua.

Dado que:  $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ , para el agua, cuya masa molar es  $18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , resulta que:

$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 3,34 \cdot 10^{25} \text{ moléculas de H}_2\text{O}$$

Como en cada molécula de H<sub>2</sub>O hay 2 átomos de H, luego el número de átomos de H existentes es:

$$2 \cdot 3,34 \cdot 10^{25} \text{ átomos de H} = 6,69 \cdot 10^{25} \text{ átomos de H}$$

5. Los porcentajes en % de los elementos químicos que constituyen un compuesto químico son: Cr: 35,40%, O: 38,00% y K: 26,60%. Determina la fórmula empírica de dicho compuesto químico.

Sabiendo que:  $M_{\text{Cr}} = 52,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ;  $M_{\text{K}} = 39,1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ ;  $M_{\text{O}} = 16,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La cantidad de cada elemento químico, en mol, en el compuesto químico es la siguiente:

$$\frac{35,40 \text{ g}}{52,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,68 \text{ molde Cr}; \quad \frac{38,00 \text{ g}}{16,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2,38 \text{ molde O}; \quad \frac{26,60 \text{ g}}{39,1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,68 \text{ molde K}$$

Es decir, la proporción del número de átomos de cada elemento químico en el compuesto químico es de 0,68 de Cr por cada 2,38 de O y 0,68 de K, o cualquier múltiplo o submúltiplo de esta relación.

Puesto que la fórmula química de un compuesto químico expresa esta relación en números enteros, se toma como dato de referencia el menor de los cocientes obtenidos anteriormente y se dividen los otros valores entre él. Con ello se obtiene la proporción relativa en la que se encuentran los átomos de los elementos químicos en el compuesto químico. De forma que:

$$\frac{0,68 \text{ mol}}{0,68 \text{ mol}} = 1,00 \text{ de Cr}; \quad \frac{2,38 \text{ mol}}{0,68 \text{ mol}} = 3,50 \text{ de O}; \quad \frac{0,68 \text{ mol}}{0,68 \text{ mol}} = 1,00 \text{ de K}$$

Es decir: hay 1 átomo de Cr por cada 3,5 de O y 1 átomo de K, y también 2 átomo de Cr por cada 7 de O y 2 átomo de K, luego la fórmula empírica del compuesto químico es:  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ .

**6. Halla la fórmula empírica del cloruro de sodio, si 6,07 g de cloro se combinan con 3,93 g de sodio.**

Si 6,07 g de cloro se combinan con 3,93 g de sodio se forman 10,00 g de NaCl, luego los porcentajes de cada elemento químico en el cloruro de sodio son.

$$\text{Cl: } \frac{6,07 \text{ g}}{10 \text{ g}} \cdot 100 = 60,7 \% \text{ y Na: } \frac{3,93 \text{ g}}{10 \text{ g}} \cdot 100 = 39,3 \%$$

$$\text{Sabiendo que: } M_{\text{Cl}} = 35,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}; \quad M_{\text{Na}} = 23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

La cantidad de cada elemento químico, en mol, en el compuesto químico es la siguiente:

$$\frac{60,7 \text{ g}}{35,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 1,71 \text{ mol de Cl}; \quad \frac{39,3 \text{ g}}{23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 1,71 \text{ mol de Na}$$

Es decir, la proporción del número de átomos de cada elemento químico en el compuesto químico es de 1,71 de Cl por cada 1,71 de Na, o cualquier múltiplo o submúltiplo de esta relación.

Puesto que la fórmula química de un compuesto químico expresa esta relación en números enteros, se toma como dato de referencia el menor de los cocientes obtenidos anteriormente y se dividen los dos valores entre él. Con ello se obtiene la proporción relativa en la que se encuentran los átomos de los elementos químicos en el compuesto químico. De forma que:

$$\frac{1,71 \text{ mol}}{1,71 \text{ mol}} = 1,00 \text{ de Cl}; \quad \frac{1,71 \text{ mol}}{1,71 \text{ mol}} = 1,00 \text{ de Na}$$

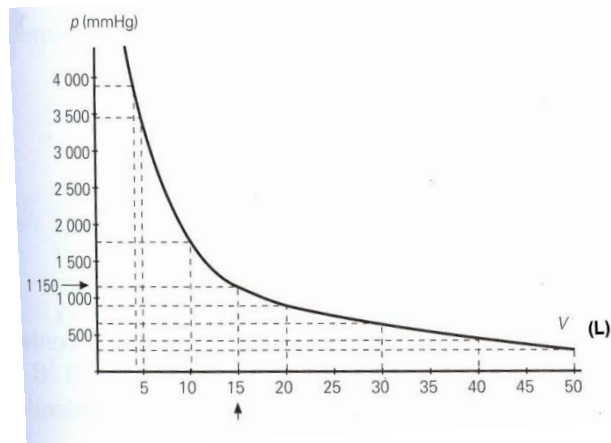
Es decir: hay 1 átomo de Cl por cada 1 de Na, luego la fórmula empírica del compuesto químico es: NaCl.

V (L)	p (mm de Hg)
50	340
40	430
30	570
20	860
10	1700
5	3425
4,5	3800

7. En una experiencia de laboratorio de gases a temperatura constante, se miden presiones en mm de Hg y volúmenes de un gas ideal en litros, obteniéndose los valores de la tabla adjunta. A partir de los datos de dicha tabla:

- Representa en una gráfica los valores de las presiones frente a los volúmenes.
- Determina la ecuación matemática que relaciona la presión y el volumen.
- Calcula, por dos procedimientos diferentes, el valor del volumen que se obtiene para una presión de 1150 mm de Hg.

a) La gráfica es la siguiente:



b) Multiplicando  $p \cdot V$  resulta:

V (L)	p (mm Hg)	$p \cdot V$ (mm Hg · L)
50	340	17000
40	430	17200
30	570	17100
20	860	17200
10	1700	17000
5	3425	17125
4,5	3800	17100

Promediando los valores del producto  $p \cdot V$  resulta 17100 mm Hg · L, y la ecuación general que relaciona la presión y el volumen es:  $p \cdot V = cte = 17100 \text{ mm Hg} \cdot \text{L}$

c) Un método es aplicar la ecuación anterior, luego:

$$1150 \text{ mm Hg} \cdot V = 17100 \text{ mm Hg} \cdot \text{L} \Rightarrow V = 15 \text{ L.}$$

Otra forma es leer el valor de V sobre la gráfica representada anteriormente.

**8. ¿Es compatible el modelo de la teoría cinética de la materia con el modelo de la teoría corpuscular de la materia de Dalton? Para responder a esta pregunta, te servirá de ayuda el siguiente cuestionario: a) ¿Hay ideas que se repiten en los dos modelos? b) ¿En qué aspectos se diferencian? c) ¿Cuál de los dos modelos interpreta mejor el comportamiento de la materia?**

Ambas teorías sí que son compatibles y hacen referencia a que la materia está formada por partículas indivisibles, que Dalton llama átomos.

La diferencia principal de dichas teorías, es que mientras la teoría cinética hace referencia a aspectos que pudiéramos llamar físicos: el movimiento de partículas gaseosas en el interior de un recipiente, sin que exista un cambio químico, la teoría de Dalton se refiere a la forma de organización de las partículas, en este caso átomos, de la materia, explicando los cambios que pueden tener lugar como consecuencia de una reacción química.

No se puede decir que un modelo interprete mejor que el otro el comportamiento de la materia, pues como se ha dicho antes, hacen referencia a aspectos distintos del comportamiento de la materia. No obstante, si tenemos en cuenta que el modelo atómico de Dalton ha sido sustituido por otros y que la teoría cinética de los gases de Bernouilli, únicamente ha sido completada por Maxwell y otros científicos en el siglo XIX en sus aspectos fundamentalmente matemáticos, se puede decir que el modelo de la teoría cinética ha llegado hasta nuestros días, mientras que la teoría atómica de Dalton no.

**9. El azufre y el oxígeno pueden originar tres compuestos químicos distintos cuando se combinan entre sí. Así 32 g de azufre reaccionan con 16 g de oxígeno, pero también 32 g de azufre puede reaccionar con 32 g y con 48 g de oxígeno. ¿Existe alguna regularidad en estas proporciones? Halla las fórmulas empíricas de los tres compuestos químicos.**

32 g de S reaccionan con 16 g de O<sub>2</sub> para formar el óxido I

32 g de S reaccionan con 32 g de O<sub>2</sub> para formar el óxido II

32 g de S reaccionan con 48 g de O<sub>2</sub> para formar el óxido III

Aplicando la ley de las proporciones múltiples resulta:

$$\text{Óxido III: } \frac{48}{16} = 3 \quad \text{Óxido II: } \frac{32}{16} = 2 \quad \text{Óxido I: } \frac{16}{16} = 1$$

Luego las fórmulas son: óxido III: SO<sub>3</sub>; óxido II: SO<sub>2</sub> y óxido I: SO.

**10. Calcula: a) La masa, en g, del gas butano, de fórmula C<sub>4</sub>H<sub>10</sub>, existente en un recipiente de 20,0 L de capacidad, si la presión es 2 atm y la temperatura 20 °C. b) El número de moléculas existentes.**

a) Aplicando la ecuación de los gases perfectos:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , se puede calcular la cantidad de gas butano, n, en mol:

$$2 \text{ atm} \cdot 20,0 \text{ L} = n \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 20) \text{ K} \Rightarrow n = 1,66 \text{ mol}$$

Sabiendo que la masa molar del butano es:  $M = 58 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces la masa de butano existente se obtiene

$$\text{a partir de: } n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = 1,66 \text{ mol} \cdot 58 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 96,6 \text{ g}$$

b) El número de moléculas,  $N$ , se halla a partir de:  $n = \frac{N}{N_A}$ , luego:

$$1,66 \text{ mol} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 1,0 \cdot 10^{24} \text{ moléculas}$$

**11. Determina, en las condiciones normales de presión y temperatura (C.N.), el volumen de los siguientes gases: a) 1 mol de  $\text{O}_2$ . b) de 0,5 mol de  $\text{CO}_2$ .**

Las condiciones normales son 0°C de temperatura y 1 atm de presión, y en dichas condiciones el volumen molar de cualquier gas es  $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$ , por lo que:

$$n = \frac{V}{V_m}$$

$$\text{a) } 1 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 22,4 \text{ L de } \text{O}_2$$

$$\text{b) } 0,5 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 11,2 \text{ L de } \text{CO}_2$$

**12. Un recipiente de  $272 \text{ cm}^3$  de capacidad contiene 1,39 g de un gas desconocido, a la temperatura de  $20^\circ \text{C}$  y 729 mm de Hg de presión. Halla la masa molar de dicho gas.**

$$\text{Sabiendo que: } V = 272 \text{ cm}^3 = 272 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3} = 0,272 \text{ L}$$

$$p = 729 \text{ mm de Hg} = 729 \text{ mmHg} \cdot \frac{\text{atm}}{760 \text{ mmHg}} = 0,959 \text{ atm}$$

$$T = (20 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K}$$

Aplicando:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , resulta que:

$$0,959 \text{ atm} \cdot 0,272 \text{ L} = n \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293 \text{ K} \Rightarrow n = 0,011 \text{ mol}$$

Por lo que, como:  $n = \frac{m}{M} \Rightarrow M = \frac{m}{n} = \frac{1,39 \text{ g}}{0,011 \text{ mol}} = 128,00 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

13. ¿Qué muestra contiene mayor número de átomos: a) 1 g de Na. b) 1 mol de CO<sub>2</sub>. c) 1 g de NH<sub>3</sub>?

a) La masa molar atómica del Na es  $23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , y como:  $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ , entonces:

$$\frac{1 \text{ g}}{23 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{átomos}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 2,62 \cdot 10^{22} \text{ átomos de Na}$$

b) La masa molar del CO<sub>2</sub> es  $44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y como:  $n = 1 \text{ mol}$ , entonces:

$$1 \text{ mol} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas de CO}_2$$

Y como cada molécula de CO<sub>2</sub> contiene tres átomos, luego hay:

$$3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ átomos} = 18,06 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

c) La masa molar del NH<sub>3</sub> es  $17 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y como:  $n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$ , entonces:

$$\frac{1 \text{ g}}{17 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 3,54 \cdot 10^{22} \text{ moléculas de NH}_3$$

Y como cada molécula de NH<sub>3</sub> contiene cuatro átomos, luego hay:

$$4 \cdot 3,54 \cdot 10^{22} \text{ átomos} = 1,42 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

Luego la respuesta correcta es la b)

14. Halla la masa, en g, de un colectivo de moléculas de oxígeno igual a la constante de Avogadro, sabiendo que la masa atómica del oxígeno es 16 u y que  $1 \text{ u} = 1,6603 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ .

$$M_{O_2} = 2 \cdot M_O = 2 \cdot 16 \frac{u}{\text{molécula}} \cdot 1,6603 \cdot 10^{-24} \frac{g}{u} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ molécula} = 32 g$$

15. La sacarosa es un azúcar formado por moléculas de fórmula  $C_{12}H_{22}O_{11}$ . Si una muestra de sacarosa contiene 171 g, calcula: a) La cantidad de sacarosa existente, en mol. b) Las moléculas de sacarosa que hay. c) El contenido en carbono, en mol. d) Los átomos de hidrógeno que hay.

a) La masa molar de la sacarosa es  $M = 342 \frac{g}{mol}$ , por lo que:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{171g}{342 \frac{g}{mol}} = 0,5 \text{ mol}$$

$$b) n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} \Rightarrow 0,5 \text{ mol} = \frac{N}{6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}}{\text{mol}}} \Rightarrow N = 3,01 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

c) Si hay 0,5 mol de  $C_{12}H_{22}O_{11}$ , como por cada molécula de sacarosa hay 6 átomos de C, luego hay:  $0,5 \text{ mol} \cdot 12 = 6 \text{ mol de C}$

d) Si hay 0,5 mol de  $C_{12}H_{22}O_{11}$ , como por cada molécula de sacarosa hay 22 átomos de H, luego hay:  $0,5 \text{ mol} \cdot 22 = 11 \text{ mol de H}$  y, por tanto:

$$11 \text{ mol} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \frac{\text{átomo}}{\text{mol}} = 6,62 \cdot 10^{24} \text{ átomos de H}$$

16. Calcula la masa de nitrógeno existente en 10 kg de nitrato de potasio de fórmula  $KNO_3$ .

La masa molar atómica del N es  $14 \frac{g}{mol}$  y la masa molar del  $KNO_3$  es  $101 \frac{g}{mol}$

Luego el % de N en el  $KNO_3$  es:  $\frac{14 \frac{g}{mol}}{101 \frac{g}{mol}} \cdot 100 = 13,86 \%$ , por tanto:

$$m = 10 \text{ kg} \cdot \frac{13,86}{100} = 1,38 \text{ kg}$$

17. ¿Qué compuesto químico tiene un mayor porcentaje en nitrógeno:  $(NH_4)_2SO_4$  o  $NH_4NO_3$ ?

La masa molar atómica del N es  $14 \frac{g}{mol}$ , la masa molar del  $(NH_4)_2SO_4$   $132 \frac{g}{mol}$  y la del  $NH_4NO_3$   $80 \frac{g}{mol}$ , luego:

$$\text{En el } (\text{NH}_4)_2\text{SO}_4: \% \text{ de N: } \frac{2 \cdot 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{132 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 21,2 \%$$

$$\text{En el } \text{NH}_4\text{NO}_3: \% \text{ de N: } \frac{2 \cdot 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{80 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 35,0 \%$$

Luego el mayor porcentaje de N está en el  $\text{NH}_4\text{NO}_3$ .

**18. Determina las fórmulas empíricas de dos óxidos de hierro, sabiendo que 9,68 g y 14,11 g de oxígeno están combinados con 32,82 g de hierro, en ambos casos.**

$$M_{\text{O}} = 16,0 \text{ g/mol y } M_{\text{Fe}} = 55,8 \text{ g/mol}$$

Dividiendo cada una de las cantidades de los elementos químicos entre sus masas molares atómicas se obtiene la cantidad, en mol, de cada uno de los elementos químicos que han entrado en la combinación:

$$\text{En el primer compuesto: } \frac{9,68 \text{ g}}{16,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,605 \text{ mol de O y } \frac{32,82 \text{ g}}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,588 \text{ mol de Fe}$$

Ahora dividiendo por la menor de dichas cantidades resulta que:

$$\frac{0,605 \text{ mol}}{0,588 \text{ mol}} = 1,02 \text{ de O y } \frac{0,588 \text{ mol}}{0,588 \text{ mol}} = 1 \text{ de Fe}$$

Por lo que la fórmula del compuesto es FeO.

$$\text{En el segundo compuesto: } \frac{14,11 \text{ g}}{16,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,882 \text{ mol de O y } \frac{32,82 \text{ g}}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,588 \text{ mol de Fe}$$

Ahora dividiendo por la menor de dichas cantidades resulta que:

$$\frac{0,882 \text{ mol}}{0,588 \text{ mol}} = 1,5 \text{ de O y } \frac{0,588 \text{ mol}}{0,588 \text{ mol}} = 1 \text{ de Fe}$$

Por lo que la fórmula del compuesto sería  $\text{FeO}_{1,5}$ , por lo que multiplicando por dos resulta  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ .



19. La ecuación química que representa la reacción química entre los gases nitrógeno e hidrógeno para formar amoníaco gas es:  $N_2 + H_2 \rightarrow 2 NH_3$ . a) Indica cuál es la relación de los volúmenes de combinación entre dichas sustancias cuando se miden en las mismas condiciones de presión y temperatura. b) En el caso de que la relación entre los volúmenes de combinación fuese 1:1:1, ¿cuál sería la ecuación química del proceso?

a) Primero hay que ajustar la ecuación química, resultando:  $N_2 + 3 H_2 \rightarrow 2 NH_3$ .

De esta forma: 1 volumen de  $N_2$  reacciona con 3 volúmenes de  $H_2$  para originar 2 volúmenes de  $NH_3$  y la relación entre los volúmenes es: 1:3:2.

b) Sería:  $N_2 + H_2 \rightarrow NH_3$

20. Un óxido de nitrógeno gaseoso tiene 30,49% de nitrógeno y 69,51% de oxígeno. En condiciones normales de presión y temperatura, 0,253 g de dicho gas, supuesto ideal ocupan un volumen de 123 mL. Calcula la fórmula química del óxido.

Sabiendo que:  $M_N = 14,0 \frac{g}{mol}$  y  $M_O = 16,0 \frac{g}{mol}$

La cantidad de cada elemento químico, en mol, en el compuesto químico es la siguiente:

$$\frac{30,49 g}{14,0 \frac{g}{mol}} = 2,18 \text{ mol de N y } \frac{69,51 g}{16,0 \frac{g}{mol}} = 4,34 \text{ mol de O}$$

Dividiendo por la menor de dichas cantidades se obtiene:

$$\frac{2,18 \text{ mol}}{2,18 \text{ mol}} = 1 \text{ de N y } \frac{4,34 \text{ mol}}{2,18 \text{ mol}} = 2 \text{ de O} \Rightarrow \text{la fórmula empírica del óxido es } NO_2$$

En condiciones normales, el volumen molar de dicho gas es  $22,4 \frac{L}{mol}$  y como:

$$n = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m}, \text{ entonces:}$$

$$\frac{0,253 g}{M} = \frac{123 \text{ mL} \cdot \frac{L}{1000 \text{ mL}}}{22,4 \frac{L}{mol}} \Rightarrow M = 46 \frac{g}{mol}$$

Como la masa molar de la fórmula del óxido de nitrógeno es  $46 \frac{g}{mol}$ , entonces la fórmula empírica coincide con la fórmula molecular y el resultado es  $NO_2$ .

**21. Un hidrocarburo contiene 85,63 % de C y 14,37 % de H. Si su masa molar es 28 g/mol, halla: a) Su fórmula empírica. b) La fórmula molecular.**

Sabiendo que:  $M_C = 12,0 \frac{g}{mol}$  y  $M_H = 1,0 \frac{g}{mol}$

a) La cantidad de cada elemento químico, en mol, en el hidrocarburo es la siguiente:

$$\frac{85,63 \text{ g}}{12,0 \frac{g}{mol}} = 7,14 \text{ mol de C} \quad \text{y} \quad \frac{14,37 \text{ g}}{1,0 \frac{g}{mol}} = 14,37 \text{ mol de H}$$

Dividiendo por la menor de dichas cantidades se obtiene:

$$\frac{7,14 \text{ mol}}{7,14 \text{ mol}} = 1 \text{ de C} \quad \text{y} \quad \frac{14,37 \text{ mol}}{7,14 \text{ mol}} = 2 \text{ de H} \Rightarrow \text{fórmula empírica del hidrocarburo es } CH_2$$

b) La masa molar de la fórmula empírica es  $14 \frac{g}{mol}$ , luego:

$$n = \frac{28 \frac{g}{mol}}{14 \frac{g}{mol}} = 2, \text{ por tanto la fórmula molecular es: } (CH_2)_n = (CH_2)_2 = C_2H_4$$

**22. Una muestra contiene estaño y oxígeno y tienen la siguiente composición: 19,78 g de Sn y 2,67 g de O y otra muestra contiene 23,79 g de Sn y 6,40 g de O. ¿Se trata del mismo compuesto químico o no?**

En la primera muestra: hay 22,45 g de óxido y los porcentajes de cada elemento químico en el mismo son:

$$\frac{19,78 \text{ g Sn}}{22,45 \text{ g de óxido}} \cdot 100 = 88,11\% \text{ de Sn} \quad \text{y} \quad \frac{2,67 \text{ g O}}{22,45 \text{ g de óxido}} \cdot 100 = 11,89\% \text{ de O}$$

En la segunda muestra: hay 30,19 g de óxido y los porcentajes de cada elemento químico en el mismo son:

$$\frac{23,79 \text{ g Sn}}{30,19 \text{ g de óxido}} \cdot 100 = 78,80\% \text{ de Sn} \quad \text{y} \quad \frac{6,40 \text{ g O}}{30,19 \text{ g de óxido}} \cdot 100 = 21,20\% \text{ de O}$$

Luego como los porcentajes de los elementos químicos son diferentes, los óxidos también lo son.

23. Una pasta dentífrica tiene la composición del recuadro adjunto. a) Calcula la cantidad de talco en 500 g de pasta. b) Halla tanto por ciento de la mezcla.

150 g de carbonato de calcio
100 g de glicerina
20 g de talco
5 g de esencia de menta

el

a) De la composición se deduce que:

$$\frac{20 \text{ g de talco}}{275 \text{ g totales}} \cdot 100 = 7,27 \% \text{ de talco}$$

$$\text{Por tanto: } m = 500 \text{ g} \cdot \frac{7,27}{100} = 36,35 \text{ g de talco}$$

$$\text{b) } \frac{150 \text{ g de carbonato}}{275 \text{ g totales}} \cdot 100 = 54,55 \% \text{ de carbonato}$$

$$\frac{100 \text{ g de glicerina}}{275 \text{ g totales}} \cdot 100 = 36,36 \% \text{ de glicerina}$$

$$\frac{5 \text{ g de esencia de menta}}{275 \text{ g totales}} \cdot 100 = 1,82 \% \text{ de esencia de menta}$$

24. Un laboratorio ha analizado 20 g de un compuesto químico y ha obtenido la siguiente composición: 5,59 g de carbono, 6,95 g de oxígeno y 8,42 g de hidrógeno. a) El responsable del laboratorio recibe los resultados y decide repetir los análisis, ¿por qué? b) Si el resultado incorrecto es la masa del carbono, calcula la composición centesimal del compuesto químico.

a)  $5,59 \text{ g} + 6,95 \text{ g} + 8,42 \text{ g} = 20,96 \text{ g}$  y como se dice que se parte de 20 g, existe un error en el análisis y se debe repetir el mismo.

b)  $m \text{ de C} = 20 \text{ g} - (6,95 \text{ g} + 8,42 \text{ g}) = 4,63 \text{ g}$ , por tanto:

$$\frac{4,63 \text{ g de C}}{20 \text{ g totales}} \cdot 100 = 23,15 \% \text{ de C}; \quad \frac{6,95 \text{ g de O}}{20 \text{ g totales}} \cdot 100 = 34,75 \% \text{ de O}$$

$$\frac{8,42 \text{ g de H}}{20 \text{ g totales}} \cdot 100 = 42,10 \% \text{ de H}$$

25. Un compuesto químico tiene 14,4 % de Al. a) ¿Qué cantidad de aluminio hay en 16 kg de dicho mineral? b) ¿Qué cantidad de dicho compuesto químico se necesita para extraer 1,5 kg de aluminio?

$$a) m = 16 \text{ kg} \cdot \frac{14,4}{100} = 2,3 \text{ kg de Al}$$

$$b) 1,5 \text{ kg} = m \cdot \frac{14,4}{100} \Rightarrow m = 10,4 \text{ kg de mineral}$$

26. Calcula la densidad, en condiciones normales de presión y temperatura, de los siguientes gases: a) NO. b)  $\text{N}_2\text{O}_3$ , c)  $\text{N}_2$ .

Como:  $n = \frac{m}{M} = \frac{V}{V_m}$ , entonces:  $d = \frac{m}{V} = \frac{M}{V_m}$ , si  $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$a) \text{ Si la masa molar del NO es } 30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \text{ resulta que: } d = \frac{30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 1,34 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

$$b) \text{ Si la masa molar del } \text{N}_2\text{O}_3 \text{ es } 76 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \text{ resulta que: } d = \frac{76 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 3,39 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

$$c) \text{ Si la masa molar del } \text{N}_2 \text{ es } 28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \text{ resulta que: } d = \frac{28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 1,25 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

27. Halla el volumen que ocupan 2 mol del gas hidrógeno a 25 °C de temperatura y 1 atm de presión.

Aplicando:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , resulta que:

$$1 \text{ atm} \cdot V = 2 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 25) \text{K} \Rightarrow V = 48,9 \text{ L}$$

### UNIDAD 3: Mezclas

#### CUESTIONES INICIALES-PÁG.51

1. Sin probar, ¿cuál de las dos disoluciones acuosas siguientes de la sal cloruro de sodio está más salada?: una que contiene 10 g de sal en 500 mL de disolución u otra que contiene 2,35 g de sal en 100 cm<sup>3</sup> de disolución.

Estará más salado aquel que tenga más contenido de cloruro de sodio por unidad de volumen. Así:

En el primer caso existen 10 g de sal en 500 mL, o bien: 
$$\frac{10 \text{ g}}{500 \text{ mL}} \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ mL}} = 20 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

El segundo contiene 2,35 g de sal en 100 cm<sup>3</sup>, o bien: 
$$\frac{2,35 \text{ g}}{100 \text{ cm}^3} \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3} = 23,5 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

Luego el segundo vaso está más salado, pues su concentración es mayor.

2. De las siguientes expresiones, ¿cuál es cierta?: a) El acero es una mezcla. b) El queso es una mezcla homogénea. c) El vino es una sustancia pura. d) El aire es un compuesto químico.

La expresión a) es correcta, pues el acero es una aleación (disolución) formada por hierro metal y carbono, que puede contener además otras cantidades de otros metales como el titanio o el wolframio.

b) El queso no es una mezcla homogénea, y se puede observar a simple vista su heterogeneidad.

c) El vino no es sustancia pura, aunque es una mezcla homogénea.

d) El aire no es un compuesto químico, sino una mezcla de diversos gases.

3. ¿A qué se llama mezcla inmiscible y mezcla miscible? Pon un ejemplo de cada una de ellas.

Mezcla inmiscible es una mezcla heterogénea en la que sus componentes están perfectamente separados, por ejemplo, el agua y el aceite, o la arena y las piedras.

Mezcla miscible es una mezcla en la que sus componentes originan una mezcla homogénea, por ejemplo, la sal y el agua o el azúcar y el agua.

#### ACTIVIDADES-PÁG. 52

1. Indica y explica el método que se debe utilizar para separar los componentes de las siguientes mezclas: a) Arena y grava. b) Alcohol y agua. c) Aceite y agua. d) Limaduras de hierro y azufre. e) Sal y agua. f) Glicerina y agua.

- a) Arena y grava: en función del diferente tamaño de partículas entre la arena y la grava, la separación se realiza por filtración.
- b) Alcohol y agua: en función de la diferente temperatura de ebullición entre el agua y el alcohol, la separación se realiza por destilación.
- c) Aceite y agua; al ser dos líquidos inmiscibles, la separación se realiza por decantación
- d) Limaduras de hierro y azufre: al ser dos sólidos, uno magnético y el otro no, la separación se realiza con la ayuda de un imán, que atrae las limaduras el hierro.
- e) Sal y agua: si se deja evaporar el agua, la sal cristaliza, luego la separación se realiza por cristalización en función de la diferente solubilidad de la sal en el agua.
- f) Glicerina y agua, la destilación a la presión atmosférica no es un buen método para separar ambos líquidos, pues la glicerina, aunque tiene una temperatura mayor de ebullición que el agua, a partir de 100 °C se evapora, por ello el mejor método de separación es por cromatografía, empleando una mezcla de alcohol y éter para efectuar la difusión y el arrastre sobre el papel en el que se realiza la cromatografía.

## 2. Explica lo que ocurre cuando se usa un quitamanchas para eliminar una mancha de grasa en la ropa.

Lo que hace el quitamanchas es disolver la grasa y después ésta se puede eliminar fácilmente por arrastre de la disolución.

## 3. ¿Qué ocurre cuando centrifuga una lavadora?

La eliminación del agua de la ropa.

## ACTIVIDADES-PÁG. 60

### 4. ¿Qué volumen ocupa 1 mol de un gas ideal a la presión atmosférica y temperatura de 25 °C?

Sabiendo que:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , entonces:

$$1 \text{ atm} \cdot V = 1 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 25) \text{ K} \Rightarrow V = 24,4 \text{ L}$$

## ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 66

**1. Idea un procedimiento para separar los componentes de una mezcla de arena (sílice, de fórmula SiO<sub>2</sub>), sal común (cloruro de sodio, de fórmula NaCl) y agua, sabiendo que la arena es insoluble en agua y la sal es soluble en el agua.**

El procedimiento sería filtrar para que la arena se quedara en el filtro y dejar luego evaporar el agua de la disolución de sal si no se quiere recuperar el agua. Si se quiere recuperar el agua habría que destilar la disolución.

2. ¿Qué masa de cloruro de sodio hay que tomar para obtener 250 cm<sup>3</sup> de una disolución acuosa de NaCl de concentración 1,20 mol/L.

Sabemos que:  $C_M = \frac{n}{V} = \frac{m}{M \cdot V}$ , por lo que como la masa molar del cloruro de sodio es:  $M = 58,5 \frac{g}{mol}$ , entonces:

$$1,20 \frac{mol}{L} = \frac{m}{250 \text{ cm}^3 \cdot \frac{58,5 \frac{g}{mol}}{1000 \text{ cm}^3}} \Rightarrow m = 17,55 \text{ g}$$

Para ello hay que seguir los siguientes pasos: Se pesa en una balanza de precisión 17,55 g de NaCl, depositándolos en un vidrio de reloj, que previamente habremos tarado. A continuación, se vierte el NaCl con un embudo en el matraz aforado adecuado, lavándolo posteriormente con agua destilada para arrastrar los restos de NaCl dentro del matraz.

Posteriormente, se añade agua destilada en el matraz y se agita para favorecer el proceso de la disolución. Una vez disuelto el cloruro de sodio, se llena el matraz aforado con agua destilada hasta el enrase que indica los 250 cm<sup>3</sup> y de esta forma se obtiene 250 cm<sup>3</sup> de una disolución acuosa de NaCl 1,20  $\frac{mol}{L}$ .

3. Calcula el volumen de disolución existente en un recipiente que contiene 0,30 mol de KOH, si la concentración de la disolución de KOH en agua es 112 g/L.

Sabemos que:  $n = \frac{m}{M}$  y  $C = \frac{m}{V}$

La masa molar del hidróxido de potasio es  $M = 56,1 \frac{g}{mol}$ , luego:

$$0,30 \text{ mol} = \frac{m}{56,1 \frac{g}{mol}} \Rightarrow m = 16,83 \text{ g de KOH, por lo que:}$$

$$112 \frac{g}{L} = \frac{16,83 \text{ g}}{V} \Rightarrow V = 0,15 \text{ L}$$

4. Si partiendo de una disolución, tomamos la mitad de la misma, tendremos en ésta: a) La misma concentración. b) Concentración mitad que en la disolución inicial. c) La misma cantidad de soluto. d) Concentración doble que en la disolución de partida. Elige y razona la respuesta adecuada.

La respuesta correcta es la a). Al ser la disolución una mezcla homogénea, si se toma la mitad de la misma, se reduce el volumen de la disolución a la mitad y también la cantidad de soluto pasa a ser la mitad, luego como la concentración de la disolución es una relación entre el soluto existente y volumen o cantidad de

disolución o de disolvente, la proporción no varía y, por tanto, la concentración se mantiene constante.

**5. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones: a) Una disolución molar contiene un mol de soluto en 1000 g de disolución. b) Una disolución 2 M de ácido sulfúrico contiene un mol de  $H_2SO_4$  en  $1000\text{ cm}^3$ .**

La afirmación a) es falsa, pues la concentración molar se expresa en moles de soluto por cada kilogramo de disolvente y no de disolución.

La afirmación b) es falsa ya que 2 M quiere decir que hay 2 moles de  $H_2SO_4$  en 1 litro o  $1000\text{ cm}^3$  de disolución.

**6. La solubilidad,  $s$ , del nitrato de potasio en agua, a diferentes temperaturas,  $t$ , está dada en la tabla siguiente:**

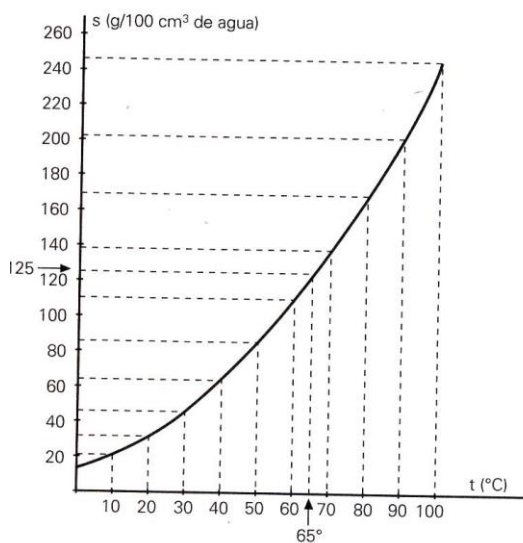
t (°C)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
s (g de sal/100 $\text{cm}^3$ de agua)	13,3	20,9	31,6	45,8	63,9	85,5	110	138	169	202	246

a) Dibuja la curva de la solubilidad frente a la temperatura.

b) Calcula, en la gráfica, la solubilidad a  $65^\circ\text{C}$ .

c) Se disuelve nitrato de potasio en 500 g de agua hirviendo hasta la saturación. Se deja enfriar después esa disolución hasta  $30^\circ\text{C}$  y se filtra para separar los cristales formados. ¿Qué cantidad de nitrato de potasio cristaliza?

a) La gráfica es la siguiente:



b) En la gráfica se puede leer que la solubilidad es  $125\text{ g}/100\text{ cm}^3$  de agua.

c) Admitiendo que la densidad del agua es  $1\text{ g}/\text{cm}^3$ , entonces 500 g de agua ocupan un volumen de:  $V = 1$



$\text{g/cm}^3 \cdot 500 \text{ g} = 500 \text{ cm}^3$ , y en dicha cantidad existirán a 100EC una masa disuelta de nitrato de potasio de:  
 $m_1 = 5 \cdot 246 \text{ g} = 1230 \text{ g}$

Del mismo modo, a 30 °C habrá una cantidad disuelta de nitrato de potasio de:

$$m_2 = 5 \cdot 45,8 \text{ g} = 229 \text{ g}$$

Por tanto, la cantidad de nitrato de potasio que cristaliza es:

$$m = 1230 \text{ g} - 229 \text{ g} = 1001 \text{ g}$$

**7. La solubilidad del bicarbonato de sodio, a 20 °C, es de 9,6 g/100 cm<sup>3</sup> de agua. Se quiere aumentar su solubilidad sin variar la temperatura, ¿es posible realizarlo añadiendo más agua? Razona la respuesta.**

La respuesta es afirmativa, pues al aumentar la cantidad de disolvente se favorece el fenómeno de dispersión del soluto en él y, por tanto, su capacidad de disolución.

**8. Una mezcla gaseosa consta de: 20 g de Ar, 10 g de CO<sub>2</sub>, 25 g de O<sub>2</sub> y 14 g de N<sub>2</sub>. Calcula la presión parcial de cada gas, si la presión total es 10 atm.**

$p_A = p \cdot x_A = p \cdot \frac{n_A}{n}$ , donde  $x_A$  es la fracción molar del gas A en la mezcla y  $p$  la presión total de la mezcla gaseosa.

La cantidad de cada gas, en mol, se calcula a partir de:  $n = \frac{m}{M}$ , de forma que si las masas molares son:

M de Ar = 40  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , M de CO<sub>2</sub> 44  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , M de O<sub>2</sub> 32  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y M de N<sub>2</sub> 28  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$n_{\text{Ar}} = \frac{20 \text{ g}}{40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,50 \text{ mol}; \quad n_{\text{CO}_2} = \frac{10 \text{ g}}{44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,23 \text{ mol}$$

$$n_{\text{O}_2} = \frac{25 \text{ g}}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,78 \text{ mol}; \quad n_{\text{N}_2} = \frac{14 \text{ g}}{28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,50 \text{ mol}$$

El número total de moles de la mezcla es:

$$n = 0,50 \text{ mol} + 0,23 \text{ mol} + 0,78 \text{ mol} + 0,50 \text{ mol} = 2,01 \text{ mol}$$

Luego, las presiones parciales de cada uno de los gases son:

$$p_{\text{Ar}} = 10 \text{ atm} \cdot \frac{0,50 \text{ mol}}{2,01 \text{ mol}} = 2,5 \text{ atm}; \quad p_{\text{CO}_2} = 10 \text{ atm} \cdot \frac{0,23 \text{ mol}}{2,01 \text{ mol}} = 1,1 \text{ atm}$$

$$p_{\text{O}_2} = 10 \text{ atm} \cdot \frac{0,78 \text{ mol}}{2,01 \text{ mol}} = 3,9 \text{ atm}; \quad p_{\text{N}_2} = 10 \text{ atm} \cdot \frac{0,50 \text{ mol}}{2,01 \text{ mol}} = 2,5 \text{ atm}$$

9. Una mezcla gaseosa formada por 28 g de  $\text{N}_2$  y 64 g de  $\text{O}_2$ , está a 27 °C en un recipiente de 20 L. Halla la presión de la mezcla y las presiones parciales de cada gas.

Las masas molares son: M de  $\text{O}_2$  32  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y M de  $\text{N}_2$  28  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$$n_{\text{N}_2} = \frac{28 \text{ g}}{28 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 1 \text{ mol} \quad \text{y} \quad n_{\text{O}_2} = \frac{64 \text{ g}}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 2 \text{ mol}$$

El número total de moles de la mezcla es:  $n = 1 \text{ mol} + 2 \text{ mol} = 3 \text{ mol}$ , luego las fracciones molares de los dos gases son:

$$x_{\text{N}_2} = \frac{1 \text{ mol}}{3 \text{ mol}} = \frac{1}{3} \quad \text{y} \quad x_{\text{O}_2} = \frac{2 \text{ mol}}{3 \text{ mol}} = \frac{2}{3}$$

La presión total de la mezcla es:  $p = \frac{n \cdot R T}{V}$ , luego:

$$p = \frac{3 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 27) \text{ K}}{20 \text{ L}} = 3,7 \text{ atm}$$

Las presiones parciales de los gases son:

$$p_{\text{N}_2} = 3,7 \text{ atm} \cdot \frac{1}{3} = 1,2 \text{ atm} \quad \text{y} \quad p_{\text{O}_2} = 3,7 \text{ atm} \cdot \frac{2}{3} = 2,5 \text{ atm}$$

10. Determina la concentración de una disolución de ácido nítrico en agua, sabiendo que hay disueltos 18,9 g de ácido nítrico en 600 mL de disolución. Expresa el resultado en mol/L y g/L.

La masa molar del  $\text{HNO}_3$  es 63  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$C_M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{\frac{18,9 \text{ g}}{63 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{600 \text{ mL} \cdot \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} = 0,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$C = \frac{m}{V} = \frac{18,9 \text{ g}}{600 \text{ mL} \cdot \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ mL}}} = 31,5 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

11. Se disuelven 50 g de ácido sulfúrico en 200 g de agua resultando una disolución de densidad 1,12 g/cm<sup>3</sup>. Calcula: a) % en masa. b) La molaridad. c) La molalidad.

La masa molar del H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> es 98  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$\text{a) \% en masa} = \frac{50 \text{ g}}{50 \text{ g} + 200 \text{ g}} \cdot 100 = 20 \%$$

b) Primero hay que hallar el volumen de la disolución, de forma que:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{50 \text{ g} + 200 \text{ g}}{1,12 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 223,2 \text{ cm}^3$$

$$\text{Ahora: } C_M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{\frac{50 \text{ g}}{98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{223,2 \text{ cm}^3 \cdot \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 2,29 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

$$\text{c) molalidad} = \frac{n}{\text{m de disolvente}} = \frac{\frac{m}{M}}{\text{m de disolvente}} = \frac{\frac{50 \text{ g}}{98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{200 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} = 2,55 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

12. Halla la molaridad y la fracción molar del soluto de una disolución formada al disolver 12 g de Ca(OH)<sub>2</sub> en 200 g de agua, sabiendo que la densidad de esta disolución es 1,05 g/cm<sup>3</sup>.

La masa molar del Ca(OH)<sub>2</sub> es 74  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del H<sub>2</sub>O 18  $\frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

El volumen de la disolución se halla a partir de:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{12 \text{ g} + 200 \text{ g}}{1,05 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 2019 \text{ cm}^3$$

$$\text{Ahora: } C_M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{\frac{12 \text{ g}}{74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{2019 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 0,80 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

La fracción molar del soluto es:

$$x_s = \frac{n_s}{n_s + n_d} = \frac{\frac{12 \text{ g}}{74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{\frac{12 \text{ g}}{74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + \frac{200 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} = 0,01$$

**13. Determina la molalidad y la fracción molar de la sacarosa de una disolución de azúcar sacarosa ( $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ ) en agua, si de azúcar hay un 34,20 % (en masa) y el resto es agua.**

La masa molar de la  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$  es  $342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del  $\text{H}_2\text{O}$   $18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$\text{molalidad} = \frac{n}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{m}{M}}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{34,20 \text{ g}}{342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{(100 \text{ g} - 34,20 \text{ g}) \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} = 1,52 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

La fracción molar de la sacarosa es:

$$x_s = \frac{n_s}{n_s + n_d} = \frac{\frac{34,20 \text{ g}}{342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{\frac{34,20 \text{ g}}{342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + \frac{100 \text{ g} - 34,20 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} = 0,03$$

**14. Calcula la masa de glucosa ( $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ ) necesaria para preparar 800 g de una disolución acuosa cuya fracción molar de glucosa es 0,01.**

La masa molar de  $C_6H_{12}O_6$  es  $180 \frac{g}{mol}$  y la del  $H_2O$   $18 \frac{g}{mol}$ , entonces:

$$x_s = \frac{n_s}{n_s + n_d} \Rightarrow 0,01 = \frac{\frac{m}{180 \frac{g}{mol}}}{\frac{m}{180 \frac{g}{mol}} + \frac{800g - m}{18 \frac{g}{mol}}} \Rightarrow m = 73,39 \text{ g}$$

15. Partiendo de 75 g de una disolución del 15%, en masa, de sal común en agua, se añaden 30 mL de agua. Calcula la concentración en % en masa y la molaridad de la disolución resultante, sabiendo que la densidad del agua es  $1 \text{ g/cm}^3$  y la densidad de la disolución resultante  $1,02 \text{ g/cm}^3$ .

La masa molar del NaCl es  $58,4 \frac{g}{mol}$

La disolución inicial está formada por:

$$m_{NaCl} = 75 \text{ g} \cdot \frac{15}{100} = 11,25 \text{ g} \quad \text{y} \quad m_{H_2O} = 75 \text{ g} - 11,25 \text{ g} = 63,75 \text{ g}$$

Si a esta disolución se le añaden 30 mL =  $30 \text{ cm}^3$  de agua, como su densidad es:

$$d = 1 \frac{g}{cm^3}, \text{ entonces se añade una masa de agua: } m = 1 \frac{g}{cm^3} \cdot 30 \text{ cm}^3 = 30 \text{ g}$$

$$\text{De esta forma: \% en masa} = \frac{11,25 \text{ g}}{75 \text{ g} + 30 \text{ g}} \cdot 100 = 10,71\%$$

Para calcular la concentración molar hay que conocer el volumen de la disolución:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{d} = \frac{11,25 \text{ g} + 63,75 \text{ g} + 30 \text{ g}}{1,02 \frac{g}{cm^3}} = 102,9 \text{ cm}^3$$

$$\text{Ahora: } C_M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{m}{M}}{V} = \frac{\frac{11,25 \text{ g}}{58,4 \frac{g}{mol}}}{102,9 \text{ cm}^3 \cdot \frac{L}{1000 \text{ cm}^3}} = 1,87 \frac{mol}{L}$$

16. Halla la masa, en g, y el volumen, en mL, que es necesario tomar de una disolución de ácido sulfúrico del 96% (en masa) y densidad  $1,84 \text{ g/cm}^3$ , para preparar 1 L de una disolución de ácido sulfúrico 1M.

La masa molar del  $\text{H}_2\text{SO}_4$  es  $98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Para preparar 1 L de disolución de ácido sulfúrico 1 M se necesitan 1 mol de ácido sulfúrico, luego la cantidad en gramos de ácido necesaria para ello es:

$$1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{1 \text{L}} \Rightarrow m = 98 \text{ g}$$

Como el ácido no es puro, entonces la masa en gramos de la disolución inicial que tenemos que tomar para que lleven 98 g de ácido sulfúrico es:

$$m_{\text{disolución}} = 98 \text{ g} \cdot \frac{100}{96} = 102,08 \text{ g}$$

Y el volumen:  $d = \frac{m_{\text{disolución}}}{V} \Rightarrow V = \frac{m_{\text{disolución}}}{d} = \frac{102,08 \text{ g}}{1,84 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 55,48 \text{ cm}^3 = 55,48 \text{ mL}$

**17. ¿Cuántos mililitros de ácido clorhídrico de un frasco de ácido clorhídrico comercial se necesitan para preparar medio litro de disolución de HCl 0,1 M, sabiendo que las indicaciones del frasco del ácido clorhídrico son las siguientes: 36 % y densidad 1,19 g/cm<sup>3</sup>?**

La masa molar del HCl es  $36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Para preparar 0,5 L de una disolución 0,1 M se necesita una masa de HCl puro:

$$0,1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0,5 \text{L}} \Rightarrow m = 1,82 \text{ g}$$

La cantidad que hay que tomar del ácido comercial es:

$$m_{\text{disolución}} = 1,82 \text{ g} \cdot \frac{100}{36} = 5,06 \text{ g}$$

Y el volumen de este ácido es:

$$d = \frac{m_{\text{disolución}}}{V} \Rightarrow V = \frac{m_{\text{disolución}}}{d} = \frac{5,06 \text{ g}}{1,19 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 4,25 \text{ cm}^3 = 4,25 \text{ mL}$$

18. Se toman  $250 \text{ cm}^3$  de una disolución de HCl 2 M y se añade agua destilada hasta un volumen de  $500 \text{ cm}^3$ . A continuación, se toman  $100 \text{ cm}^3$  de esta disolución y se añade agua destilada hasta completar un volumen de  $250 \text{ cm}^3$ . Calcula la molaridad de la disolución final.

$$\text{La disolución inicial contiene: } 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{n}{250 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} \Rightarrow n = 0,5 \text{ mol HCl}$$

Al añadir agua se tiene 0,5 mol de HCl en  $500 \text{ cm}^3$  de disolución.

Si se toma  $100 \text{ cm}^3$  de esta disolución se dispone de:  $0,5 \text{ mol} / 5 = 0,1 \text{ mol}$  de HCl, por lo que después de completar el volumen hasta  $250 \text{ cm}^3$ , la molaridad final es:

$$C_M = \frac{0,1 \text{ mol}}{250 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 0,4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

19. A  $200 \text{ g}$  de disolución de KOH del 5% se le añaden  $10 \text{ g}$  de KOH. Calcula: a) La molalidad y b) El % en masa de la disolución resultante.

a) La masa molar del KOH es  $56 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

$$m \text{ inicial de KOH en la disolución: } m = 200 \text{ g} \cdot \frac{5}{100} = 10 \text{ g}$$

Se añaden  $10 \text{ g}$  de KOH y la masa de KOH resultante es:  $m = 10 \text{ g} + 10 \text{ g} = 20 \text{ g}$

$$m_{\text{disolvente}} = 200 \text{ g} - 10 \text{ g} = 190 \text{ g}$$

$$\text{molalidad} = \frac{\frac{m}{M}}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{20 \text{ g}}{56 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{190 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} = 1,9 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

$$\text{b) \% en masa} = \frac{20 \text{ g}}{20 \text{ g} + 190 \text{ g}} \cdot 100 = 9,5 \%$$

20. ¿Qué cantidad en gramos de una disolución de NaOH, del 20% en masa, contiene la misma cantidad, en gramos de soluto, que  $100 \text{ cm}^3$  de una disolución 2 M de dicha sustancia?

La masa molar del NaOH es  $40 \frac{g}{mol}$

La masa en gramos de NaOH existentes en  $100 \text{ cm}^3$  de una disolución 2 M es:

$$2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{\frac{m}{40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{100 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{\text{cm}^3}} \Rightarrow m = 8 \text{ g}$$

En consecuencia de la disolución inicial, para que existan 8 g de NaOH puros, debe haber una cantidad de la disolución igual a:

$$m = 8 \text{ g} \cdot \frac{100}{20} = 40 \text{ g}$$

**21. Se toman 100 mL de ácido sulfúrico de concentración 2 mol/L y se diluyen con agua hasta 250 mL. Halla la nueva concentración de la disolución del ácido sulfúrico.**

La cantidad, en mol, de ácido sulfúrico inicial es:

$$2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = \frac{n}{100 \text{ mL} \cdot \frac{\text{L}}{\text{mL}}} \Rightarrow n = 0,2 \text{ mol}$$

Al diluir con agua, la cantidad, en mol, de ácido no varía, pero sí su concentración, de forma que:

$$C_M = \frac{0,2 \text{ mol}}{250 \text{ mL} \cdot \frac{\text{L}}{\text{mL}}} = 0,8 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

**22. Calcula la presión de vapor de una disolución de azúcar sacarosa ( $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ ) formada por 150 g de azúcar y 450 g de agua, a la temperatura de  $16 \text{ }^\circ\text{C}$ , si la presión de vapor del agua a esa temperatura es 15,48 mm de Hg.**

La masa molar de la sacarosa es  $342 \frac{g}{mol}$  y la del  $\text{H}_2\text{O}$   $18 \frac{g}{mol}$



La presión de vapor de una disolución viene dada por:  $p = p^0 \cdot x_d$

$$x_d = \frac{n_d}{n_s + n_d} = \frac{\frac{450 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{\frac{150 \text{ g}}{342 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + \frac{450 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} = 0,98$$

Luego:  $p = 15,48 \text{ mm Hg} \cdot 0,98 = 15,17 \text{ mm Hg}$

**23. La presión de vapor de una disolución de glucosa al 10%, a 30 °C, es 31,47 mm de Hg y la del agua, a dicha temperatura, 31,82 mm de Hg. Determina la masa molar de la glucosa.**

La masa molar del agua es  $18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

De la relación entre la presión de vapor de la disolución y la del agua pura a la misma temperatura podemos calcular la fracción molar del agua:  $p = p^0 \cdot x_d$ , por lo que:

$$x_d = \frac{p}{p^0} = \frac{31,47 \text{ mmHg}}{31,82 \text{ mmHg}} = 0,989, \text{ de esta forma:}$$

Como por cada 10 g de glucosa hay 90 g de agua, entonces:

$$x_d = \frac{n_d}{n_d + n_s} \Rightarrow 0,989 = \frac{\frac{90 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{\frac{90 \text{ g}}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + \frac{10 \text{ g}}{M \frac{\text{g}}{\text{mol}}}} \Rightarrow M = 180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

**24. ¿Se puede utilizar un termómetro graduado de 0 a 100 °C para medir la temperatura de una disolución de glicerina ( $\text{C}_3\text{H}_8\text{O}_3$ ) en agua, que contiene 7,20 % de glicerina, sabiendo que las constantes ebulloscópica y crioscópica del agua son, respectivamente,  $K_e = 0,52 \text{ °C} \cdot \text{kg/mol}$  y  $K_c = 1,86 \text{ °C} \cdot \text{kg/mol}$ ?**

La masa molar de la glicerina es  $92 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La variación de la temperatura de ebullición y la de fusión vienen dadas por las ecuaciones:

$$\Delta t_e = K_e \cdot m \quad \text{y} \quad \Delta t_f = K_c \cdot m \quad \text{siendo } m \text{ la molalidad.}$$

Para esta disolución:

$$\text{molalidad} = \frac{\frac{m}{M}}{\text{m de disolvente}} = \frac{\frac{7,20 \text{ g}}{92 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{(100 \text{ g} - 7,20 \text{ g}) \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} = 0,843 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

La temperatura de ebullición de la disolución se obtiene a partir de:

$$\Delta t_e = 0,52 \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{kg}}{\text{mol}} \cdot 0,843 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} = 0,44 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\text{Luego: } t_e - 100 \text{ } ^\circ\text{C} = 0,44 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow t_e = 100,44 \text{ } ^\circ\text{C}$$

La temperatura de fusión de la disolución se obtiene a partir de:

$$\Delta t_f = 1,86 \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{kg}}{\text{mol}} \cdot 0,843 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} = 1,57 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\text{Luego: } 0 \text{ } ^\circ\text{C} - t_f = 1,57 \text{ } ^\circ\text{C} \Rightarrow t_f = -1,57 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Por tanto, con dicho termómetro no puede medirse la temperatura de fusión ni la de ebullición, pues la temperatura de fusión es menor que 0 °C y la de ebullición mayor que 100 °C.

**25. De una sustancia desconocida se disuelven 24,00 g en 75,15 g de agua. Si la disolución así formada congela a la temperatura de -1,80 °C, calcula la masa molar de dicha sustancia.**

Primero se calcula la molalidad de la variación de la temperatura de fusión mediante  $\Delta t_f = K_c \cdot m$ , donde hay que tener en cuenta que la temperatura de fusión del agua (disolvente) es 0 °C y:

$$\Delta t_f = 0 \text{ } ^\circ\text{C} - (-1,80 \text{ } ^\circ\text{C}) = 1,80 \text{ } ^\circ\text{C}, \text{ luego:}$$

$$m = \frac{\Delta t_f}{K_c} = \frac{1,80 \text{ } ^\circ\text{C}}{1,86 \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{kg}}{\text{mol}}} = 0,968 \frac{\text{mol}}{\text{kg}}$$

Y de la molalidad se obtiene la masa molar mediante:

$$0,968 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} = \frac{\frac{m}{M}}{m \text{ de disolvente}} = \frac{\frac{24,00 \text{ g}}{M}}{75,15 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}}} \Rightarrow M = 330,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

26. Halla la presión osmótica de  $500 \text{ cm}^3$  de una disolución de glucosa, que contiene 18 g de glucosa a  $20^\circ\text{C}$ .

La masa molar de la glucosa es  $180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Aplicando:  $\pi \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , entonces:

$$\pi \cdot 500 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3} = \frac{18 \text{ g}}{180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 20) \text{ K} \Rightarrow \pi = 4,8 \text{ atm}$$

27. A  $25^\circ\text{C}$  una disolución de 20 g de albúmina por litro de disolución tiene una presión osmótica de 7,90 mm de Hg. Calcula la masa molar de la albúmina.

Aplicando:  $\pi \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , entonces:

$$7,90 \text{ mm Hg} \cdot \frac{\text{atm}}{760 \text{ mm Hg}} \cdot 1 \text{ L} = \frac{20 \text{ g}}{M} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 25) \text{ K}$$

$$\text{de donde: } M = 47016 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

28. Una masa de aire contiene un 40% de vapor de agua (humedad) a la temperatura de  $42^\circ\text{C}$  y presión de 890 mm de Hg. Determina, a la temperatura de  $22^\circ\text{C}$ , la presión a la que se encontrará el aire, una vez eliminado todo el vapor del agua, si el volumen del aire seco es 50 L, y se sabe que la presión del vapor del agua a la temperatura de  $42^\circ\text{C}$  es 61,50 mm de Hg.

La presión del vapor de agua a  $42^\circ\text{C}$  es:

$$p_{\text{vapor}} = \frac{40}{100} \cdot 61,50 \text{ mm Hg} = 24,6 \text{ mm Hg}$$

de donde la presión del aire seco a  $42^\circ\text{C}$  es:

$$p_{\text{aire seco}} = 890 \text{ mm Hg} - 24,6 \text{ mm Hg} = 865,4 \text{ mm Hg}$$

Una vez eliminado el agua, el volumen del aire no varía y entonces:  $\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$

$$\text{Luego: } \frac{865,4 \text{ mmHg}}{(273 + 42)\text{K}} = \frac{p_2}{(273 + 22)\text{K}} \Rightarrow p_2 = 810,5 \text{ mm de Hg}$$

## UNIDAD 4: Del átomo al enlace químico

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 69

**1. ¿Cuál es la carga eléctrica más pequeña que existe en la naturaleza?**

La del electrón o la del protón, pues ambas tienen el mismo valor en culombios, pero distinto signo:  $1,6021 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

**2 ¿Se puede formar un ión monoatómico por adición o sustracción de protones?**

No, los protones están fuertemente retenidos en el núcleo de los átomos, y sólo se arrancan los electrones de la corteza para formar iones.

**3. Nombra correctamente las sustancias que tienen las siguientes fórmulas químicas:  $\text{FeCl}_2$ ,  $\text{CaCO}_3$ ,  $\text{SO}_3$ ,  $\text{Co}_2(\text{SO}_4)_3$ ,  $\text{I}^-$ ,  $\text{SiH}_4$ ,  $\text{Ba}(\text{OH})_2$ ,  $\text{Cl}_2\text{O}_5$ ,  $\text{KMnO}_4$  y  $\text{SO}_3^{2-}$ .**

$\text{FeCl}_2$ : Dicloruro de hierro.

$\text{CaCO}_3$ : Carbonato de calcio.

$\text{SO}_3$ : Trióxido de azufre.

$\text{Co}_2(\text{SO}_4)_3$ : Sulfato de cobalto(III).

$\text{I}^-$ : Anión yoduro.

$\text{SiH}_4$ : Hidruro de silicio o silano.

$\text{Ba}(\text{OH})_2$ : Hidróxido de bario.

$\text{Cl}_2\text{O}_5$ : Pentóxido de dicloro u óxido de cloro(V).

$\text{KMnO}_4$ : Permanganato de potasio

$\text{SO}_3^{2-}$ : Anión sulfito.

### ACTIVIDADES-PÁG. 71

**1. ¿Pueden existir cargas eléctricas iguales a 2,5 o 15,3 electrones?**

No, la mínima carga eléctrica es la del electrón, y las demás cargas eléctricas son múltiplos de la misma.

**2. ¿Qué evidencias demuestran la no veracidad del modelo atómico de J.J. Thomson?**

Las experiencias de Rutherford, que condujeron a que éste científico, discípulo de Thomson, elaborara su propio modelo atómico.

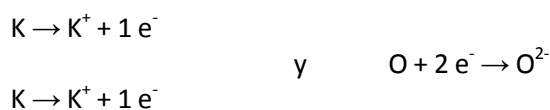
**3. ¿Por qué costó tanto tiempo descubrir el neutrón, si su existencia fue postulada previamente por Rutherford antes de su descubrimiento?**

Porque el neutrón no tiene carga eléctrica, y, por tanto, no sufre desviación alguna en el seno de campos eléctricos y magnéticos.

#### ACTIVIDADES-PÁG. 81

4. Explica el enlace entre el potasio y el oxígeno en el óxido de potasio y el existente entre el bario y el bromo en el bromuro de bario, sabiendo que ambos son compuestos químicos de carácter iónico.

El óxido de potasio tiene la fórmula  $K_2O$ , de forma que lo que ocurre es:



Pues en realidad:  $K_2O \rightarrow 2 K^+ + O^{2-}$

El bromuro de bario tiene la fórmula  $BaBr_2$ , de forma que lo que ocurre es:



Pues en realidad:  $BaBr_2 \rightarrow Ba^{2+} + 2 Br^-$

#### ACTIVIDADES-PÁG. 82

5. ¿Pueden existir enlaces iónicos entre átomos de un mismo elemento químico?

No, pues uno debe dar electrones a otro y entre átomos del mismo elemento químico esto no puede ocurrir.

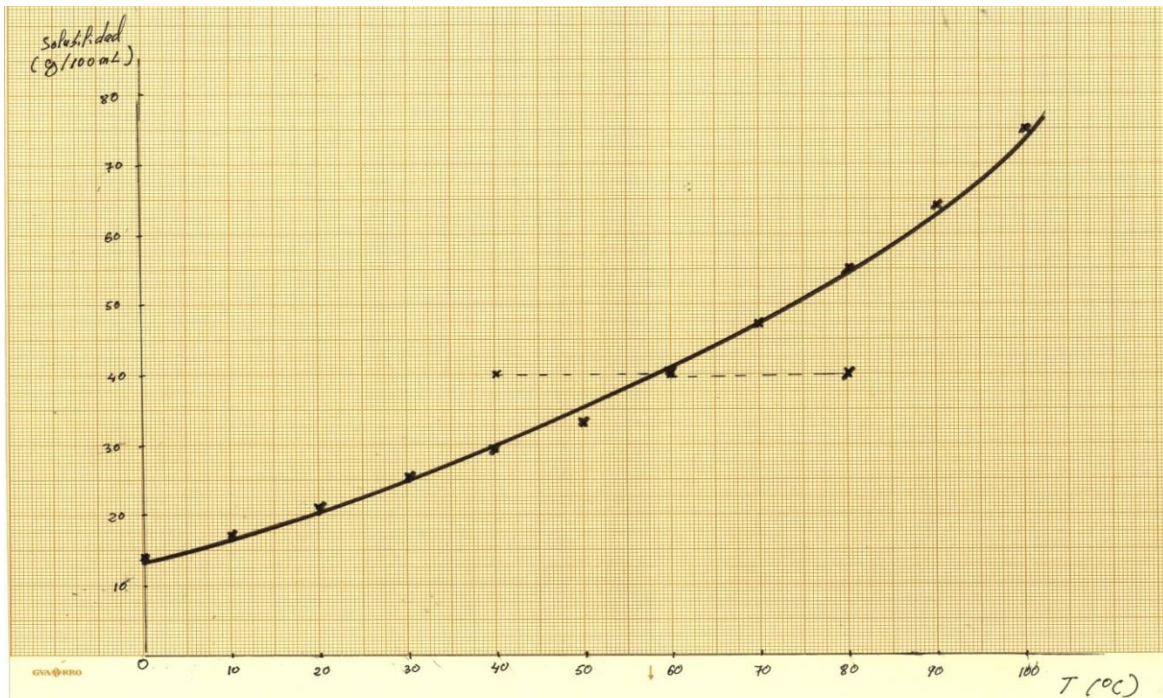
#### ACTIVIDADES-PÁG. 85

6. A partir de la tabla de datos siguiente, que proporciona la solubilidad del sulfato de cobre(II) por 100 mL de agua, a distintas temperaturas:

Sulfato de cobre(II) (g)	14	17	21	25	29	33	40	47	55	64	75
Temperatura (°C)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

- Representa gráficamente la solubilidad del sulfato de cobre(II) frente a la temperatura.
- Si se dispone de una disolución de 40 g de sulfato de cobre(II) en 100 mL de agua a la temperatura de 80 °C y se enfría hasta 60 °C. ¿Qué sucederá?
- Si se sigue enfriando el conjunto, ¿qué ocurre a 40 °C?
- Representa los cambios anteriores en la gráfica obtenida en el apartado a).

a) La gráfica es la siguiente:



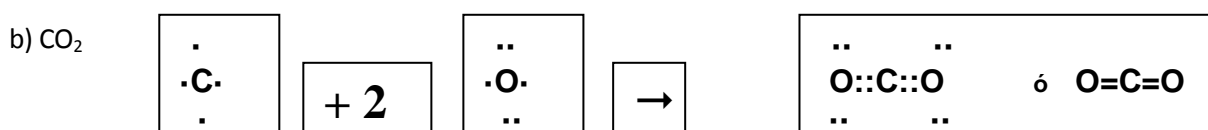
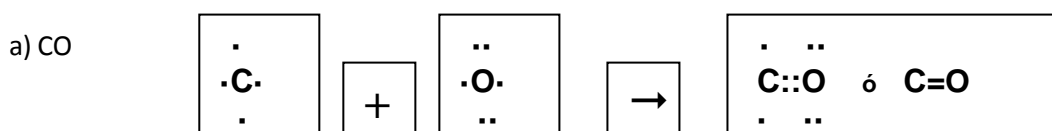
b) A 80 °C, la solubilidad del sulfato de cobre (II) es  $55 \frac{\text{g}}{100 \text{ mL}}$ , luego a dicha temperatura los 40 g de sulfato están perfectamente disueltos, si ahora se enfría hasta 60 °C, como la solubilidad a dicha temperatura es  $40 \frac{\text{g}}{100 \text{ mL}}$ , la sal sigue disuelta.

c) Si se sigue enfriando, la sal precipita, pues la solubilidad disminuye y a 40 °C, precipita una cantidad de sulfato igual a  $40 \text{ g} - 29 \text{ g} = 11 \text{ g}$ ,

d) Los cambios están representados en la gráfica anterior en la recta de puntos paralela que va desde la temperatura de 80 °C hasta 40 °C.

### ACTIVIDADES-PÁG. 86

7. Mediante el diagrama de Lewis explica la formación de las siguientes moléculas, cuyas fórmulas son: a) CO. b) CO<sub>2</sub>. c) CH<sub>4</sub>. d) HCl. e) NH<sub>3</sub>.





${}_{18}^{39}\text{Ar}$  y  ${}_{19}^{39}\text{K}$  son átomos de distintos elementos químicos por tener en sus núcleos distinto número de protones; 18 el Ar y 19 el K.

${}_{6}^{12}\text{C}$  y  ${}_{6}^{14}\text{C}$  se diferencian en el número de neutrones de su núcleo, en el primero hay 6 neutrones y en el segundo 8.

2. Rellena el siguiente cuadro:

Especie química	Protones	Neutrones	Electrones	Z	A
Ca	20	20			
P		16	15		
F			10		19
N	7				14
Al <sup>3+</sup>				13	27
Te		78		52	
C	6				13

Para el Ca: hay 20 electrones,  $Z = 20$  y  $A = 20 + 20 = 40$

Para el P: hay 15 protones,  $Z = 15$  y  $A = 15 + 16 = 31$

Para el F: hay 9 protones,  $Z = 9$  y hay 10 neutrones, ya que:  $19 = n^{\circ} \text{neutrones} + 9 \text{ protones}$

Para el N: hay 7 electrones,  $Z = 7$  y hay 7 neutrones, ya que:  $14 = n^{\circ} \text{neutrones} + 7 \text{ protones}$

Para el Al<sup>3+</sup>: hay 13 protones, 10 electrones y 14 neutrones, ya que:  $27 = n^{\circ} \text{neutrones} + 13 \text{ protones}$

Para el Te: hay 52 protones, 52 electrones y  $A = 78 + 52 = 130$

Para el C:  $Z = 6$ , hay 6 electrones y 7 neutrones, ya que:  $13 = n^{\circ} \text{neutrones} + 6 \text{ protones}$

Por tanto, el cuadro queda relleno de la siguiente forma:

Especie química	Protones	Neutrones	Electrones	Z	A
Ca	20	20	20	20	40
P	15	16	15	15	31
F	9	10	10	9	19
N	7	7	7	7	14
Al <sup>3+</sup>	13	14	10	13	27
Te	52	78	52	52	130
C	6	7	6	6	13



3. El cobre tiene una masa atómica de 63,54 u y existe como  ${}^{63}_{29}\text{Cu}$  y  ${}^{65}_{29}\text{Cu}$ . Calcula la proporción de cada uno de los dos isótopos, sabiendo que sus masas atómicas son, respectivamente, 62,93 u y 64,93 u.

Si llamamos x al % de Cu 63, 100 - x es el % de Cu 65, entonces con estas proporciones la masa relativa de un átomo promedio de cobre es:

$$M = \frac{x \cdot 62,93 \text{ u} + (100 - x) \cdot 64,93 \text{ u}}{100} = 63,54 \text{ u} \Rightarrow x = 69,5 \%$$

Por tanto, el isótopo de Cu 63, de masa 62,93 u, está en una proporción del 69,5 % y el isótopo de Cu 65, de masa 64,93 u, en una proporción del 100 - 69,5 = 30,5 %.

4. La plata, de masa atómica 107,87 u, tiene dos isótopos, uno de ellos con una masa atómica 106,91 u y abundancia del 51,82 %, calcula la masa del otro isótopo.

$$107,87 \text{ u} = \frac{51,82 \cdot 106,91 \text{ u} + (100 - 51,82) \cdot M}{100} \Rightarrow M = 108,90 \text{ u}$$

5. La diferencia de energía entre dos niveles de un átomo es de  $1,80 \cdot 10^{-20}$  J. Halla la frecuencia de la radiación emitida por el electrón que salta del nivel de mayor energía al de menor energía.

Sabiendo que  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  J · s y  $E = h \cdot f$ , entonces:

$$f = \frac{E}{h} = \frac{1,80 \cdot 10^{-20} \text{ J}}{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} = 2,72 \cdot 10^{13} \text{ s}^{-1}$$

6. Al excitar un átomo de hidrógeno con  $19,2 \cdot 10^{-19}$  J, su electrón se sitúa en otro nivel energético. Calcula la longitud de onda y la frecuencia de la radiación que emite al volver a su estado fundamental.

Sabiendo que  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$  J · s y  $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ , donde  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , entonces:

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{19,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 1,035 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 1,035 \cdot 10^{-7} \text{ m} \cdot \frac{10^9 \text{ nm}}{\text{m}} = 103,5 \text{ nm}$$

$$\text{Como: } f = \frac{c}{\lambda}, \text{ entonces: } f = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,035 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 2,899 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

7. ¿Cuál o cuáles de los enunciados siguientes sobre el átomo de hidrógeno del modelo de Bohr no es cierto?: a) El modelo explica con éxito los espectros del átomo de hidrógeno. b) La velocidad del electrón del átomo de hidrógeno aumenta al crecer su energía. c) La energía del electrón del átomo de hidrógeno tiene solamente ciertos valores discretos. d) La distancia entre el núcleo y el electrón del átomo de hidrógeno tiene solamente ciertos valores discretos.

Según el modelo de Bohr, los enunciados c) y d) son correctos.

El b) es una consecuencia lógica, ya que al moverse el electrón, si su energía (cinética) aumenta, lógicamente crecerá su velocidad.

Por tanto el único enunciado que puede ser incorrecto es el a). Dicho enunciado no es del todo correcto, pues el modelo de Bohr no es capaz de explicar algunos detalles del espectro del átomo de hidrógeno.

**8. ¿Cuál de las siguientes líneas espectrales se encuentran en la región visible del espectro: a) 350 nm. b) 500 nm. c) 200 nm. d) 1000 nm. e) 780 nm?**

Teniendo en cuenta que la región del espectro visible se corresponde con el intervalo (400- 700 nm), entonces la respuesta correcta es solamente la b), la de 500 nm.

**9. La lámpara de vapor de mercurio emite una luz de color azul-verdoso. Estos colores proceden de radiaciones de longitudes de onda 434,8 nm (azul) y 546,1 nm (verde). Calcula la energía de un fotón de cada radiación.**

Sabiendo que  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$  y  $E = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ , donde  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , entonces:

$$E_1 = \frac{h \cdot c}{\lambda_1} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{434,8 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9 \text{ nm}}} = 4,57 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_2 = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{546,1 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9 \text{ nm}}} = 3,64 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

**10. El color amarillo de la luz de vapor de sodio proviene de la raya D del espectro visible de dicho elemento químico. La longitud de onda correspondiente a dicha raya es 589 nm. a) Calcula el intercambio de energía asociado a la transición electrónica de dicha raya. b) En realidad dicha raya está constituida por un doblete:  $D_1 = 589 \text{ nm}$  y  $D_2 = 589,6 \text{ nm}$ . ¿De entre ambas rayas, cuál es la que se refiere a un salto de mayor energía?**

$$\text{a) } \Delta E_1 = \frac{h \cdot c}{\lambda_1} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{589 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9 \text{ nm}}} = 3,374 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b) La  $D_1$  corresponde al mayor salto de energía, ya que:

$$\Delta E_2 = \frac{h \cdot c}{\lambda_2} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{589,6 \text{ nm} \cdot \frac{\text{m}}{10^9 \text{ nm}}} = 3,371 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

**11. Consideremos un átomo de hidrógeno excitado en el que el electrón está en el subnivel 3s. La energía que se requiere para arrancar dicho electrón es  $2,42 \cdot 10^{-19}$  J. Sin embargo, la energía que se necesita para arrancar el electrón 3s del sodio es  $8,22 \cdot 10^{-19}$  J. ¿Por qué esta diferencia?**

Porque el sodio tiene un núcleo con mayor carga eléctrica positiva que el del hidrógeno y para arrancar dicho electrón se debe vencer una mayor fuerza electrostática en el caso del sodio que en el del hidrógeno.

**12. La masa de un átomo de helio es 4,0026 u. Utilizando las masas de las partículas subatómicas, halla la disminución de masa que se produce al formarse un núcleo de helio y la energía que se transfiere al exterior en el proceso, sabiendo que el número atómico del helio es 2 y su número másico 4.**

Despreciando la masa del electrón, el sistema a considerar es el núcleo del átomo de helio, formado por 2 protones y 2 neutrones, luego:

$$\Delta m = 2 \cdot m_{\text{protón}} + 2 \cdot m_{\text{neutrón}} - m_{\text{He}} = 2 \cdot 1,0073 \text{ u} + 2 \cdot 1,0087 \text{ u} - 4,0026 \text{ u} = 0,0294 \text{ u}$$

$$\text{Por tanto: } E = \Delta m \cdot c^2 = 0,0294 \text{ u} \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27} \frac{\text{kg}}{\text{u}} \cdot \left(3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 4,39 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

**13. Un enlace entre dos átomos requiere que: a) Los átomos sean iguales. b) Los átomos sean diferentes. c) La estabilidad de la especie resultante sea mayor que la de los átomos por separado. d) Los átomos que forman el enlace tengan un número elevado de electrones. Selecciona y justifica entre los enunciados anteriores las respuestas más adecuadas.**

La a) es falsa, pues aunque ello puede tener lugar, no es una condición necesaria.

La b) también es falsa, pues aunque ello también puede tener lugar, fundamentalmente en los compuestos iónicos, tampoco ello es una condición necesaria.

La c) es correcta, pues la razón de que se origine un enlace químico, está en que la especie resultante debe ser más estable que los reactivos de partida.

La d) es falsa, así en el enlace covalente el enlace tiene lugar por pares de electrones y tanto en el enlace iónico como en el covalente la especie resultante no tiene más electrones de valencia que los que aportan los átomos que se enlazan.

**14. El cloruro de un elemento X tiene una temperatura de fusión de 722 °C. Es soluble en agua y tanto su disolución acuosa como el cloruro fundido son buenos conductores de la electricidad. Indica qué tipo de enlace tiene dicho cloruro.**

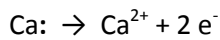
Por sus propiedades se puede concluir que es un compuesto químico de naturaleza iónica.

Si representamos su fórmula química por  $XCl_n$  entonces en disolución acuosa o fundido, tiene lugar:  $XCl_n \rightarrow X^{n+} + n Cl^-$

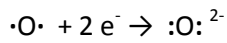
La formación de dichos iones en disolución o en estado fundido es lo que origina las propiedades conductoras. La elevada temperatura de fusión es debido a que la estructura sólida del cloruro es muy compacta, y se necesita una temperatura muy elevada para desmoronar dicha estructura.

**15. Explica con ayuda de los diagramas de Lewis la formación de los compuestos iónicos: a) CaO. b)  $K_2S$ . c)  $Al_3Cl$ .**

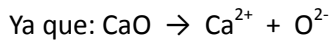
a) CaO: El Ca tiene dos electrones de valencia en su último nivel energético y el O seis, como el CaO es un compuesto químico iónico, entonces tiene lugar la formación de los siguientes iones:



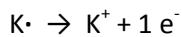
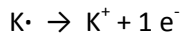
.. ..



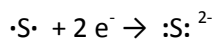
.. ..



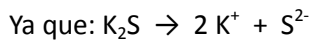
b)  $\text{K}_2\text{S}$ : El K tiene un electrón de valencia en su último nivel energético y el azufre seis, como el  $\text{K}_2\text{S}$  es un compuesto químico iónico, entonces tiene lugar la formación de los siguientes iones:



.. ..



.. ..

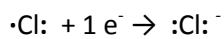


c)  $\text{Al}_3\text{Cl}$ : El Al tiene tres electrones de valencia en su último nivel energético y el cloro siete, como el  $\text{AlCl}_3$  es un compuesto químico iónico, entonces tiene lugar la formación de los siguientes iones:

.

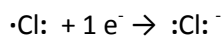


.. ..



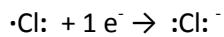
.. ..

.. ..

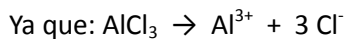


.. ..

.. ..



.. ..



**16. Explica con ayuda de los diagramas de Lewis la formación de los compuestos covalentes: a)  $\text{PH}_3$ . b)  $\text{H}_2\text{O}_2$ . c)  $\text{Cl}_2\text{O}$ .**

a)  $\text{PH}_3$ : El P tiene 5 electrones de valencia y el H uno, luego tiene lugar:

..



..



b)  $\text{H}_2\text{O}_2$ : Como el O tiene seis electrones de valencia, entonces:

.. ..

H:O:O:H

.. ..

c)  $\text{Cl}_2\text{O}$ : Como el cloro tiene siete electrones de valencia, entonces:

.. ..

:Cl:O:Cl:

... ..

**17. ¿Por qué el fluoruro de litio es un sólido cristalino, mientras que el de oxígeno es gaseoso?**

El de Li es un compuesto químico iónico y el de oxígeno es covalente.

Así, en el de Li resulta que:  $\text{LiF} \rightarrow \text{Li}^+ + \text{F}^-$

El fluoruro de oxígeno es:

.. ..

:F:O:F:

... ..

**18. ¿Cuál de las siguientes sustancias conduce la corriente eléctrica en estado sólido?:  $\text{CO}_2$ , Ag,  $\text{I}_2$  y KCl.**

Únicamente la plata, por ser un metal, el  $\text{CO}_2$  y el  $\text{I}_2$  son dos sustancias covalentes y el KCl es un compuesto químico iónico, que sólo conduce la corriente eléctrica en disolución o en estado fundido.

**19. Dado un metal alcalino M y un halógeno X, indica el enlace que tienen y las propiedades generales de los siguientes sólidos: a) M. b)  $\text{X}_2$ . c) MX.**

a) M es un metal, por tanto el enlace que caracteriza las uniones de sus átomos en estado sólido es el enlace metálico.

b) X por tener siete electrones de valencia, tiene tendencia a alcanzar la estructura de gas noble uniéndose cada dos átomos de X para formar moléculas de  $\text{X}_2$ , mediante la compartición de un par de electrones, por tanto el enlace en  $\text{X}_2$  es de naturaleza covalente y apolar:  $\text{X} + \text{X} \rightarrow \text{X}-\text{X}$

Para que  $\text{X}_2$  sea sólido a presión y temperatura ordinarias tiene que ser el yodo, el flúor y el cloro son gaseosos y el bromo es líquido. Para que estos halógenos sean sólidos se requieren unas presiones y temperaturas determinadas.

c) MX es un compuesto químico iónico, formado por  $\text{M}^+$  y  $\text{X}^-$ :  $\text{MX} \rightarrow \text{M}^+ + \text{X}^-$

Las propiedades de M son las típicas de un metal, las de  $\text{X}_2$  las de una sustancia covalente apolar y las de MX las de un compuesto químico iónico.

**20. ¿Qué tipo de interacción existe entre las moléculas de: a)  $\text{H}_2$ . b)  $\text{CH}_4$ . c)  $\text{NH}_3$ . d)  $\text{H}_2\text{S}$ . e)  $\text{H}_2\text{O}$ ?**

a)  $\text{H}_2$  es una sustancia covalente apolar y entre sus moléculas actúan fuerzas de Van der Waals.

b)  $\text{CH}_4$  es un compuesto químico covalente y la diferencia de electronegatividades entre el átomo de C y el de H no llega a que aparezcan enlaces por puentes de hidrógeno y la interacción existente entre sus

moléculas es de fuerzas de Van der Waals.

c)  $\text{NH}_3$  es un compuesto químico covalente donde la interacción dominante entre sus moléculas es de enlaces por puentes de hidrógeno.

d)  $\text{H}_2\text{S}$  es un compuesto químico covalente donde, como en el caso del metano, la interacción dominante es la de fuerzas de Van der Waals.

e)  $\text{H}_2\text{O}$  es un compuesto químico covalente donde la interacción dominante entre sus moléculas es la de enlaces por puentes de hidrógeno.

**21. Clasifica las siguientes moléculas en polares o apolares:  $\text{NH}_3$ ,  $\text{Cl}_2$ ,  $\text{HCl}$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{CCl}_4$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{BCl}_3$  y  $\text{CH}_3\text{Cl}$ .**

$\text{NH}_3$  es una molécula polar, debido a que en cada enlace  $\text{N—H}$  la distribución de carga es asimétrica y la forma piramidal de la molécula hace que no se contrarreste los momentos dipolares de cada enlace  $\text{N—H}$ .

$\text{Cl}_2$  es una molécula apolar, formada por la unión de dos átomos iguales, que producen una distribución simétrica del par de electrones de enlace.

$\text{HCl}$  es una molécula polar, formada por la unión de dos átomos distintos, que producen una distribución asimétrica del par de electrones de enlace.

$\text{CO}$  es una molécula polar, formada por la unión de dos átomos distintos, que producen una distribución asimétrica del par de electrones de enlace.

$\text{CCl}_4$  es una molécula apolar, ya que aunque cada enlace  $\text{C—Cl}$  tiene una distribución de carga asimétrica y por ello cada enlace tiene su momento dipolar, la forma tetraédrica de la molécula hace que la suma vectorial de los momentos dipolares de los cuatro enlaces  $\text{C—Cl}$  sea cero.

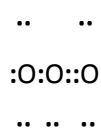
$\text{H}_2$  es una molécula apolar, formada por la unión de dos átomos iguales, que producen una distribución simétrica del par de electrones de enlace.

$\text{BCl}_3$  es una molécula apolar, aunque en cada enlace  $\text{B—Cl}$  la distribución de carga es asimétrica, la forma plana de la molécula con ángulos de enlace de  $120^\circ$  hace que se contrarreste los momentos dipolares de cada enlace  $\text{B—Cl}$ , y el resultado es un momento dipolar total igual a cero.

$\text{CH}_3\text{Cl}$  es una molécula polar, ya que aunque tiene la forma tetraédrica existe un enlace  $\text{C—Cl}$ , que es diferente de los otros tres, que son  $\text{C—H}$ .

**22. El ozono es una variedad del oxígeno, que tiene la fórmula  $\text{O}_3$ . Representa mediante el diagrama de Lewis una molécula de ozono y explica la naturaleza de sus enlaces.**

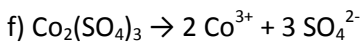
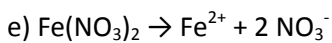
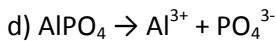
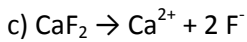
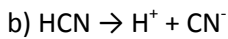
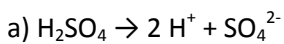
El diagrama de Lewis es el siguiente:



Por tanto el ozono es:  $\text{O} \leftarrow \text{O} = \text{O}$ , donde el primer enlace  $\leftarrow$  es un enlace coordinado, pues el segundo átomo de oxígeno presta un par de electrones al primer átomo de oxígeno. Entre el segundo y el tercer átomo de oxígeno existe un doble enlace.

También se podría haber puesto el diagrama en la forma:  $\text{O} = \text{O} \rightarrow \text{O}$ , que es totalmente equivalente a la primera forma, pues ambas son las dos formas resonantes estables de dicha molécula.

23. Escribe las ecuaciones de ionización o disociación, según sea el caso, de los siguientes compuestos químicos: a)  $\text{H}_2\text{SO}_4$ . b)  $\text{HCN}$ . c)  $\text{CaF}_2$ . d)  $\text{AlPO}_4$ . e)  $\text{Fe}(\text{NO}_3)_2$ . f)  $\text{Co}_2(\text{SO}_4)_3$ .



24. Las fórmulas de los hidrocarburos etano, eteno y etino son, respectivamente:  $\text{C}_2\text{H}_6$ ,  $\text{C}_2\text{H}_4$  y  $\text{C}_2\text{H}_2$ . Estos compuestos químicos tienen una unión entre los dos átomos de carbono. Representa dichos hidrocarburos mediante los diagramas de Lewis, sabiendo que los tres, a temperatura ambiente, son gases no conductores de la electricidad.

Son compuestos químicos covalentes y como el carbono tiene 4 electrones de valencia, entonces las fórmulas de estos compuestos responden a:

$\text{C}_2\text{H}_6$ :

H H

.. ..

H:C:C:H

.. ..

H H

$\text{C}_2\text{H}_4$ :

H:C::C:H

.. ..

H H

$\text{C}_2\text{H}_2$ :

H:C::C:H

25. Representa mediante el diagrama de Lewis, la molécula de dióxido de carbono e indica su geometría, sabiendo que el momento dipolar de la misma es nulo.

Se trata de un compuesto químico covalente y dado que su molécula no tiene momento bipolar es lineal, con ángulos de enlace de  $180^\circ$ .

Su diagrama de Lewis es:

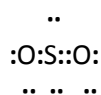
.. ..

:O::C::O: o bien:  $\text{O}=\text{C}=\text{O}$

**26. La molécula de dióxido de azufre tiene un momento dipolar distinto de cero. Ello supone afirmar que: a) La molécula no es lineal. b) Sus enlaces tienen carácter polar. c) La molécula es lineal. Justifica la respuesta.**

El azufre y el oxígeno pertenecen al mismo grupo, los anfígenos, y como la diferencia de electronegatividad entre ellos no es muy acusada, el tipo de enlace entre ambos átomos es covalente.

La representación de Lewis del enlace en la molécula de SO<sub>2</sub> es:



Debido a que la molécula no es lineal, el ángulo del enlace O—S—O no es de 180° y el S tiene una carga eléctrica parcial positiva ( $\delta^+$ ) y cada oxígeno una carga eléctrica parcial negativa ( $\delta^-$ ). Por tanto los enlaces del S en el SO<sub>2</sub> son covalentes polares.

**27. ¿Qué compuesto químico de hidrógeno es más covalente: LiH, CsH, HF o HI?**

Consultando la tabla de electronegatividades de Pauling resulta que el H tiene un valor de 2,1, el Li de 1,0, el Cs de 0,7, el F de 4,0 y el I de 2,5, por lo que las diferencias de electronegatividades en dichos compuestos químicos son las siguientes:

$$\text{En LiH: } 2,1 - 1 = 1,1$$

$$\text{En CsH: } 2,1 - 0,7 = 1,4$$

$$\text{En HF: } 4,0 - 2,1 = 1,9$$

$$\text{En HI: } 2,5 - 2,1 = 0,4$$

Luego, atendiendo a la diferencia de electronegatividades el compuesto químico más covalente es el HI, después el LiH, le sigue el CsH y el menos el HF.

**28. Escribe ejemplos de moléculas de sustancias que tengan la siguiente estructura: a) AB lineal, b) AB<sub>2</sub> angular, c) AB<sub>3</sub> plana, d) AB<sub>3</sub> piramidal y e) AB<sub>4</sub> tetraédrica.**

a) AB lineal: CO<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub> y HCl, que tienen ángulos de enlace de 180°.

b) AB<sub>2</sub> angular: H<sub>2</sub>S, H<sub>2</sub>O y SO<sub>2</sub>, con ángulos de enlace en torno a 104°.

c) AB<sub>3</sub> plana: BF<sub>3</sub>, BCl<sub>3</sub>, CO<sub>3</sub><sup>2-</sup>, NO<sub>3</sub><sup>-</sup>, C<sub>2</sub>H<sub>4</sub>, con ángulos de enlace de 120°.

d) AB<sub>3</sub> piramidal: NH<sub>3</sub>, PF<sub>3</sub> y H<sub>3</sub>O<sup>+</sup>, con ángulos de enlace de alrededor de 107°.

e) AB<sub>4</sub> tetraédrica: CH<sub>4</sub>, SiF<sub>4</sub>, CCl<sub>4</sub> y NH<sub>4</sub><sup>+</sup>, con ángulos de enlace de alrededor de 109,5°.

**29. ¿Qué significa que la molécula de NH<sub>3</sub> sea piramidal y tenga un momento dipolar distinto de cero?**

Que la forma geométrica de la molécula de NH<sub>3</sub> es una pirámide. Dicha pirámide es de base triangular, en cuyos vértices se encuentran los tres átomos de hidrógeno, y en el vértice superior se halla el átomo de nitrógeno. Como el momento dipolar de la molécula es la suma vectorial de los momentos dipolares de cada uno de los tres enlaces N—H, dicha estructura geométrica hace que la suma vectorial sea diferente de cero, al no contrarrestarse los momentos dipolares de los enlaces N—H entre sí.



**30. El hidruro de berilio no posee un momento dipolar. ¿Cuál es su geometría molecular?**

Puesto que los enlaces H—Be presentan un momento dipolar, la única forma de explicar que la molécula de  $\text{H}_2\text{Be}$  sea apolar es que tenga una forma geométrica lineal, con ángulo de enlace de  $180^\circ$ .

**31. El hecho de que una sustancia cristalice, ¿quiere decir que posee un determinado tipo de enlace químico?**

No, pues pueden existir sólidos cristalinos iónicos, metálicos y covalentes reticulares.

**32. ¿Qué diferencia hay entre las estructuras sólidas de los metales y las de los compuestos iónicos?**

Mientras que las estructuras sólidas de los compuestos iónicos están formadas por un conjunto de iones (cationes y aniones), las estructuras sólidas de los metales están formadas por un conjunto de átomos discretos, que en el modelo de la nube electrónica, el enlace se explica mediante la existencia de los electrones de valencia en estado libre dentro de la estructura sólida, formada por los cationes del metal, pero en cualquier caso no hay verdaderos aniones en un metal.

**33. ¿Qué diferencia hay entre el enlace iónico y el enlace por puentes de hidrógeno?**

El enlace iónico se origina por la total transferencia de electrones desde una especie a otra y, en consecuencia se forman verdaderos iones. Por el contrario, en el enlace por puentes de hidrógeno nunca existe una verdadera transferencia de electrones entre dos átomos de dos moléculas diferentes. Lo único que existe en un enlace por puentes de hidrógeno es la atracción electrostática parcial, que se representa mediante cargas eléctricas parciales:  $\delta^+$  y  $\delta^-$ , entre dos átomos distintos pero sin llegar nunca a constituir iones.

## UNIDAD 5: Aspectos cuantitativos de las reacciones químicas

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 103

1. En la siguiente lista de diez fórmulas hay tres incorrectas: CsCl, PH<sub>4</sub>, HNO<sub>3</sub>, Pt(NO<sub>2</sub>)<sub>2</sub>, Na<sub>2</sub>S<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Li<sub>2</sub>O<sub>2</sub>, Ba(OH)<sub>2</sub>, AlO<sub>2</sub>, Na<sub>2</sub>SO<sub>3</sub> y FeO<sub>2</sub>. Encuéntralas.

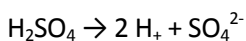
Las incorrectas son las siguientes: AlO<sub>2</sub>, K<sub>2</sub>SO<sub>5</sub> y PH<sub>4</sub>.

El óxido de aluminio no es AlO<sub>2</sub>, es Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>.

Es incorrecta FeO<sub>2</sub>, los óxidos de hierro son FeO, Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> y Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>.

El hidruro de fósforo no es PH<sub>4</sub>, es PH<sub>3</sub>.

2. Escribe la ecuación de ionización del ácido sulfúrico.



3. Sabrías decir de qué tipo es la reacción, cuya ecuación química es: Mn<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + Al → Mn + Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. Ajusta dicha ecuación química.

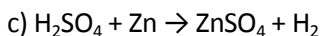
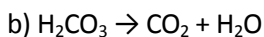
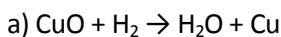
Es una reacción de oxidación-reducción.

La ecuación ajustada es: Mn<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + 2 Al → 2 Mn + Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

### ACTIVIDADES-PÁG. 105

1. Escribe las ecuaciones químicas de las siguientes reacciones:

- El óxido de cobre(II) reacciona con el hidrógeno para formar agua y cobre metal.
- La descomposición del ácido carbónico origina dióxido de carbono y agua.
- El ácido sulfúrico reacciona con el cinc metal para formar sulfato de cinc e hidrógeno.



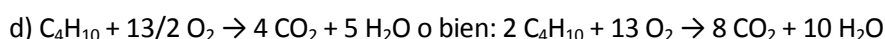
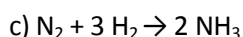
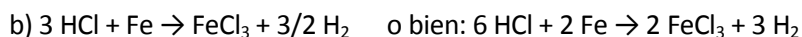
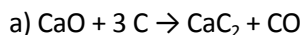
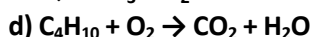
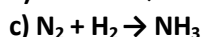
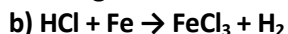
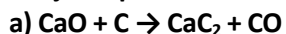
2. Explica si es posible que tenga lugar la reacción química entre el cloruro de hidrógeno y el amoníaco para formar bromuro de amonio. Escribe la ecuación química que tiene lugar entre los reactivos citados.

No, la reacción química entre el cloruro de hidrógeno y el amoníaco origina cloruro de amonio según la ecuación:  
 $\text{HCl} + \text{NH}_3 \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl}$

No se puede formar bromuro de amonio, pues en los reactivos no se encuentra el bromo.

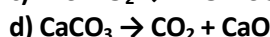
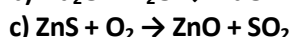
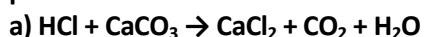
**ACTIVIDADES-PÁG. 106**

**3. Ajusta por el método de tanteo las siguientes ecuaciones químicas:**



**ACTIVIDADES-PÁG. 109**

**4. Ajusta e indica el grupo al que pertenecen las ecuaciones químicas de las siguientes reacciones desde el punto de vista estructural:**



a)  $2 \text{HCl} + \text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CaCl}_2 + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$  y es una reacción química de doble sustitución.

b)  $\text{Na}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{NaOH}$  y es una reacción química de síntesis.

c)  $\text{ZnS} + 3/2 \text{O}_2 \rightarrow \text{ZnO} + \text{SO}_2$  o bien:  $2 \text{ZnS} + 3 \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{ZnO} + 2 \text{SO}_2$  y es una reacción química de sustitución o desplazamiento.

d)  $\text{CaCO}_3 \rightarrow \text{CO}_2 + \text{CaO}$  y es una reacción química de descomposición simple.

**5. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas:**

a) La ecuación:  $\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4$  representa a una reacción de hidrólisis.

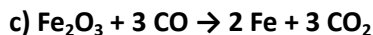
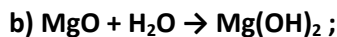
b) La ecuación:  $\text{HCl} + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$  es de una neutralización.

a) La ecuación:  $\text{SO}_3 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4$  no es reacción química de hidrólisis, pues una hidrólisis es la descomposición de una sal por el agua. La reacción química en cuestión es la reacción de síntesis del ácido sulfúrico.

b) La ecuación:  $\text{HCl} + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$  sí es una reacción química de neutralización del ácido HCl por la base NaOH.

**ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 120**

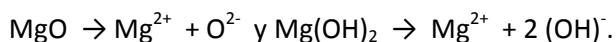
1. Indica qué información, referida a enlaces rotos y formados, contienen las siguientes ecuaciones químicas:



a)  $3 \text{Cl}_2 + 2 \text{P} \rightarrow 2 \text{PCl}_3$ : Cada molécula de  $\text{Cl}_2$  tiene un enlace covalente Cl—Cl, como hay 3 moléculas de  $\text{Cl}_2$  se deben romper 6 enlaces Cl—Cl.

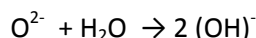
La formación de una molécula de  $\text{PCl}_3$  requiere la unión covalente del átomo de P con tres átomos de Cl, como existen 2 moléculas de  $\text{PCl}_3$ , se tienen que originar 6 enlaces P—Cl.

b)  $\text{MgO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Mg(OH)}_2$ : En este caso el MgO es un compuesto químico iónico y el hidróxido de magnesio también, de forma que:



Por el contrario, el  $\text{H}_2\text{O}$  es un compuesto químico covalente.

En consecuencia, en la reacción química:  $\text{MgO} + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{Mg(OH)}_2$ , lo que verdaderamente ocurre es el proceso:



Luego lo que tiene lugar es:

- La ruptura de un enlace H—O en la molécula del agua para originar el anión hidroxilo:  $\text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}^+ + \text{OH}^-$

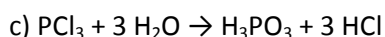
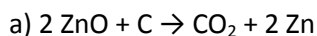
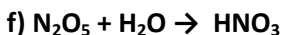
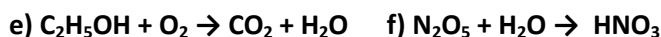
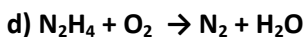
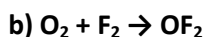
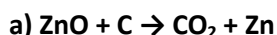
- Y la combinación del anión  $\text{O}^{2-}$  con el catión  $\text{H}^+$ , formado al romperse la molécula de agua, y originar así el otro anión hidroxilo según:  $\text{O}^{2-} + \text{H}^+ \rightarrow \text{OH}^-$

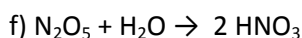
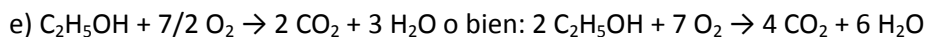
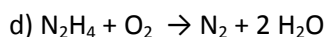
c)  $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 3 \text{CO} \rightarrow 2 \text{Fe} + 3 \text{CO}_2$ : En la reacción el óxido férrico iónico reacciona con la molécula covalente CO para originar hierro metal y dióxido de carbono, también covalente.

Como el  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  es:  $2 \text{Fe}^{3+} + 3 \text{O}^{2-}$ . Cada  $\text{Fe}^{3+}$  adquiere 3 electrones y se convierte en Fe metal.

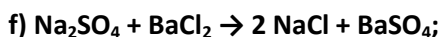
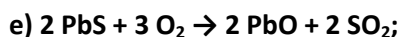
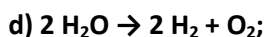
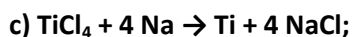
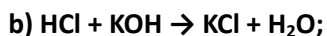
En cuanto al CO, cada molécula de monóxido de carbono incorpora un oxígeno para formar un doble enlace covalente con el carbono y formar el compuesto  $\text{O}=\text{C}=\text{O}$ .

2. Ajusta por el método que consideres más oportuno las siguientes ecuaciones químicas:





**3. Clasifica las ecuaciones químicas de las siguientes reacciones según el criterio estructural:**



a)  $\text{CaO} + \text{CO}_2 \rightarrow \text{CaCO}_3$  es una reacción química de síntesis.

b)  $\text{HCl} + \text{KOH} \rightarrow \text{KCl} + \text{H}_2\text{O}$  es una reacción química de doble sustitución.

c)  $\text{TiCl}_4 + 4 \text{Na} \rightarrow \text{Ti} + 4 \text{NaCl}$  es una reacción química de sustitución o desplazamiento.

d)  $2 \text{H}_2\text{O} \rightarrow 2 \text{H}_2 + \text{O}_2$  es una reacción química de descomposición simple.

e)  $2 \text{PbS} + 3 \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{PbO} + 2 \text{SO}_2$  es una reacción química de descomposición mediante un reactivo.

f)  $\text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{BaCl}_2 \rightarrow 2 \text{NaCl} + \text{BaSO}_4$  es una reacción química de doble sustitución.

**4. Determina los números de oxidación de todos los elementos químicos en los siguientes compuestos químicos o iones:  $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{NaH}$ ,  $\text{NF}_3$ ,  $\text{SO}_3^{2-}$ ,  $\text{Ba(OH)}_2$ ,  $\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ ,  $\text{PbSiO}_4$ ,  $\text{Li}_2\text{O}_2$ ,  $\text{NH}_4^+$  y  $\text{HNO}_2$ .**

$\text{P}_2\text{O}_5$ : -2 para el O y +5 en el P.

$\text{NaH}$ : -1 en el H y +1 en el Na.

$\text{NF}_3$ : -1 en el F y +3 en el N.

$\text{SO}_3^{2-}$ : Como el O tiene -2, entonces el S tiene +4, ya que:  $4 + 3 \cdot (-2) = -2$

$\text{Ba(OH)}_2$ : Como el O tiene -2, el H +1, resulta que el Ba debe tener +2.

$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}$ : Como el O tiene -2, entonces el Cr tiene +6, ya que:  $2 \cdot 6 + 7 \cdot (-2) = -2$

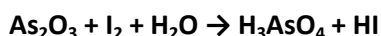
$\text{PbSiO}_4$ : Como el O tiene -2 y el Si +4, entonces el Pb tiene +4, ya que:  $4 + 4 + 4 \cdot (-2) = 0$

$\text{Li}_2\text{O}_2$ : Al tratarse de un peróxido, el O tiene -1, entonces cada átomo de Li tiene +1.

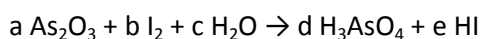
$\text{NH}_4^+$ : Como el H tiene +1, entonces el N tiene -3, ya que:  $-3 + 4 = 1$

$\text{HNO}_2$ : Como el O tiene -2 y el H +1, entonces el N tiene +3, ya que:  $1 + 3 + 2 \cdot (-2) = 0$

**5. Ajusta por el método algebraico la siguiente ecuación química:**



La ecuación química se puede escribir como:



donde hay que calcular: a, b, c, d y e.

Aplicando el balance de materia a cada elemento químico resulta:

$$\text{Para el As: } 2a = d \quad [1]$$

$$\text{Para el O: } 3a + c = 4d \quad [2]$$

$$\text{Para el I: } 2b = e \quad [3]$$

$$\text{Para el H: } 2c = 3d + e \quad [4]$$

Sistema de cuatro ecuaciones con cinco incógnitas, a la que se puede añadir la ecuación:  $a = 1$ , para así poder resolver el sistema y determinar los coeficientes estequiométricos.

De esta forma:

$$\text{Como: } 2a = d \Rightarrow 2 = d.$$

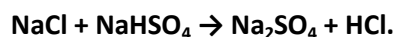
$$\text{Como: } 3a + c = 4d \Rightarrow 3 + c = 4 \cdot 2 \Rightarrow c = 5$$

$$\text{Como: } 2c = 3d + e \Rightarrow 2 \cdot 5 = 3 \cdot 2 + e \Rightarrow e = 4$$

$$\text{Como: } 2b = e \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow b = 2$$

Luego la ecuación química ajustada es:  $\text{As}_2\text{O}_3 + 2\text{I}_2 + 5\text{H}_2\text{O} \rightarrow 2\text{H}_3\text{AsO}_4 + 4\text{HI}$

#### 6. El HCl puede obtenerse mediante la reacción química:



Calcula la cantidad de HCl que se obtiene a partir de 50 g de  $\text{NaHSO}_4$ .

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	NaCl	+	NaHSO <sub>4</sub>	→	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	+	HCl
Relación estequiométrica	1		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ NaCl}}{1}$		$\frac{n_B \text{ NaHSO}_4}{1}$		$\frac{n_C \text{ Na}_2\text{SO}_4}{1}$		$\frac{n_D \text{ HCl}}{1}$
Datos e incógnitas			50 g				¿m HCl?

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del NaHSO}_4 = 120 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Los pasos a seguir, en los que en cada uno de ellos se utiliza el factor de conversión adecuado, son:

masa de  $\text{NaHSO}_4$ , en g  $\xrightarrow{1^\circ}$  cantidad de  $\text{NaHSO}_4$ , en mol  $\xrightarrow{2^\circ}$  cantidad de HCl, en mol  $\xrightarrow{3^\circ}$  masa de HCl, en g

1º masa de  $\text{NaHSO}_4$ , en g  $\xrightarrow{1^\circ}$  cantidad de  $\text{NaHSO}_4$ , en mol:

$$n \text{ de NaHSO}_4 = 50 \text{ g NaHSO}_4 \cdot \frac{1 \text{ mol NaHSO}_4}{120 \text{ g NaHSO}_4} = 0,42 \text{ mol NaHSO}_4$$

2º cantidad de NaHSO<sub>4</sub>, en mol  $\xrightarrow{2^\circ}$  cantidad de HCl, en mol, a través del dato de la ecuación química ajustada que proporciona que 1 mol de NaHSO<sub>4</sub> originan 1 mol de HCl:

$$n \text{ de HCl} = \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaHSO}_4} \cdot 0,42 \text{ mol NaHSO}_4 = 0,42 \text{ mol HCl}$$

O bien también se puede aplicar:  $\frac{n_B \text{ NaHSO}_4}{1} = \frac{n_D \text{ HCl}}{1}$ , de forma que:

$$\frac{0,42 \text{ mol NaHSO}_4}{1} = \frac{n_D \text{ HCl}}{1} \Rightarrow n_D = 0,42 \text{ mol HCl}$$

3º cantidad de HCl, en mol  $\xrightarrow{3^\circ}$  m HCl, en g:

$$m \text{ de HCl} = 0,42 \text{ mol HCl} \cdot \frac{36,5 \text{ g HCl}}{\text{mol HCl}} = 15,2 \text{ g HCl}$$

**7. Al reaccionar sulfuro de cinc con ácido clorhídrico se forma cloruro de cinc y ácido sulfhídrico. ¿Qué cantidad de HCl, del 30 % de riqueza en masa, se necesita para obtener 45 g de cloruro de cinc?**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	ZnS	+	2 HCl	→	ZnCl <sub>2</sub>	+	H <sub>2</sub> S
Relación estequiométrica	1		2		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ ZnS}}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ ZnCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2\text{S}}{1}$
Datos e incógnitas			¿m HCl 30 %?		45 g		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del ZnCl}_2 = 136,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_B \text{ HCl}}{2} = \frac{n_C \text{ ZnCl}_2}{1}$$

$$\text{donde: } n_C \text{ de ZnCl}_2 = 45 \text{ g ZnCl}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol ZnCl}_2}{136,4 \text{ g ZnCl}_2} = 0,33 \text{ mol ZnCl}_2, \text{ por tanto:}$$

$$\frac{n_B \text{ mol HCl}}{2} = \frac{0,33 \text{ mol ZnCl}_2}{1} \Rightarrow n_B = 0,66 \text{ mol HCl}$$

Como:  $n = \frac{m}{M}$ , entonces:  $0,66 \text{ mol HCl} = \frac{m}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 24,1 \text{ g HCl}$  si fuera puro del 100 %, pero

como tiene una riqueza del 30 %, entonces:

$$m = 24,1 \text{ g} \cdot \frac{100}{30} = 80,3 \text{ g de HCl}$$

**8. Una caliza, con un 75 % de riqueza en carbonato de calcio, se trata con ácido clorhídrico y se origina cloruro de calcio, dióxido de carbono y agua. Calcula la cantidad de caliza que se necesita para obtener 10 litros de dióxido de carbono, medidos en condiciones normales de presión y temperatura.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	CaCO <sub>3</sub>	+	2 HCl	→	CaCl <sub>2</sub>	+	CO <sub>2</sub>	+	H <sub>2</sub> O
Relación estequiométrica	1		2		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ CaCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ CO}_2}{1}$		$\frac{n_E \text{ H}_2\text{O}}{1}$
Datos e incógnitas	¿m CaCO <sub>3</sub> al 75 %?						V = 10 L en C.N.		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del CaCO}_3 = 100 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{n_D \text{ CO}_2}{1}$$

La cantidad de CO<sub>2</sub>, en mol, que se obtiene se deduce a partir de:  $n = \frac{V}{V_m}$ , pues en condiciones normales

de presión y temperatura:  $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$ , luego:

$$n = \frac{10 \text{ L}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 0,45 \text{ mol de CO}_2$$

$$\text{Por tanto: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{0,45 \text{ mol CO}_2}{1} \Rightarrow n_A = 0,45 \text{ mol de CaCO}_3$$



Ahora bien:  $n = \frac{m}{M}$ , entonces:  $0,45 \text{ mol CaCO}_3 = \frac{m}{100 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 45 \text{ g CaCO}_3$  si fuera puro del 100 %,

pero como tiene una riqueza del 75 %, entonces:

$$m = 45 \text{ g} \cdot \frac{100}{75} = 60 \text{ g de CaCO}_3$$

**9. El amoníaco se obtiene por reacción de hidrógeno con nitrógeno. Si los tres gases se miden en las mismas condiciones de presión y temperatura, calcula la cantidad de amoníaco que se obtiene cuando reacciona 0,5 L de hidrógeno.**

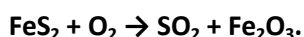
Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	3 H <sub>2</sub> (g)	+	N <sub>2</sub> (g)	→	2 NH <sub>3</sub> (g)
Relación estequiométrica	3		1		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de H}_2}{3}$		$\frac{n_B \text{ de N}_2}{1}$		$\frac{n_C \text{ de NH}_3}{2}$
Datos e incógnitas	0,5 L Igual p y T		Igual p y T		¿V de NH <sub>3</sub> ? Igual p y T

Por aplicación de la Ley de Gay-Lussac, resulta que:

$$\frac{V_A \text{ de H}_2}{3} = \frac{V_C \text{ de NH}_3}{2} \Rightarrow \frac{0,5 \text{ L de H}_2}{3} = \frac{V_C \text{ de NH}_3}{2} \Rightarrow v_C = \frac{1}{3} \text{ L de NH}_3$$

**10. La ecuación química de la reacción de tostación de la pirita es:**



**Ajusta dicha ecuación química por el método algebraico y halla el volumen de SO<sub>2</sub> que se recoge en condiciones normales de presión y temperatura, a partir de 1 kg de pirita.**

La ecuación se puede escribir como:  $a \text{ FeS}_2 + b \text{ O}_2 \rightarrow c \text{ SO}_2 + d \text{ Fe}_2\text{O}_3$

donde hay que calcular: a, b, c y d.

Aplicando el balance de materia a cada elemento químico resulta:

Para el Fe:  $a = 2d$  [1]

Para el S:  $2a = c$  [2]

Para el O:  $2b = 2c + 3d$  [3]

Sistema de tres ecuaciones con cuatro incógnitas, a la que se puede añadir la ecuación:  $a = 1$ , para así poder resolver el sistema y determinar los coeficientes estequiométricos.

$$\text{De esta forma: Como: } a = 2d \Rightarrow 1 = 2d \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

$$\text{Como: } 2a = c \Rightarrow 2 = c$$

$$\text{Como: } 2b = 2c + 3d \Rightarrow 2b = 2 \cdot 2 + 3 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{11}{4}$$

$$\text{Luego la ecuación química ajustada es: } \text{FeS}_2 + \frac{11}{4} \text{O}_2 \rightarrow 2 \text{SO}_2 + \frac{1}{2} \text{Fe}_2\text{O}_3$$

$$\text{O también: } 4 \text{FeS}_2 + 11 \text{O}_2 \rightarrow 8 \text{SO}_2 + 2 \text{Fe}_2\text{O}_3$$

Ahora se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	4 FeS <sub>2</sub>	+	11 O <sub>2</sub>	→	8 SO <sub>2</sub>	+	2 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
Relación estequiométrica	4		11		8		2
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{FeS}_2}{4}$		$\frac{n_B \text{O}_2}{11}$		$\frac{n_C \text{SO}_2}{8}$		$\frac{n_D \text{Fe}_2\text{O}_3}{2}$
Datos e incógnitas	1 kg				¿V SO <sub>2</sub> en C.N.?		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del FeS}_2 = 119,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_A \text{FeS}_2}{4} = \frac{n_C \text{SO}_2}{8}$$

$$\text{Como: } n_A \text{ de FeS}_2 = 1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \text{ de FeS}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol FeS}_2}{119,8 \text{ g FeS}_2} = 8,35 \text{ mol FeS}_2, \text{ por tanto:}$$

$$\frac{8,35 \text{ mol FeS}_2}{4} = \frac{n_C \text{SO}_2}{8} \Rightarrow n_C = 16,7 \text{ mol SO}_2$$

La cantidad de SO<sub>2</sub>, en mol se relaciona con su volumen a partir de:  $n = \frac{V}{V_m}$ , pues en condiciones

normales de presión y temperatura:  $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$ , luego:

$$16,7 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 374,1 \text{ L de SO}_2$$

11. La oxidación de una lámina de hierro de 200 g produce óxido férrico. Si únicamente se producen 34 g de óxido. Calcula: a) el rendimiento de la reacción, expresado en %. b) La cantidad de hierro que se oxida.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	4 Fe	+	3 O <sub>2</sub>	→	2 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
Relación estequiométrica	4		3		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de Fe}}{4}$		$\frac{n_B \text{ de O}_2}{3}$		$\frac{n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3}{2}$
Datos e incógnitas	200 g ¿m que se oxida?				34 g ¿rendimiento?

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del Fe} = 55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del Fe}_2\text{O}_3 = 159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{n_C \text{ Fe}_2\text{O}_3}{2}$$

$n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3 = 34 \text{ g de Fe}_2\text{O}_3 \cdot \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{159,6 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} = 0,21 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3$  que se obtiene. Por tanto, la cantidad de Fe que reacciona en mol es:

$$\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{0,21 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2} \Rightarrow n_A = 0,43 \text{ mol Fe}$$

$$\text{Como: } n = \frac{m}{M}, \text{ su masa, en g, es: } 0,43 \text{ mol Fe} = \frac{m}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 23,8 \text{ g Fe que se oxida.}$$

De esta forma el rendimiento de la reacción química es:

$$\text{rendimiento} = \frac{23,8 \text{ g}}{200 \text{ g}} \cdot 100 = 11,9 \%$$

12. Se hacen reaccionar 6,5 g de carbonato de calcio con una disolución acuosa de ácido clorhídrico de concentración 1,5 mol/L. Calcula el volumen de disolución de ácido que es necesario emplear para que la reacción sea completa.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	CaCO <sub>3</sub>	+	2 HCl	→	CaCl <sub>2</sub>	+	CO <sub>2</sub>	+	H <sub>2</sub> O
Relación estequiométrica	1		2		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ CaCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ CO}_2}{1}$		$\frac{n_E \text{ H}_2\text{O}}{1}$
Datos e incógnitas	6,5 g		1,5 mol/L ¿V de disolución?						

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del CaCO}_3 = 100 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{2}$$

$$\text{de forma que también se cumple que: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{C_{\text{ácido HCl}} \cdot V_{\text{ácido HCl}}}{2}$$

$$\text{Como: } n_A \text{ de CaCO}_3 = 6,5 \text{ g de CaCO}_3 \cdot \frac{1 \text{ mol CaCO}_3}{100 \text{ g CaCO}_3} = 0,065 \text{ mol CaCO}_3, \text{ por tanto:}$$

$$\frac{0,065 \text{ mol CaCO}_3}{1} = \frac{1,5 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ HCl} \cdot V_{\text{ácido HCl}}}{2} \Rightarrow V_{\text{ácido}} = 0,087 \text{ L de disolución de HCl}$$

13. Ajusta la ecuación química siguiente: Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + Al → Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> + Cr y calcula la cantidad de aluminio, del 98%, de riqueza necesaria para obtener una tonelada de cromo.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	$\text{Cr}_2\text{O}_3$	+	$2 \text{ Al}$	$\rightarrow$	$\text{Al}_2\text{O}_3$	+	$2 \text{ Cr}$
Relación estequiométrica	1		2		1		2
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ Cr}_2\text{O}_3}{1}$		$\frac{n_B \text{ Al}}{2}$		$\frac{n_C \text{ Al}_2\text{O}_3}{1}$		$\frac{n_D \text{ Cr}}{2}$
Datos e incógnitas			¿m Al del 98 %?				1000 kg

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del Al} = 27 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del Cr} = 52 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Se verifica que:  $\frac{n_B \text{ Al}}{2} = \frac{n_D \text{ Cr}}{2}$ , entonces:

$$\text{Como: } n_D \text{ de Cr} = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \text{de Cr} \cdot \frac{1 \text{ mol Cr}}{52 \text{ g Cr}} = 19230,8 \text{ mol Cr que se obtiene.}$$

$$\text{Y } \frac{n_B \text{ Al}}{2} = \frac{19230,8 \text{ mol Cr}}{2} \Rightarrow n_B = 19230,8 \text{ mol de Al que reaccionan}$$

$$\text{Como: } n = \frac{m}{M}, \text{ su masa, en g, es: } 19230,8 \text{ mol Al} = \frac{m}{27 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}$$

De donde:  $m = 519230,8 \text{ g Al que reaccionan} = 519230,8 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} = 519,2 \text{ kg puros de Al que reaccionan.}$

Luego la cantidad necesaria de Al es:

$$m = 519,2 \text{ kg} \cdot \frac{100}{98} = 529,8 \text{ kg}$$

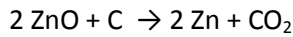
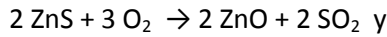
**14. Para obtener el cinc a partir de la blenda, se somete el mineral a un proceso de tostación y posteriormente, se reduce el óxido obtenido con carbono. Si se parte de blenda del 60% de riqueza en ZnS ¿Qué cantidad de cinc se obtendrá partir de una tonelada de blenda, admitiendo que el rendimiento del proceso es del 90%?**

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

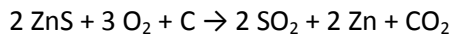
$$M \text{ del ZnS} = 97,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del Zn} = 65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

La cantidad de ZnS que hay en la blenda es:  $m = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{60}{100} = 600 \text{ kg}$

Las ecuaciones químicas ajustadas de las reacciones que tienen lugar son:



De forma que el proceso global que tiene lugar es:



Y por tanto se cumple que:  $\frac{n_A \text{ ZnS}}{2} = \frac{n_B \text{ Zn}}{2}$ , en consecuencia:

$$n_A \text{ de ZnS} = 600 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \text{de ZnS} \cdot \frac{1 \text{ mol ZnS}}{97,4 \text{ g ZnS}} = 6160,2 \text{ mol ZnS que reaccionan.}$$

$$\text{Entonces: } \frac{6160,2 \text{ mol ZnS}}{2} = \frac{n_B \text{ Zn}}{2} \Rightarrow n_B = 6160,2 \text{ mol de Zn}$$

$$\text{Como: } n = \frac{m}{M}, \text{ su masa, en g, es: } 6160,2 \text{ mol Zn} = \frac{m}{65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}$$

De donde:  $m = 402874,7 \text{ g Zn que se obtiene} = 402874,7 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} = 402,9 \text{ kg de Zn que se obtendría, si el rendimiento fuera del } 100 \%$ .

$$\text{Luego, la cantidad de Zn que se obtiene es: } m = 402,9 \text{ kg} \cdot \frac{90}{100} = 362,6 \text{ kg}$$

**15. La etiqueta de un frasco de ácido sulfúrico del laboratorio tiene las siguientes indicaciones: 93% en masa y densidad igual a 1,83 g/cm<sup>3</sup>. Calcula la concentración molar del ácido.**

La masa molar del H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> es  $98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

De 100 g de disolución 93 g son de ácido sulfúrico y 7 g de agua.

Cada 100 g de disolución ocupan un volumen obtenido a partir de:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 1,83 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{100 \text{ g}}{V} \Rightarrow V = 54,64 \text{ cm}^3$$

$$\text{Por tanto, la concentración molar es: } C_M = \frac{m}{V} = \frac{93 \text{ g}}{54,64 \text{ cm}^3 \cdot \frac{\text{L}}{1000 \text{ cm}^3}} = 17,4 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

16. Por oxidación catalítica de amoníaco se forma vapor de agua y óxido de nitrógeno(II) según la ecuación química:  $\text{NH}_3 + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$ . Ajusta la ecuación química y calcula el volumen de aire necesario para oxidar 100 litros de amoníaco, sabiendo que el 21 % en volumen del aire está formado por oxígeno.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	$4 \text{ NH}_3 (\text{g})$	+	$5 \text{ O}_2 (\text{g})$	$\rightarrow$	$4 \text{ NO} (\text{g})$	+	$6 \text{ H}_2\text{O} (\text{g})$
Relación estequiométrica	4		5		4		6
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ NH}_3}{4}$		$\frac{n_B \text{ O}_2}{5}$		$\frac{n_C \text{ NO}}{4}$		$\frac{n_D \text{ H}_2\text{O}}{6}$
Datos e incógnitas	100 L		¿V aire, si el 21 % es $\text{O}_2$ ?				

Entendiendo que las condiciones de presión y temperatura son las mismas en todo el proceso, por aplicación de la Ley de Gay-Lussac, resulta que:

$$\frac{V_A \text{ de NH}_3}{4} = \frac{V_B \text{ de O}_2}{5} \Rightarrow \frac{100 \text{ L de NH}_3}{4} = \frac{V_B \text{ de O}_2}{5} \Rightarrow V_B = 125 \text{ L de O}_2$$

Y el volumen de aire necesario es:  $V = 125 \text{ L} \cdot \frac{100}{21} = 595,2 \text{ L}$

17. Partiendo de una mezcla de 1520 kg compuesta de 65% de FeO y 20% de  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , se obtiene una tonelada de fundición de hierro con un contenido en dicho metal del 91,3%. ¿Cuál es el rendimiento de la operación?

La masa molar del Fe es  $55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , la del FeO  $71,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del  $\text{Fe}_2\text{O}_3$   $159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La cantidad de hierro obtenida es:  $m = 1000 \text{ kg} \cdot \frac{91,3}{100} = 913 \text{ kg}$

La cantidad de hierro en la mezcla es:

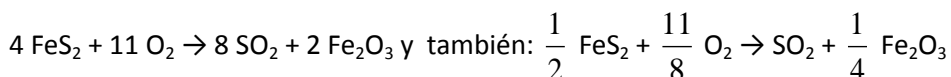
$$m = 1520 \text{ kg mezcla} \cdot \frac{65}{100} \text{ FeO} \cdot \frac{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}}{71,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ FeO}} + 1520 \text{ kg mezcla} \cdot \frac{20}{100} \text{ Fe}_2\text{O}_3 \cdot \frac{2 \cdot 55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}}{159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}_2\text{O}_3} = 980,4 \text{ kg}$$

Por tanto, el rendimiento del proceso es:  $\text{rendimiento} = \frac{913 \text{ kg}}{980,4 \text{ kg}} \cdot 100 = 93,1\%$

18. Se tratan 6 kg de pirita con oxígeno y el gas producido se transforma enteramente en ácido sulfúrico obteniéndose 50 litros de disolución de concentración 2 mol/L en este ácido. ¿Qué riqueza tenía la pirita?

La masa molar de la pirita de fórmula  $\text{FeS}_2$  es  $119,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La reacción de tostación de la pirita tiene la siguiente ecuación ajustada:



Y a continuación:  $\text{SO}_2 + \frac{1}{2} \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4$

Por lo que globalmente ocurre:  $\frac{1}{2} \text{FeS}_2 + \frac{15}{8} \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4 + \frac{1}{4} \text{Fe}_2\text{O}_3$

De esta forma:  $\frac{n_A \text{FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{n_B \text{H}_2\text{SO}_4}{1}$  y también:  $\frac{n_A \text{FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{C_M \text{ácido} \cdot V_{\text{ácido}}}{1}$

entonces:  $\frac{n_A \text{FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 50 \text{ L}}{1} \Rightarrow n_A = 50 \text{ mol de FeS}_2 \text{ que reaccionan}$

Como inicialmente hay de  $\text{FeS}_2$ :

$$n_A \text{ de FeS}_2 = 6 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \text{de FeS}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol FeS}_2}{119,8 \text{ g FeS}_2} = 50,1 \text{ mol FeS}_2$$

Por lo que el rendimiento es:  $\text{rendimiento} = \frac{50 \text{ mol}}{50,1 \text{ mol}} \cdot 100 = 99,8 \%$

19. Los gases residuales de una fábrica de ácido sulfúrico contienen, en volumen, 0,15% de  $\text{SO}_2$  y 0,03% de  $\text{SO}_3$ . La fábrica produce 300.000 kg/día de  $\text{H}_2\text{SO}_4$  y lanza a la atmósfera 40.000  $\text{m}^3$  de gases cada hora, medidos en condiciones normales de presión y temperatura. Calcula la cantidad, en kg, de  $\text{SO}_2$  y  $\text{SO}_3$  vertidos cada día a la atmósfera.

Si la fábrica arroja a la hora 40000  $\text{m}^3$  de gases, al cabo del día la cantidad de gases lanzados es:

$$V = 40000 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot 24 \text{ h} = 960000 \text{ m}^3$$

La cantidad de  $\text{SO}_2$  es:  $V \text{ de SO}_2 = 960000 \text{ m}^3 \cdot \frac{0,15}{100} = 1440 \text{ m}^3$

y la cantidad de  $\text{SO}_3$  es:  $V \text{ de SO}_3 = 960000 \text{ m}^3 \cdot \frac{0,03}{100} = 288 \text{ m}^3$

La masa molar del  $\text{SO}_2$  es  $64 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del  $\text{SO}_3$   $80 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , y sabiendo que la cantidad de ambos gases, en mol se relaciona con su volumen a partir de:  $n = \frac{V}{V_m}$ , donde en condiciones normales de presión y



temperatura:  $V_m = 22,4 \frac{L}{mol}$ , resulta que:

$$n \text{ de SO}_2 = \frac{1440 \text{ m}^3 \cdot \frac{1000 \text{ L}}{\text{m}^3}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 64,3 \cdot 10^3 \text{ mol de SO}_2$$

$$n \text{ de SO}_3 = \frac{288 \text{ m}^3 \cdot \frac{1000 \text{ L}}{\text{m}^3}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 12,9 \cdot 10^3 \text{ mol de SO}_3$$

Como:  $n = \frac{m}{M} \Rightarrow m = n \cdot M$ , luego:

$$m \text{ de SO}_2 = 64,3 \cdot 10^3 \text{ mol} \cdot 64 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 4114,3 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{10^3 \text{ g}} \text{ de SO}_2 = 4114,3 \text{ kg de SO}_2$$

$$m \text{ de SO}_3 = 12,9 \cdot 10^3 \text{ mol} \cdot 80 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 1028,6 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{10^3 \text{ g}} \text{ de SO}_3 = 1028,6 \text{ kg de SO}_3$$

**20. El nitrato de plomo(II) reacciona con el yoduro de potasio para originar un precipitado amarillo de yoduro de plomo(II) y nitrato de potasio. Si reaccionan 15,0 g de nitrato de plomo (II) y se obtiene 18,5 g de yoduro de plomo(II), ¿cuál es el rendimiento del proceso?**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$	+	$2 \text{ KI}$	$\rightarrow$	$\text{PbI}_2$	+	$2 \text{ KNO}_3$
Relación estequiométrica	1		2		1		2
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ Pb}(\text{NO}_3)_2}{1}$		$\frac{n_B \text{ KI}}{2}$		$\frac{n_C \text{ PbI}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ KNO}_3}{2}$
Datos e incógnitas	15,0 g ¿rendimiento?				18,5 g		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ de PbI}_2 = 461,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del Pb}(\text{NO}_3)_2 = 331,2 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Se verifica que:  $\frac{n_A \text{ Pb}(\text{NO}_3)_2}{1} = \frac{n_C \text{ PbI}_2}{1}$ , entonces:

Como:  $n_C \text{ de PbI}_2 = 18,5 \text{ g de PbI}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol PbI}_2}{4610 \text{ g PbI}_2} = 0,040 \text{ mol PbI}_2$  que se obtiene.

Y  $\frac{n_A \text{ Pb(NO}_3)_2}{1} = \frac{0,040 \text{ mol PbI}_2}{1} \Rightarrow n_A = 0,040 \text{ mol de Pb(NO}_3)_2$  que reaccionan

Como:  $n = \frac{m}{M}$ , su masa, en g, es:  $0,040 \text{ mol Pb(NO}_3)_2 = \frac{m}{3312 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}$

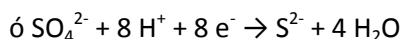
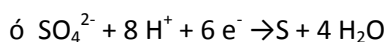
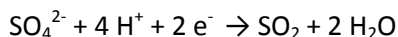
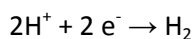
De donde:  $m = 13,3 \text{ g de Pb(NO}_3)_2$  que reaccionan

Luego el rendimiento es:  $\text{rendimiento} = \frac{13,3 \text{ g}}{15,0 \text{ g}} \cdot 100 = 88,7 \%$

**21. El ácido sulfúrico en disolución es un buen oxidante. Escribe las ecuaciones de reducción de los iones  $\text{H}^+$  y  $\text{SO}_4^{2-}$ , sabiendo que los protones se convierten en  $\text{H}_2$ , mientras que el anión sulfato se puede transformar en  $\text{SO}_2$ , S y  $\text{S}^{2-}$ .**

En disolución resulta que lo que hay es:  $\text{H}_2 \text{SO}_4 \rightarrow 2 \text{H}^+ + \text{SO}_4^{2-}$

De forma que:



**22. Se hace reaccionar 4,5 g de cinc con ácido clorhídrico del 35 % en masa y 1,18 g/cm<sup>3</sup> de densidad. Calcula el volumen de ácido necesario para que la reacción sea completa.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	Zn	+	2 HCl	→	ZnCl <sub>2</sub>	+	H <sub>2</sub>
Relación estequiométrica	1		2		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ Zn}}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ ZnCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2}{1}$
Datos e incógnitas	4,5 g		HCl del 35 % d = 1,18 g/cm <sup>3</sup> ¿V?				

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ de Zn} = 65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

Se verifica que:  $\frac{n_A \text{ Zn}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{2}$ , entonces:

Como:  $n_A \text{ de Zn} = 4,5 \text{ g de Zn} \cdot \frac{1 \text{ mol Zn}}{65,4 \text{ g Zn}} = 0,07 \text{ mol Zn}$ , entonces:

$$\frac{0,07 \text{ mol Zn}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{2} \Rightarrow n_B \text{ de HCl} = 0,14 \text{ mol de HCl que reacciona}$$

La masa de HCl que reacciona es:

$$0,14 \text{ mol HCl} = \frac{m}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de donde: } m = 5,02 \text{ g de HCl puros que reaccionan}$$

La masa en la disolución de dicho ácido de concentración del 35 % es:

$$m = 5,02 \text{ g} \cdot \frac{100}{35} = 14,4 \text{ g y su volumen se halla a partir de } d = \frac{m}{V}, \text{ luego:}$$

$$1,18 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{14,4 \text{ g}}{V} \Rightarrow V = 12,2 \text{ cm}^3$$

**23. El ácido clorhídrico reacciona con el dióxido de manganeso para originar dicloruro de manganeso, cloro y agua. Halla: a) La cantidad de dicloruro de manganeso que se obtiene cuando reaccionan 7,3 g de ácido clorhídrico. b) El volumen de cloro obtenido en las condiciones de 1,5 atm y 50 °C.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	MnO <sub>2</sub>	+	4 HCl	→	MnCl <sub>2</sub>	+	Cl <sub>2</sub>	+	2 H <sub>2</sub> O
Relación estequiométrica	1		4		1		1		2
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ MnO}_2}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{4}$		$\frac{n_C \text{ MnCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ Cl}_2}{1}$		$\frac{n_E \text{ H}_2\text{O}}{2}$
Datos incógnitas	e		7,3 g		¿m de MnCl <sub>2</sub> ?		¿VCl <sub>2</sub> a 1,5 atm y 50°C?		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ de MnCl}_2 = 125,9 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Se aplica:  $\frac{n_B \text{ HCl}}{4} = \frac{n_C \text{ MnCl}_2}{1}$

Como:  $n_B \text{ HCl} = \frac{7,3 \text{ g}}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,2 \text{ mol de HCl}$ , entonces:

$$\frac{0,2 \text{ mol HCl}}{4} = \frac{n_C \text{ MnCl}_2}{1} \Rightarrow n_C = 0,05 \text{ mol de MnCl}_2. \text{ Por tanto:}$$

$$0,05 \text{ mol MnCl}_2 = \frac{m}{125,9 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de donde: } m = 6,3 \text{ g de MnCl}_2 \text{ que se obtienen.}$$

b) También se cumple que:  $\frac{n_B \text{ HCl}}{4} = \frac{n_D \text{ Cl}_2}{1}$ , luego:

$$\frac{0,2 \text{ mol HCl}}{4} = \frac{n_D \text{ Cl}_2}{1} \Rightarrow n_D = 0,05 \text{ mol de Cl}_2 \text{ que se obtienen.}$$

Aplicando:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , resulta:

$$1,5 \text{ atm} \cdot V = 0,05 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 50) \text{ K} \Rightarrow V = 0,89 \text{ L}$$

**24. Un mineral de magnesita,  $\text{MgCO}_3$ , contiene un 35 % de impurezas inservibles (ganga). ¿Qué cantidad de magnesio se puede obtener a partir de 10 kg de mineral?**

La masa molar del Mg es  $= 24,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del  $\text{MgCO}_3 = 84,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

El % de magnesita es  $100 - 35 = 65 \%$

La cantidad de magnesita es:  $m = 10 \text{ kg} \cdot \frac{65}{100} = 6,5 \text{ kg de MgCO}_3$

Como por la fórmula 1 mol de  $\text{MgCO}_3$  contiene 1 mol de Mg, entonces:

$$m = 6,5 \text{ kg MgCO}_3 \cdot \frac{24,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Mg}}{84,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ MgCO}_3} = 1,9 \text{ kg Mg}$$

**25. El ácido clorhídrico reacciona con el hierro para originar cloruro de hierro(III) e hidrógeno. Si se dispone de 200,0 g de ácido clorhídrico y 90,0 g de hierro. Halla el reactivo limitante y la cantidad de cloruro de hierro (III) que se obtiene.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	Fe	+	3 HCl	→	FeCl <sub>3</sub>	+	$\frac{3}{2}$ H <sub>2</sub>
Relación estequiométrica	1		3		1		$\frac{3}{2}$
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ Fe}}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{3}$		$\frac{n_C \text{ FeCl}_3}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2}{\frac{3}{2}}$
Datos e incógnitas	90,0 g		200,0 g ¿reactivo limitante?		¿m?		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ de Fe} = 55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \quad M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \quad \text{y} \quad M \text{ del FeCl}_3 = 162,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Se verifica que:  $\frac{n_A \text{ Fe}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{3}$ , entonces:

Supongamos que reacciona todo el Fe, luego:

$$\text{Como: } n_A \text{ de Fe} = 90,0 \text{ g de Fe} \cdot \frac{1 \text{ mol Fe}}{55,8 \text{ g Fe}} = 1,61 \text{ mol Fe}, \text{ entonces:}$$

$$\frac{1,61 \text{ mol Fe}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{3} \Rightarrow n_B \text{ de HCl} = 4,84 \text{ mol de HCl que reacciona. Por tanto:}$$

$$4,84 \text{ mol HCl} = \frac{m}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de donde: } m = 176,6 \text{ g de HCl que reaccionan.}$$

Por tanto reacciona 176,6 g de HCl y sobran  $200,0 \text{ g} - 176,6 \text{ g} = 23,4 \text{ g}$  de HCl

Luego el reactivo limitante es el Fe, pues se consume todo él.

b) También se verifica:  $\frac{n_A \text{ Fe}}{1} = \frac{n_C \text{ FeCl}_3}{1}$ , luego:

$$\frac{1,61 \text{ mol Fe}}{1} = \frac{n_C \text{ FeCl}_3}{1} \Rightarrow n_C = 1,61 \text{ mol de FeCl}_3. \text{ Por tanto:}$$

$$1,61 \text{ mol FeCl}_3 = \frac{m}{162,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}$$

de donde:  $m = 261,8 \text{ g}$  de  $\text{FeCl}_3$  que se obtienen.

**26. El hierro reacciona con el oxígeno para formar óxido férrico. Se hace reaccionar un lingote de hierro que tiene una masa de 2,0 kg y una vez transcurrida la reacción de una forma completa se obtiene 2717,2 g de óxido férrico. Determina: a) La cantidad de hierro que reacciona. b) La pureza del lingote. c) La cantidad de oxígeno que reacciona.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	4 Fe	+	3 O <sub>2</sub>	→	2 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
Relación estequiométrica	4		3		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de Fe}}{4}$		$\frac{n_B \text{ de O}_2}{3}$		$\frac{n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3}{2}$
Datos e incógnitas	2,0 kg ¿m que se oxida? ¿pureza del lingote?		¿m de O <sub>2</sub> ?		2717,2 g

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del Fe} = 55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, M \text{ del Fe}_2\text{O}_3 = 159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del O}_2 = 32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Se aplica:  $\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{n_C \text{ Fe}_2\text{O}_3}{2}$ . Ahora como:

$$n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3 = 2717,2 \text{ g de Fe}_2\text{O}_3 \cdot \frac{1 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{159,6 \text{ g Fe}_2\text{O}_3} = 17,0 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3 \text{ que se obtiene.}$$

Por tanto, la cantidad de Fe que reacciona en mol es:

$$\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{17,0 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2} \Rightarrow n_A = 34,1 \text{ mol Fe}$$

Como:  $n = \frac{m}{M}$ , su masa, en g, es:  $34,1 \text{ mol Fe} = \frac{m}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 1900,0 \text{ g Fe que se oxida} = 1900,0 \text{ g} \cdot$

$$\frac{\text{kg}}{1000 \text{ g}} = 1,9 \text{ kg de Fe que se oxida}$$

b) La pureza del lingote viene dada por:

$$\text{pureza} = \frac{1,9 \text{ kg}}{2,0 \text{ kg}} \cdot 100 = 95 \%$$

c) También se cumple que:  $\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{n_B \text{ O}_2}{3}$ , luego:

$$\frac{34,1 \text{ mol Fe}}{4} = \frac{n_B \text{ O}_2}{3} \Rightarrow n_B = 25,5 \text{ mol de O}_2 \text{ que reacciona.}$$

$$\text{Por tanto: } 25,5 \text{ mol O}_2 = \frac{m}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 817,2 \text{ g de O}_2 \text{ que reacciona.}$$

**27. Una tonelada de carbón con una riqueza del 70 % en carbono se quema para formar dióxido de carbono. Si se recogen 1500 kg de dióxido de carbono, halla el rendimiento de la reacción química que tiene lugar.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	C	+	O <sub>2</sub>	→	CO <sub>2</sub>
Relación estequiométrica	1		1		1
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de C}}{1}$		$\frac{n_B \text{ de O}_2}{1}$		$\frac{n_C \text{ de CO}_2}{1}$
Datos e incógnitas	1000 kg de carbón de 70 % en C				1500 kg

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del C} = 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del CO}_2 = 44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Se aplica:  $\frac{n_A \text{ C}}{1} = \frac{n_C \text{ CO}_2}{1}$ . Ahora como:

$$n_C \text{ de CO}_2 = 1500 \text{ kg de CO}_2 \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \frac{1 \text{ mol CO}_2}{44 \text{ g}} = 34,1 \cdot 10^3 \text{ mol CO}_2 \text{ obtenidos.}$$

Luego:  $\frac{n_A \text{ C}}{1} = \frac{34,1 \cdot 10^3 \text{ mol CO}_2}{1} \Rightarrow n_A = 34,1 \cdot 10^3 \text{ mol de C}$  que se corresponden con una masa de C que reacciona igual a:

$$34,1 \cdot 10^3 \text{ mol C} = \frac{m}{12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 409,1 \cdot 10^3 \text{ g de C que reacciona}$$

$$m = 409,1 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot \frac{\text{kg}}{10^3 \text{ g}} = 409,1 \text{ kg de C que reacciona}$$

La cantidad de carbono inicial es:  $m = 1000 \text{ kg de carbón} \cdot \frac{70}{100} = 700 \text{ kg de C}$

$$\text{Luego: rendimiento} = \frac{409,1 \text{ kg}}{700 \text{ kg}} \cdot 100 = 58,4 \%$$

**28. Una cantidad de 72,0 g de disulfuro de carbono reacciona con cloro para producir dicloruro de diazufre. a) Halla la cantidad de dicloruro de diazufre que se obtiene, si el rendimiento de la reacción es del 75 %. b) Dibuja el diagrama de Lewis del dicloruro de diazufre, sabiendo que es un compuesto covalente y justifica porqué en su fórmula no se puede simplificar. c) Porqué el dicloruro de diazufre se llama así y no disulfuro de dicloro.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	$\text{CS}_2$	+	$3 \text{ Cl}_2$	$\rightarrow$	$\text{CCl}_4$	+	$\text{S}_2\text{Cl}_2$
Relación estequiométrica	1		3		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de CS}_2}{1}$		$\frac{n_B \text{ de Cl}_2}{3}$		$\frac{n_C \text{ de CCl}_4}{1}$		$\frac{n_D \text{ de S}_2\text{Cl}_2}{1}$
Datos e incógnitas	72,0 g						¿m con rendimiento del 75 %?

a) A partir de la información que proporciona la tabla periódica, las masas molares de las sustancias que intervienen en la reacción son:  $M \text{ de CS}_2 = 76 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y  $M \text{ de S}_2\text{Cl}_2 = 135 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y se verifica que:

$$\frac{n_A \text{ CS}_2}{1} = \frac{n_D \text{ S}_2\text{Cl}_2}{1}$$

La cantidad de  $\text{CS}_2$  en mol que reacciona es:



$$n_{\text{CS}_2} = \frac{m \text{ de CS}_2}{M \text{ de CS}_2} = 72,0 \text{ g CS}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol CS}_2}{76 \text{ g CS}_2} = 0,95 \text{ mol}$$

De esta forma:  $\frac{0,95 \text{ mol}}{1} = \frac{n_D \text{ S}_2\text{Cl}_2}{1} \Rightarrow n_D = 0,95 \text{ mol de S}_2\text{Cl}_2$

Y su masa es:  $m = 0,95 \text{ mol S}_2\text{Cl}_2 \cdot 135 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 127,9 \text{ g de S}_2\text{Cl}_2$  que se obtendría, si el rendimiento fuera del 100 %, luego:

$$m = 127,9 \text{ g} \cdot \frac{75}{100} = 95,9 \text{ g}$$

.. .. .

b) :Cl:S:S:Cl:

.. .. .

Luego la molécula se puede representar también por: Cl—S—S—Cl, donde hay tres enlaces sencillos covalentes, dos entre un átomo de azufre y otro de cloro y el otro entre los dos átomos de azufre. Esta claro que no se puede simplificar para originar SCl porque se rompería el enlace entre los dos átomos de azufre.

c) Porque se nombra primero el elemento químico más electronegativo, y, en este caso, lo es el cloro.

## UNIDAD 6: Termoquímica

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 123

**1. ¿Es cierto que siempre que un sistema material experimente una reacción química intercambia energía con su entorno y lo hace en forma de calor?**

No, también hay reacciones químicas en las que la energía se intercambia en forma de trabajo. Por ejemplo, en las reacciones químicas en las que se desprenden gases a presión constante y que realizan un trabajo de expansión.

**2. ¿Crees que todas las reacciones químicas exotérmicas son reacciones espontáneas?**

No, el criterio de espontaneidad no se puede igualar al del balance energético que va asociado a un proceso. Por ello no se puede identificar una reacción química en la que se transfiere energía en forma de calor a su entorno con el que dicha reacción química sea permitida y se verifique de un forma natural.

**3. Qué significa la expresión: “la energía se degrada en cada transformación”. Cita un ejemplo en el que se ponga de manifiesto esta propiedad de la energía.**

Hay energías que tienen más calidad que otras. Un objeto almacena energía de mucha calidad cuando permite muchas transformaciones. Así la energía química de la gasolina es de alta calidad pues al transformarse puede mover un automóvil, elevar a un objeto sobre la superficie de la Tierra o calentar una vivienda.

Por el contrario con un vaso con agua a 80 °C sólo se puede calentar agua más fría. La de menos calidad es la energía intercambiada en forma de calor por el rozamiento entre dos superficies, y es totalmente irrecuperable.

Por eso se dice la energía se degrada en cada transformación, ya que pierde la propiedad de realizar nuevas transformaciones.

### ACTIVIDADES-PÁG. 128

**1. ¿A qué se llama energía química?**

A la energía que se pone de manifiesto en una reacción química.

**2. ¿Qué fotones son más energéticos, los de radiación infrarroja o ultravioleta?**

Los que tiene mayor frecuencia, pues:  $E = h \cdot f$  y, por tanto, son los de la radiación ultravioleta.

### ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 148

**1. La vaporización de 1 mol de mercurio a 350 °C y presión constante de 1 atm, absorbe 270 J/g de Hg vaporizado. Calcula: a) El trabajo de expansión realizado en kJ/mol a presión constante. b) La variación de**

energía interna experimentada, en kJ/mol. c) La variación de entalpía experimentada, en kJ/mol. Datos: densidad del Hg líquido 13,6 g/mL.

a) El proceso de vaporización se representa mediante:  $\text{Hg (l)} \rightarrow \text{Hg (g)}$

$$W = -p \cdot \Delta V = -p (V_{\text{gas}} - V_{\text{líquido}}) \cong -p \cdot V_{\text{gas}}$$

Aplicando:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

y sabiendo que  $1 \text{ atm} = 101300 \text{ Pa}$  y  $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ , entonces:

$$101300 \text{ Pa} \cdot V_{\text{gas}} = 1 \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 623 \text{ K} \Rightarrow V_{\text{gas}} = 0,0511 \text{ m}^3$$

Por tanto:  $W = -101300 \text{ Pa} \cdot 0,0511 \text{ m}^3 = -5177 \text{ J}$  por cada mol de Hg

La comprobación de que:  $(V_{\text{gas}} - V_{\text{líquido}}) \cong V_{\text{gas}}$  es válida se debe a que en el estado líquido:

Como la masa en g de 1 mol de Hg es su masa molar, es decir  $201 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$13,6 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = \frac{201 \text{ g}}{V_{\text{líquido}}} \Rightarrow V_{\text{líquido}} = 14,8 \text{ mL}, \text{ valor despreciable frente a } 0,0511 \text{ m}^3.$$

$$\text{b) } \Delta U = Q + W = 270 \frac{\text{J}}{\text{g}} \cdot 201 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + (-5177 \frac{\text{J}}{\text{mol}}) = 49093 \frac{\text{J}}{\text{mol}} = 49,093 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

c) Como el proceso es p constante, entonces:

$$Q = \Delta H = 270 \frac{\text{J}}{\text{g}} \cdot 201 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 54270 \frac{\text{J}}{\text{mol}} = 54,270 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

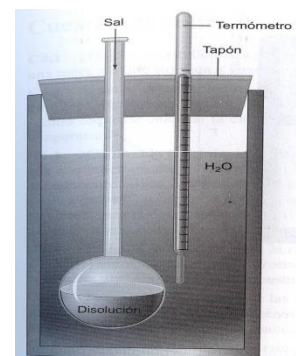
**2. Describe el procedimiento para calcular en el laboratorio el calor de disolución de NaOH (s) en agua. Calcula el calor de disolución a p y T del laboratorio) de una masa de NaOH de 1,8 g que se disuelven en agua en un calorímetro que tiene un baño de agua de 400 mL, sabiendo que el incremento de temperatura experimentado por el agua del baño es de 1,2 °C. Datos: densidad del agua 1 g/mL. Calor específico del agua = 4,18 kJ/kg · K. Equivalente en agua del conjunto formado por el matraz y el calorímetro vacío 12 g de agua.**

El calor de disolución o entalpía de disolución del NaOH (s) en agua, puesto que el proceso transcurre a presión constante, se puede hallar de forma experimental mediante un calorímetro como el de la figura adjunta:

donde:

$$Q_p \text{ disolución} + Q \text{ del baño de agua} + Q \text{ del calorímetro y matraz de disolución} = 0$$

$\Delta T = \Delta t$  y como de la información del calibrado del calorímetro resulta que el equivalente en agua de 12 g quiere decir que la capacidad calorífica del conjunto formado por el matraz vacío y el contenedor vacío del calorímetro equivalen a 12 g de agua de calor específico :  $4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$ . Por tanto:



$$Q \text{ del calorímetro y matraz del disolución} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 1,2 \text{ K} = 60,192 \cdot 10^{-3} \text{ kJ}$$

$$\text{Para el agua como: } 1 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = \frac{m}{400 \text{ mL}} \Rightarrow m = 400 \text{ g}$$

$$\text{Luego: } \Delta H + 400 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 1,2 \text{ K} + 60,192 \cdot 10^{-3} \text{ kJ} = 0$$

de donde:  $\Delta H = -2,067 \text{ kJ}$

La masa molar del NaOH es  $40 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , por tanto:

$$\Delta H = -2,067 \frac{\text{kJ}}{1,8 \text{ g}} \cdot 40 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = -45,933 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

**3. Se mezclan 50 mL de HCl 1 M con 50 mL de NaOH 1 M en un matraz dentro de un calorímetro y se verifica de forma completa la reacción de neutralización entre ambos reactivos y la temperatura del baño, que contiene 250 mL de agua, se eleva desde 21 °C hasta 27,5 °C. Calcula el valor de la entalpía molar de la reacción de neutralización. Datos: densidad del agua 1 g/mL. Calor específico del agua = 4,18 kJ/kg · K, y el equivalente en agua del matraz y el calorímetro vacío es 15,8 g.**

El calor de la reacción de neutralización o entalpía de la reacción de neutralización, puesto que el proceso transcurre a presión constante, se puede hallar de forma experimental mediante un calorímetro como el de la figura adjunta:

donde:

$$Q_p \text{ reacción} + Q \text{ del baño de agua} + Q \text{ del calorímetro y matraz de disolución} = 0$$

$$\Delta T = \Delta t = 27,5 \text{ °C} - 21 \text{ °C} = 6,5 \text{ °C} = 6,5 \text{ K}$$

y como de la información del calibrado del calorímetro resulta que el equivalente en agua de 15,8 g quiere decir que la capacidad calorífica del conjunto formado por el matraz vacío y el contenedor vacío del calorímetro equivalen a 15,8 g de agua de calor específico:  $4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$ . Por tanto:

$$Q \text{ del calorímetro y matraz del disolución} =$$

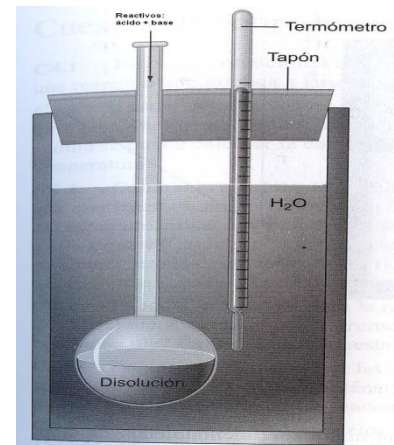
$$= 15,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 6,5 \text{ K} = 429,3 \cdot 10^{-3} \text{ kJ}$$

$$\text{Para el agua como: } 1 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = \frac{m}{250 \text{ mL}} \Rightarrow m = 250 \text{ g, luego:}$$

$$\Delta H + 250 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} \cdot 6,5 \text{ K} + 429,3 \cdot 10^{-3} \text{ kJ} = 0 \Rightarrow \Delta H = -7,22 \text{ kJ}$$

Como la reacción química que tiene lugar es:  $\text{HCl} + \text{NaOH} \rightarrow \text{NaCl} + \text{H}_2\text{O}$

$$\text{Y sabiendo que se cumple: } \frac{n \text{ de HCl}}{1} = \frac{n \text{ de NaOH}}{1} = \frac{n \text{ de NaCl}}{1}$$



e igualmente:  $\frac{V \text{ de HCl} \cdot C_M \text{ de HCl}}{1} = \frac{V \text{ de NaOH} \cdot C_M \text{ de NaOH}}{1} = \frac{n \text{ de NaCl}}{1}$ , luego:

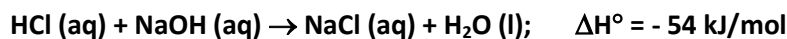
La reacción tiene lugar de forma completa ya que:

$$\frac{50 \text{ mL de HCl} \cdot 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ de HCl}}{1} = \frac{50 \text{ mL de NaOH} \cdot 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ de NaOH}}{1}$$

Por tanto:  $\frac{50 \cdot 10^{-3} \text{ L de HCl} \cdot 1 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ de HCl}}{1} = \frac{n \text{ de NaCl}}{1} \Rightarrow n \text{ de NaCl} = 0,05 \text{ mol}$

De esta forma:  $\Delta H = -7,22 \frac{\text{kJ}}{0,05 \text{ mol}} = -144,4 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$

**4. La ecuación termoquímica de la reacción de neutralización del ácido clorhídrico y el hidróxido de sodio es la siguiente:**



a) Calcula la cantidad de calor que corresponde a la neutralización de 25 cm<sup>3</sup> de ácido clorhídrico 2 M con la cantidad suficiente de NaOH. b) Indica si la disolución se calentará o enfriará. c) Si la masa de la disolución formada es 52 g y el medio estaba inicialmente a 20 °C, cuál es su temperatura final, Utiliza como valor del calor específico del sistema líquido formado en la reacción el valor de 4,18  $\frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$ .

a) La cantidad, en mol, de HCl que reacciona es:

$$n = V \cdot C_M = 25 \cdot 10^{-3} \text{ L} \cdot 2 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 0,05 \text{ mol}$$

Y el calor correspondiente al proceso es:

$$Q = n \cdot \Delta H^\circ = 0,05 \text{ mol} \cdot (-54 \text{ kJ/mol}) = -2,7 \text{ kJ}$$

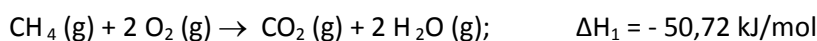
b) Por ser  $Q = -2,7 \text{ kJ}$  la reacción es exotérmica y el sistema se enfría, calentándose su entorno.

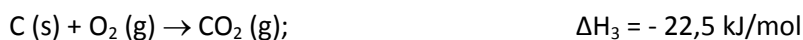
c)  $Q = m \cdot c_e \cdot \Delta T \Rightarrow -2700 \text{ J} = 52 \text{ g} \cdot 4,18 \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = -12,4 ^\circ\text{C}$

Luego:  $-12,4 ^\circ\text{C} = t_f - 20 ^\circ\text{C} \Rightarrow t_f = 7,6 ^\circ\text{C}$

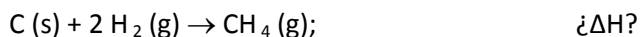
**5. Los calores de combustión, a una determinada presión constante, del CH<sub>4</sub> (g), el H<sub>2</sub> (g) y el C (s) son, respectivamente, - 50,72 kJ/mol, - 16,34 kJ/mol y - 22,5 kJ/mol. a) Calcula el calor de formación del CH<sub>4</sub>. b) Si se queman 45 g de CH<sub>4</sub>, ¿cuántos litros de CO<sub>2</sub> se obtienen en condiciones normales, si la reacción química tiene un rendimiento del 38 %.**

a) Las ecuaciones termoquímicas de los procesos de combustión dados son:

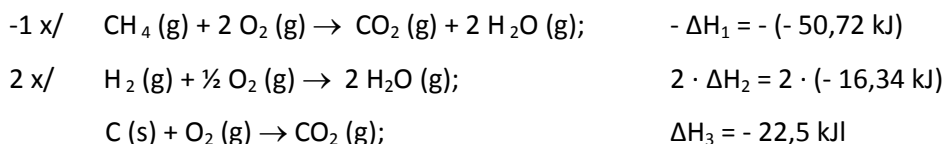




El calor de formación del  $\text{CH}_4$  (g) tiene la siguiente ecuación termoquímica:

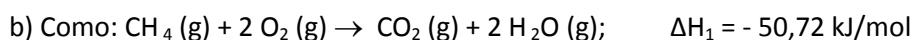


Por lo que multiplicando la primera ecuación por menos uno, la segunda ecuación por dos y sumando la tres ecuaciones resultantes se obtiene la ecuación de formación del metano:



Luego:

$$\Delta H = - \Delta H_1 + 2 \cdot \Delta H_2 + \Delta H_3 = - (- 50,72 \text{ kJ}) + 2 (- 16,34 \text{ kJ}) + (- 22,5 \text{ kJ}) = - 4,46 \text{ kJ}$$



Sabiendo que la masa molar del  $\text{CH}_4$  es  $16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , y el volumen molar de cualquier gas en condiciones normales es:  $22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$  entonces:

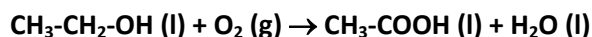
$$\frac{n \text{ de CH}_4}{1} = \frac{n \text{ de CO}_2}{1} \text{ e igualmente: } \frac{m \text{ de CH}_4}{M} = \frac{V \text{ de CO}_2}{V_m}, \text{ luego:}$$

$$\frac{45 \text{ g de CH}_4}{16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{V \text{ de CO}_2}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V \text{ teórico de CO}_2 = 63 \text{ L}$$

Pero como el rendimiento es del 38 %, entonces:

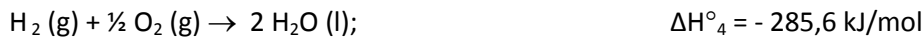
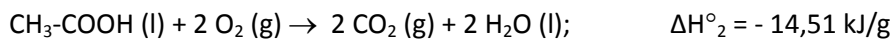
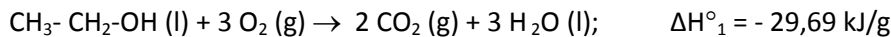
$$V \text{ de CO}_2 = 63 \text{ L} \cdot \frac{38}{100} = 23,9 \text{ L}$$

6. El vino se avinagra al sufrir la siguiente reacción química:



Al quemar completamente, en condición estándar, 1 g de etanol (l) o 1 g de ácido acético (l), se desprenden, respectivamente, 29,69 kJ y 14,51 kJ. Sabiendo que los calores de formación del  $\text{CO}_2$  (g) y del  $\text{H}_2\text{O}$  (l) son, respectivamente, - 393 kJ/mol y - 285,6 kJ/mol, calcula: a) El calor absorbido o desprendido, en condición estándar, en la reacción química anteriormente citada. b) El calor de formación del etanol (l).

a) Las ecuaciones termoquímicas de los procesos dados son:

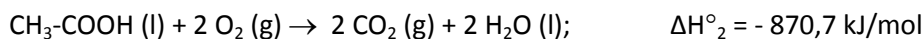
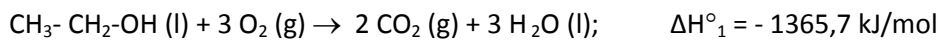


La masa molar del  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}$  es  $46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del  $\text{CH}_3\text{-COOH}$   $60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

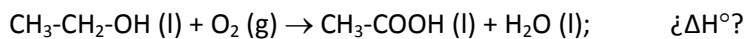
$$\Delta H^\circ_1 = - 29,69 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} \cdot 46 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = - 1365,7 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

$$\Delta H^\circ_2 = - 14,51 \frac{\text{kJ}}{\text{g}} \cdot 60 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = - 870,7 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}$$

Luego:

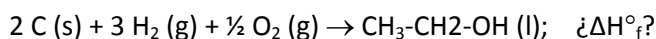


La ecuación termoquímica de la oxidación del etanol a ácido acético es:



Y se obtiene mediante:  $\Delta H^\circ = \Delta H^\circ_1 - \Delta H^\circ_2 = - 1365,7 \text{ kJ} - (- 870,7 \text{ kJ}) = - 495,1 \text{ kJ}$  y la reacción química es exotérmica (energía desprendida en forma de calor).

b) La ecuación termoquímica de formación del etanol es:



Y se obtiene mediante:  $\Delta H^\circ_f = - \Delta H^\circ_1 + 2 \cdot \Delta H^\circ_3 + 3 \cdot \Delta H^\circ_4 =$

$$= - (- 1365,7 \text{ kJ}) + 2 \cdot (- 393,1 \text{ kJ}) + 3 \cdot (- 285,6 \text{ kJ}) = - 277,3 \text{ kJ}$$

**7. A una temperatura dada, se dispone de dos datos de la entalpía de formación estándar del agua: - 285,5 kJ/mol y - 242,5 kJ/mol. Explica qué valor asignarías a la entalpía de formación estándar del agua en estado vapor y cuál a la de agua en estado líquido.**

El proceso de formación del agua a partir de sus elementos químicos es un proceso exotérmico. Por otro lado, la vaporización del agua es un proceso endoenergético. Por tanto, al formarse agua en estado gaseoso se desprende menos cantidad de energía en forma de calor, ya que una parte de la energía se ha invertido en pasar del estado líquido al gaseoso. Por tanto:

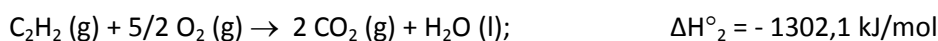
$$\Delta H^\circ_f \text{ de H}_2\text{O (l)} = - 285,5 \text{ kJ/mol y} \quad \Delta H^\circ_f \text{ de H}_2\text{O (v)} = - 242,5 \text{ kJ/mol}$$

Para:  $\text{H}_2\text{O (l)} \rightarrow \text{H}_2\text{O (g)}$  se tiene:

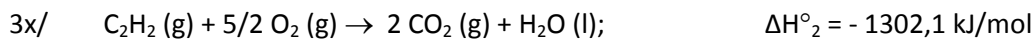
$$\begin{aligned} Y \Delta H^{\circ}_{\text{vaporización}} &= 1 \text{ mol} \cdot \Delta H^{\circ}_f \text{ de H}_2\text{O (g)} - 1 \text{ mol} \cdot \Delta H^{\circ}_f \text{ de H}_2\text{O (l)} = \\ &= 1 \text{ mol} \cdot (-242,5 \text{ kJ/mol}) - 1 \text{ mol} \cdot (-285,5 \text{ kJ/mol}) = 43 \text{ kJ} \end{aligned}$$

8. El benceno líquido,  $\text{C}_6\text{H}_6$ , puede obtenerse, a la presión de 15 atm y 25 °C, a partir del etino gas,  $\text{C}_2\text{H}_2$ , mediante la reacción no ajustada:  $\text{C}_2\text{H}_2 \text{ (g)} \rightarrow \text{C}_6\text{H}_6 \text{ (l)}$ . La variación de entalpía que se produce en este proceso es  $-631 \text{ kJ/mol}$ . Calcula: a) La entalpía molar de la reacción de combustión del benceno, si la entalpía molar de combustión del etino es  $-1302,1 \text{ kJ/mol}$ . b) El volumen de etino, medido a 25 °C y 0,5 atm, necesario para obtener 0,25 L de benceno. Dato: Densidad del benceno = 0,95 kg/L.

a) Las ecuaciones termoquímicas de los procesos que tienen lugar son:



De forma que si:



$$\text{Resulta que: } \Delta H^{\circ}_1 = 3 \cdot \Delta H^{\circ}_2 - \Delta H^{\circ}_3 = 3 \cdot (-1302,1 \text{ kJ}) - (-631 \text{ kJ}) = -3275,3 \text{ kJ}$$

$$\text{b) Para el benceno: } 0,95 \frac{\text{kg}}{\text{L}} = \frac{m}{0,25 \text{ L}} \Rightarrow m = 0,2375 \text{ kg} = 237,5 \text{ g}$$

Como la masa molar del benceno es 78 g/mol, entonces:

$$n = \frac{237,5 \text{ g}}{78 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 3,04 \text{ mol de benceno}$$

$$\text{Se cumple que: } \frac{n \text{ de C}_2\text{H}_2}{3} = \frac{n \text{ de C}_6\text{H}_6}{1} \Rightarrow \frac{n \text{ de C}_2\text{H}_2}{3} = \frac{3,04 \text{ mol}}{1}$$

$$\text{Por tanto: } n \text{ de C}_2\text{H}_2 = 9,12 \text{ mol}$$

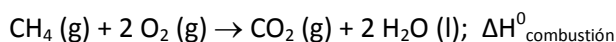
Suponiendo que se comporta como un gas ideal, entonces:

$$0,5 \text{ atm} \cdot V = 9,12 \text{ mol} \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 298 \text{ K} \Rightarrow V = 445,71 \text{ L de C}_2\text{H}_2$$

9. Las variaciones de entalpía estándar de formación del  $\text{CH}_4 \text{ (g)}$ ,  $\text{CO}_2 \text{ (g)}$  y  $\text{H}_2\text{O (l)}$  son, respectivamente,  $-74,9 \text{ kJ/mol}$ ,  $-393,5 \text{ kJ/mol}$  y  $-285,8 \text{ kJ/mol}$ . Calcula: a) La variación de entalpía estándar de combustión del metano. b) El calor producido en la combustión completa de  $1 \text{ m}^3$  de metano, medido en condiciones normales.

a) La ecuación termoquímica de la reacción de combustión del metano es:





$$\text{Como: } \Delta H^{\circ}_{\text{combustión}} = \sum v_{\text{pro}} \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{productos}} - \sum v_{\text{rea}} \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{reactivos}}$$

donde  $v_{\text{pro}}$  es el coeficiente estequiométrico del correspondiente producto de reacción y  $v_{\text{rea}}$  el del reactivo de la reacción química.

$$\text{Por lo que: } \Delta H^{\circ}_{\text{combustión}} = 1 \Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{CO}_2) + 2 \Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{H}_2\text{O}) - 1 \Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{CH}_4) - 2 \Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{O}_2)$$

Como:  $\Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{O}_2) = 0$ , entonces:

$$\Delta H^{\circ}_{\text{combustión}} = 1 \text{ mol} \cdot (-393,5 \text{ kJ/mol}) + 2 \text{ mol} \cdot (-285,8 \text{ kJ/mol}) - 1 \text{ mol} \cdot (-74,9 \text{ kJ/mol}) = -890,2 \text{ kJ}$$

b) En condiciones normales:  $p = 1 \text{ atm}$  y  $T = 273 \text{ K}$ , el volumen de  $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$  de  $\text{CH}_4$  corresponde a la siguiente cantidad de materia, en mol, obtenido a partir de la ecuación de estado:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$

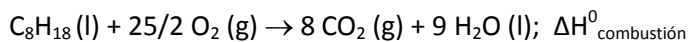
$$\text{Luego: } 1 \text{ atm} \cdot 1000 \text{ L} = n \cdot 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 273 \text{ K} \Rightarrow n = 44,7 \text{ mol}$$

Puesto que en la combustión de 1 mol de  $\text{CH}_4$  se origina:  $-890,2 \text{ kJ/mol}$ , entonces:

$$Q = -890,2 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot 44,7 \text{ mol} = -39792 \text{ kJ}$$

**10. El octano,  $\text{C}_8\text{H}_{18}$ , es uno de los componentes de la gasolina comercial. Su densidad es  $0,70 \text{ g/mL}$ . Calcula: a) La entalpía de combustión estándar del octano líquido, sabiendo que las entalpías de formación estándar del dióxido de carbono (gas), agua (líquida) y octano (líquido) son respectivamente,  $-393 \text{ kJ/mol}$ ,  $-294 \text{ kJ/mol}$  y  $-264 \text{ kJ/mol}$ . b) El calor desprendido en la combustión de  $10 \text{ mL}$  de octano.**

a) La ecuación termoquímica de la reacción de combustión del octano es:



$$\text{Como: } \Delta H^{\circ}_{\text{combustión}} = \sum v_{\text{pro}} \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{productos}} - \sum v_{\text{rea}} \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{reactivos}}$$

donde  $v_{\text{pro}}$  es el coeficiente estequiométrico del correspondiente producto de reacción y  $v_{\text{rea}}$  el del reactivo de la reacción química.

Por lo que:

$$\Delta H^{\circ}_{\text{combustión}} = 8 \Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{CO}_2) + 9 \Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{H}_2\text{O}) - \Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{C}_8\text{H}_{18}) - 25/2 \Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{O}_2)$$

Como:  $\Delta H^{\circ}_{\text{f}} (\text{O}_2) = 0$ , entonces:

$$\Delta H^{\circ}_{\text{combustión}} = 8 \text{ mol} \cdot (-393 \text{ kJ/mol}) + 9 \text{ mol} \cdot (-294 \text{ kJ/mol}) - 1 \text{ mol} \cdot (-264 \text{ kJ/mol}) = -5526 \text{ kJ}$$

b) Puesto que la densidad del octano es  $0,70 \text{ g/mL}$ , resulta que:

$$0,70 \frac{\text{g}}{\text{mL}} = \frac{m}{10 \text{ mL}} \Rightarrow m = 7,0 \text{ g}$$

Como la masa molar del  $\text{C}_8\text{H}_{18}$  es  $114 \text{ g/mol}$ , entonces:

$$n = \frac{7,0 \text{ g}}{114 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,061 \text{ mol}$$

$$\text{Luego: } Q = -5526 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot 0,061 \text{ mol} = -337 \text{ kJ}$$

11. A partir de los datos de la tabla de las entalpías molares de combustión, indica qué combustible es mejor desde el punto de vista energético: el butano, el metano o el propano. Justifica la respuesta.

Para comparar el poder energético de los tres combustibles, se calcula la energía que se desprende al quemar un gramo de cada una de las sustancias.

Si la masa molar del metano es 16 g/mol, la del propano 44 g/mol y la del butano 58 g/mol, entonces:

$$Q_{\text{metano}} = \frac{\Delta H_{\text{combustión}}(\text{ metano})}{M_{\text{metano}}} = \frac{- 890 \text{ kJ/mol}}{16 \text{ g/mol}} = - 55,63 \text{ kJ/g}$$

$$Q_{\text{propano}} = \frac{\Delta H_{\text{combustión}}(\text{ propano})}{M_{\text{propano}}} = \frac{- 2220 \text{ kJ/mol}}{44 \text{ g/mol}} = - 50,45 \text{ kJ/g}$$

$$Q_{\text{butano}} = \frac{\Delta H_{\text{combustión}}(\text{ butano})}{M_{\text{butano}}} = \frac{- 2880 \text{ kJ/mol}}{58 \text{ g/mol}} = - 49,66 \text{ kJ/g}$$

Por lo que es mejor combustible el metano.

12. Las plantas verdes sintetizan glucosa mediante la siguiente reacción de fotosíntesis:  $6 \text{ CO}_2(\text{g}) + 6 \text{ H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{l}) + 6 \text{ O}_2(\text{g})$ ;  $\Delta H^\circ = 2813 \text{ kJ/mol}$ . Calcula: a) La energía necesaria para obtener 1 g de glucosa. b) La entalpía de formación de la glucosa. Datos:  $\Delta H^\circ_f$  del  $\text{CO}_2(\text{g}) = - 393,5 \text{ kJ/mol}$ .  $\Delta H^\circ_f$  del  $\text{H}_2\text{O}(\text{l}) = - 285,5 \text{ kJ/mol}$ .

a) La masa molar de  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  es  $180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , luego:

$$\Delta H = 2813 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \cdot 180 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \cdot 1 \text{ g} = 15,63 \text{ kJ}$$

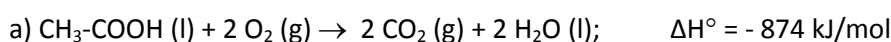
b) Se tiene que:  $6 \text{ CO}_2(\text{g}) + 6 \text{ H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{l}) + 6 \text{ O}_2(\text{g})$ , luego:

$$\Delta H^\circ = \sum \nu_{\text{pro}} \cdot \Delta H^\circ_{\text{productos}} - \sum \nu_{\text{rea}} \cdot \Delta H^\circ_{\text{reactivos}} \text{ donde: } \Delta H^\circ_f \text{ del } \text{O}_2(\text{g}) = 0 \text{ kJ/mol, luego:}$$

$$2813 \text{ kJ} = 1 \text{ mol} \cdot \Delta H^\circ_f \text{ del } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{l}) + 6 \text{ mol} \cdot (0 \text{ kJ/mol}) - 6 \text{ mol} \cdot (- 393,5 \text{ kJ/mol}) - 6 \text{ mol} \cdot (- 285,5 \text{ kJ/mol})$$

$$\text{de donde: } \Delta H^\circ_f \text{ del } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{l}) = - 1261 \text{ kJ/mol}$$

13. El calor de combustión del ácido acético (l) es - 874 kJ/mol. Sabiendo que las entalpías de formación estándar del  $\text{CO}_2(\text{g})$  y del  $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  son, respectivamente, - 393,3 kJ/mol y - 285,6 kJ/mol. a) ¿Cuál es la entalpía de formación estándar del ácido acético (l)? b) ¿Qué producirá más calor, la combustión de 1 kg de carbono o la de 1 kg de ácido acético?



$$\Delta H^\circ = \sum \nu_{\text{pro}} \cdot \Delta H^\circ_{\text{productos}} - \sum \nu_{\text{rea}} \cdot \Delta H^\circ_{\text{reactivos}}, \text{ luego:}$$

$$- 874 \text{ kJ} = 2 \text{ mol} \cdot (-393,3 \text{ kJ/mol}) + 2 \text{ mol} \cdot (- 285,6 \text{ kJ/mol}) - 1 \text{ mol} \cdot (\Delta H_f^\circ \text{ de } \text{CH}_3\text{-COOH}) - 2 \text{ mol} \cdot (0 \text{ kJ/mol}) \Rightarrow \Delta H_f^\circ \text{ de } \text{CH}_3\text{-COOH} = - 483,8 \text{ kJ/mol}$$

b) Puesto que:  $\text{C (s)} + \text{O}_2 \text{ (g)} \rightarrow \text{CO}_2 \text{ (g)}$ ;  $\Delta H^\circ \text{ de C} = - 393,3 \text{ kJ/mol}$

Como la masa molar del C es  $12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$\Delta H^\circ \text{ de C} = - 393,3 \frac{\text{kJ}}{\text{mol} \cdot 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 1000 \text{ g} = - 32775 \text{ kJ}$$

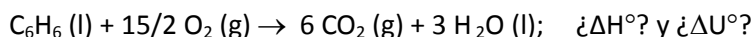
Como la masa molar del  $\text{CH}_3\text{-COOH}$  es  $60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$\Delta H^\circ \text{ de C } \text{CH}_3\text{-COOH} = - 874 \frac{\text{kJ}}{\text{mol} \cdot 60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 1000 \text{ g} = - 14567 \text{ kJ}$$

Luego produce más calor la combustión de 1 kg de C

**14. Calcula la variación de energía interna de la reacción química de combustión del benceno líquido, si el proceso se realiza a la presión de 1 atm y 25 °C de temperatura. Datos: entalpías de formación del  $\text{CO}_2 \text{ (g)}$ , del  $\text{H}_2\text{O (l)}$  y del  $\text{C}_6\text{H}_6 \text{ (l)}$ : - 393 kJ/mol, - 286 kJ/mol y + 49 kJ/mol, respectivamente.**

La ecuación termoquímica de la reacción de combustión completa del benceno líquido es:



Al intervenir gases, la variación de la energía interna  $\Delta U$  se puede calcular mediante la ecuación:  $\Delta U = \Delta H - \Delta n \cdot R \cdot T$ , donde  $\Delta n = 6 \text{ mol} - 15/2 \text{ mol} = - 1,5 \text{ mol}$

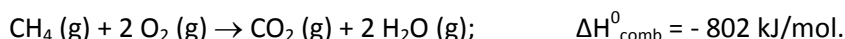
Ahora:  $\Delta H^\circ = \sum v_{\text{pro}} \cdot \Delta H^\circ_{\text{productos}} - \sum v_{\text{rea}} \cdot \Delta H^\circ_{\text{reactivos}}$ , luego:

$$\Delta H^\circ = 6 \text{ mol} \cdot (- 393 \text{ kJ/mol}) + 3 \text{ mol} \cdot (- 286 \text{ kJ/mol}) - 1 \text{ mol} \cdot (49 \text{ kJ/mol}) - 1 \text{ mol} \cdot (0 \text{ kJ/mol}) = - 3265 \text{ kJ}$$

$$\text{Por tanto: } \Delta U^\circ = - 3265 \text{ kJ} - (- 1,5 \text{ mol}) \cdot 8,314 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 298 \text{ K} = - 3261,3 \text{ kJ}$$

**15. Halla el poder calorífico del metano, medido a 1 atm de presión y 25 °C, a partir: a) Del dato del calor de combustión del citado gas. b) De la información procedente de las entalpías normales de formación de las sustancias que intervienen en la combustión del metano. Datos: Entalpía normal de combustión del metano - 802 kJ/mol y las entalpías normales de formación del metano, dióxido de carbono y agua en estado gaseoso son respectivamente: - 74,8 kJ/mol, - 393,5 kJ/mol, - 241,6 kJ/mol.**

a) La ecuación termoquímica es:



Considerando al metano como gas ideal, resulta que su volumen molar se obtiene de la aplicación de la ecuación de los gases ideales:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ , de forma que:

$$1 \text{ atm} \cdot V = 1 \text{ mol} \cdot 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K} \cdot 298 \text{ K} \Rightarrow V = 24,4 \text{ L y } V_m = 24,4 \text{ L/mol}$$

De esta forma:

$$P = -\Delta H^{\circ}_{\text{comb}} \cdot \frac{1000}{V_m} = (-802 \text{ kJ/mol}) \cdot \frac{1000 \text{ L/m}^3}{24,4 \text{ L/mol}} = 32868,9 \text{ kJ/m}^3$$

b) Para hallar teóricamente el poder calorífico a partir de las entalpías de formación, resulta que la entalpía normal de la reacción de combustión es:

$$\Delta H^{\circ}_{\text{comb}} = [1 \text{ mol} \cdot (-393,5 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}) + 2 \text{ mol} \cdot (-241,6 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}})] - [1 \text{ mol} \cdot (-74,8 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}) + 2 \cdot 0 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}}] = -801,9 \text{ kJ}$$

ya que la entalpía normal de formación del O<sub>2</sub> es cero.

La estequiometría de la reacción informa que se quema 1 mol de metano, luego resulta que:  $\Delta H^{\circ}_{\text{comb}} = -801,9 \text{ kJ/mol}$ , por lo que por este método se obtiene:

$$P = -\Delta H^{\circ}_{\text{comb}} \cdot \frac{1000}{V_m} = -(-801,9 \text{ kJ/mol}) \cdot \frac{1000 \text{ L/m}^3}{24,4 \text{ L/mol}} = 32864,8 \text{ kJ/m}^3$$

**16. Halla la entalpía estándar,  $\Delta H^{\circ}$ , de la obtención del cloruro de hidrógeno según la ecuación:  $\text{H}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2 \text{HCl}(\text{g})$  a partir de los valores de las siguientes entalpías de enlace:  $\Delta H^{\circ}_{\text{Cl-Cl}} = 243,8 \text{ kJ/mol}$ ,  $\Delta H^{\circ}_{\text{H-H}} = 436,4 \text{ kJ/mol}$  y  $\Delta H^{\circ}_{\text{H-Cl}} = 432,4 \text{ kJ/mol}$ .**

Hay que romper un enlace H-H y otro Cl-Cl, y formar dos enlaces Cl-H.

La variación de la entalpía de la reacción química de obtención del cloruro de hidrógeno es:

$$\Delta H^{\circ} = \sum n_{\text{rot}} \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{enlaces rotos}} - \sum n_{\text{for}} \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{enlaces formados}} = [\Delta H^{\circ}_{\text{H-H}} + \Delta H^{\circ}_{\text{Cl-Cl}}] - [2 \Delta H^{\circ}_{\text{H-Cl}}]$$

$$\sum \Delta H^{\circ}_{\text{enlaces rotos}} = 1 \text{ mol} \cdot 436,4 \text{ kJ/mol} + 1 \text{ mol} \cdot 243,8 \text{ kJ/mol} = 680,2 \text{ kJ}$$

$$\sum \Delta H^{\circ}_{\text{enlaces formados}} = 2 \text{ mol} \cdot 432,4 \text{ kJ/mol} = 864,8 \text{ kJ}$$

$$\text{Luego: } \Delta H^{\circ} = 680,2 \text{ kJ} - 864,8 \text{ kJ} = -184,6 \text{ kJ}$$

**17. Halla la entalpía estándar,  $\Delta H^{\circ}$ , de la reacción de formación del metano según la ecuación:  $\text{C}(\text{s}) + 2 \text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CH}_4(\text{g})$  a partir de los valores de las siguientes entalpías de enlace:  $\Delta H^{\circ}_{\text{H-H}} = 436,4 \text{ kJ/mol}$  y  $\Delta H^{\circ}_{\text{C-H}} = 415,3 \text{ kJ/mol}$  y sabiendo que la entalpía de sublimación del carbono es  $716,7 \text{ kJ/mol}$ .**

Hay que romper dos enlaces H-H, sublimar el carbono y formar cuatro enlaces C-H.

La variación de la entalpía de la reacción química es:

$$\Delta H^{\circ} = [1 \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{Sublimación del C}} + 2 \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{H-H}}] - [4 \cdot \Delta H^{\circ}_{\text{C-H}}], \text{ luego:}$$

$$\Delta H^{\circ} = 1 \cdot \text{mol} \cdot 716,7 \text{ kJ/mol} + 2 \text{ mol} \cdot 436,4 \text{ kJ/mol} - 4 \text{ mol} \cdot 415,3 \text{ kJ/mol} = -71,7 \text{ kJ}$$

**18. Explica cuáles son los efectos del aumento del efecto invernadero sobre la Tierra.**

La atmósfera de la Tierra es la responsable de que en la superficie de nuestro planeta reine una temperatura moderada y sin grandes cambios entre el día y la noche por el denominado efecto invernadero. Esta relativa constancia de temperaturas es debida al papel que desempeñan algunos gases de la atmósfera.

La energía de la radiación que llega del Sol a la superficie del planeta es parte devuelta en forma de calor e interacciona con los gases que existen en la capa atmosférica, principalmente el CO<sub>2</sub> y en dicha interacción,

dicha radiación en vez de escapar hacia el espacio exterior es devuelta en parte de nuevo hacia la superficie de la Tierra, lo que origina un aumento del efecto invernadero y un incremento de la temperatura y un calentamiento adicional del planeta. Dicho efecto aumenta a medida que se incrementa la concentración del CO<sub>2</sub> en la atmósfera por efecto de las emisiones que se originan por la combustión de los combustibles fósiles.

El aumento de la temperatura como consecuencia de este efecto podrá causar graves problemas al planeta, que pueden dar lugar al denominado cambio climático, que originará el deshielo de gran parte de las masas de agua polares, aumento del nivel del mar, modificación del clima de muchas zonas del planeta, incremento de la desertización, etc.

**19. Dada la reacción química:  $2 \text{Ag}_2\text{O} (\text{s}) \rightarrow 4 \text{Ag} (\text{s}) + \text{O}_2 (\text{g})$ . a) ¿Cuál es el valor de  $\Delta H^\circ$ ? Calcula el calor transferido cuando se descomponen 4,62 g de  $\text{Ag}_2\text{O}$  en condición estándar. b) Razona el signo que tiene  $\Delta S^\circ$  en esta reacción química. Datos:  $\Delta H^\circ_f$  del  $\text{Ag}_2\text{O} (\text{s}) = -30,6 \text{ kJ/mol}$ .**

a) La ecuación termoquímica es:  $2 \text{Ag}_2\text{O} (\text{s}) \rightarrow 4 \text{Ag} (\text{s}) + \text{O}_2 (\text{g})$ ;  $\Delta H^\circ$

$$\Delta H^\circ = \sum v_{\text{pro}} \cdot \Delta H^\circ_{\text{productos}} - \sum v_{\text{rea}} \cdot \Delta H^\circ_{\text{reactivos}}$$

donde:  $\Delta H^\circ_f$  del  $\text{Ag} (\text{s}) = 0 \text{ kJ/mol}$  y  $\Delta H^\circ_f$  del  $\text{O}_2 (\text{g}) = 0 \text{ kJ/mol}$ , luego:

$\Delta H^\circ = 4 \text{ mol} \cdot (0 \text{ kJ/mol}) + 1 \text{ mol} \cdot (0 \text{ kJ/mol}) - 2 \text{ mol} \cdot (-30,6 \text{ kJ/mol}) = 61,2 \text{ kJ}$  y la reacción química es endotérmica.

La masa molar del  $\text{Ag}_2\text{O}$  es  $231,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , luego:

$$Q = 4,62 \text{ g} \cdot 61,2 \frac{\text{kJ}}{2 \text{ mol} \cdot 231,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,61 \text{ kJ}$$

b) El concepto de entropía está ligado al desorden que se produce en la evolución del sistema. Puesto que en la reacción química se produce por la estequiometría de la misma más productos que reactivos, pero sobre todo de un sólido y de un gas, el grado de desorden que se origina es mayor que en reactivos y  $\Delta S^\circ > 0$ .

**20. Calcula el calor de reacción a volumen constante, la variación de entropía y la energía libre de Gibbs a 25 °C para:  $\frac{1}{2} \text{N}_2 (\text{g}) + \frac{3}{2} \text{H}_2 (\text{g}) \rightarrow \text{NH}_3 (\text{g})$ . Datos:  $\Delta H^\circ_f$  del  $\text{NH}_3 = -46 \text{ kJ/mol}$ ,  $S^\circ$  del  $\text{NH}_3 (\text{g}) = 192,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$  y  $S^\circ$  del  $\text{N}_2 (\text{g}) = 191 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$  y  $S^\circ$  del  $\text{H}_2 (\text{g}) = 130,8 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$**

En la reacción química:  $\frac{1}{2} \text{N}_2 (\text{g}) + \frac{3}{2} \text{H}_2 (\text{g}) \rightarrow \text{NH}_3 (\text{g})$ , se cumple que:

$$\Delta U = \Delta H - \Delta n \cdot R \cdot T, \text{ donde } \Delta n = 1 \text{ mol} - (\frac{1}{2} \text{ mol} + \frac{3}{2} \text{ mol}) = -1 \text{ mol}$$

$$\text{Luego: } \Delta U = -46 \text{ kJ} - (-1 \text{ mol}) \cdot 8,31 \cdot 10^{-3} \frac{\text{kJ}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 298 \text{ K} = -43,5 \text{ kJ}$$

La variación de entropía del proceso es:

$$\Delta S^\circ = \sum v_{\text{pro}} \cdot S^\circ_{\text{productos}} - \sum v_{\text{rea}} \cdot S^\circ_{\text{reactivos}}, \text{ luego:}$$

$$\Delta S^\circ = 1 \text{ mol} \cdot (192,3 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) - \frac{1}{2} \text{ mol} \cdot (191 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) - \frac{3}{2} \text{ mol} \cdot (130,8 \text{ J/mol} \cdot \text{K}) = -99,4 \text{ J/K}$$

En relación a la variación de la energía libre de Gibbs, resulta:

$$\Delta G^\circ = \Delta H^\circ - T \cdot \Delta S^\circ, \text{ luego:}$$

$$\Delta G^\circ = -46 \text{ kJ} - 298 \text{ K} \cdot (-99,4 \cdot 10^{-3} \text{ kJ/K}) = -16,4 \text{ kJ}$$

**21. Justifica la veracidad o falsedad de las afirmaciones siguientes: a) Toda reacción química exotérmica es espontánea. b) En toda reacción química espontánea, la variación de entropía es positiva. c) En el cambio de estado:  $\text{H}_2\text{O} (\text{l}) \rightarrow \text{H}_2\text{O} (\text{g})$ , se produce un aumento de entropía.**

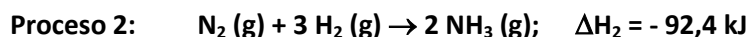
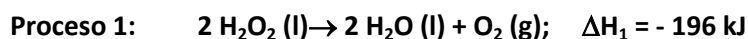
A p y T constantes, una reacción química es espontánea si  $\Delta G < 0$ , pero como se cumple que:  $\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$ , por tanto es necesario valorar lo que sucede con las magnitudes:  $\Delta H$ , T y  $\Delta S$  para observar lo que sucede con  $\Delta G$ . Por tanto:

a) Es falsa, pues aunque  $\Delta H$  sea  $< 0$ , puede ocurrir que  $T \cdot \Delta S$  sea positivo y mayor en valor absoluto que  $\Delta H$ , lo que hace en este caso que  $\Delta G$  sea  $> 0$ .

b) Es falsa, pues con  $\Delta G < 0$ , puede ocurrir que  $\Delta S$  sea  $< 0$  y a bajas temperaturas con  $\Delta H < 0$ , suceda que el valor absoluto de  $\Delta H$  sea mayor que el de  $T \cdot \Delta S$ .

c) Es verdadera, pues al pasar de una fase menos condensada (líquida) a otra más condensada (gas) aumenta el desorden y hace que  $\Delta S$  sea  $> 0$ .

**22. Dadas las siguientes ecuaciones termoquímicas:**



**Explica: a) El signo que probablemente tendrá la variación de entropía en cada caso. b) Si los procesos representados serán o no espontáneos a cualquier temperatura, a temperatura alta, a temperatura baja, o no serán nunca espontáneos.**

a) Ambos procesos son exotérmicos,  $\Delta H < 0$ . En el primero se pasa de un número de moles de gas de 0 a 1, por lo que aumenta el grado de desorden y  $\Delta S_1 > 0$ . Por el contrario en la segunda reacción química se pasa de un número de moles gaseosos de 4 a 2, luego el grado de desorden disminuye y  $\Delta S_2 < 0$ .

b) A p y T constantes, una reacción química es espontánea si  $\Delta G < 0$ , pero como se cumple que:  $\Delta G = \Delta H - T \cdot \Delta S$ , por tanto es necesario valorar lo que sucede con las magnitudes:  $\Delta H$ , T y  $\Delta S$  para observar lo que sucede con  $\Delta G$ . Por tanto, se puede resumir en la siguiente tabla las posibilidades que ocurren:

Proceso	$\Delta H$	$\Delta S$	$\Delta G$	
			T baja	T alta
1	$\Delta H_1 < 0$	$\Delta S_1 > 0$	$\Delta G_1 < 0$	$\Delta G_1 < 0$
2	$\Delta H_2 < 0$	$\Delta S_2 < 0$	$\Delta G_2 < 0$	$\Delta G_2 > 0$

El proceso 1 es espontáneo a cualquier temperatura, sin embargo el proceso 2 depende de la temperatura.

## UNIDAD 7: Química e industria

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 151

**1. De la siguiente lista de sustancias, separa las materias primas de los productos elaborados: arena, alcohol, vidrio, nitrógeno, hulla, silvina, blenda, acero, amoníaco, coque, plata, pirita, caliza y sulfuro de mercurio(II).**

La arena es una materia prima que se utiliza para la fabricación del vidrio.

El alcohol es un producto elaborado, que se obtiene a partir de la fermentación de frutas o de glúcidos en general.

El vidrio es un producto elaborado.

El nitrógeno es un gas que se encuentra en el aire de la naturaleza y, por tanto, una materia prima.

La hulla es una materia prima, se trata de carbón.

La silvina, es un mineral de cloruro potásico, y, en consecuencia, una materia prima.

La blenda es otra materia prima, es sulfuro de zinc.

El acero es un producto elaborado, se trata de una aleación de hierro con otros elementos, entre los que se debe encontrar el carbono.

El amoníaco es un producto elaborado, que tiene muy diversas aplicaciones, como fertilizante, pero también es una materia prima, al ser un reactivo que se utiliza para obtener diferentes sustancias como explosivos, colorantes, fibras artificiales, etc.

El coque es una materia prima que se usa como combustible y reactivo en la siderurgia.

La plata es un metal, que aunque se encuentra en la naturaleza en estado nativo, se le puede considerar como un producto elaborado, pues de que se extrae hasta que llega a las joyerías, por ejemplo, debe sufrir diversas transformaciones.

La pirita es el mineral sulfuro de hierro, que se utiliza como materia prima para la obtención del hierro.

La caliza es el mineral carbonato cálcico, que tiene diversas aplicaciones como materia prima; así, entre otros usos, se utiliza para la obtención del vidrio.

El sulfuro de mercurio(II) se encuentra en la naturaleza en forma del mineral cinabrio, que se usa como materia prima para la obtención del mercurio.

**2. ¿Sabrías decir qué diferencia existe entre el hierro metal y el acero?**

Mientras que la estructura del hierro metal está formada únicamente por átomos del elemento Fe, el acero es una aleación de hierro con otros elementos, entre los que se debe encontrar el carbono. Por tanto el acero es una disolución de hierro y otros elementos químicos.

**3. ¿Cuál es tu opinión frente a la industrialización de la época actual? ¿Qué aspectos positivos y negativos tiene para la sociedad?**

Es una pregunta de tipo abierto y aquí caben diversas opiniones. Habrá alumnos que se muestren partidarios de una industrialización como consecuencia del progreso de la sociedad y habrá otros que se muestren contrarios a la industrialización desde posturas ecologistas. En cualquier caso deben aparecer las

siguientes:

Ideas positivas:

La industrialización es necesaria para mantener el nivel de vida y confort de la sociedad industrial.

Sin la industrialización no podría satisfacerse las necesidades alimenticias, de vivienda y para vestir del elevado número de la población actual, aunque existan desequilibrios y reparto desigual de los alimentos, viviendas y vestidos que se producen en el Mundo.

Ideas negativas:

La contaminación del medio ambiente.

La esquilmación y agotamiento de los recursos naturales.

El interés económico que prima en todas las explotaciones industriales, dejando en un segundo plano los intereses ecológicos y la conservación del medio ambiente para las generaciones futuras.

La concentración industrial en diversas áreas bajo la dirección de un grupo reducido de personas, que constituyen el poder económico y político mundial.

#### ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 164

#### 1. Infórmate acerca de la industria química que existe en tu comunidad y cuál es su situación. La presencia de industria química en una comunidad ¿es positiva o negativa?

Es una pregunta de tipo abierto que depende de la Comunidad en que se resida. Si se escoge, por ejemplo la Comunidad de Castilla y León, el referente puede ser la planta de Michelin en Valladolid.

La presencia de una industria química tiene aspectos positivos y negativos.

Positivos: Contribuye a la creación de riqueza y de empleo en la zona en donde se asiente.

Negativos: La contaminación ambiental que de ella se puede concluir sino se cumplen los requisitos medioambientales que están establecidos al respecto.

#### 2. ¿Cuál es tu opinión frente a la industrialización de la época actual? Elabora una lista con aspectos positivos y negativos que tiene la industrialización para la sociedad.

Es una pregunta de tipo abierto y aquí caben diversas opiniones. Habrá alumnos que se muestren partidarios de una industrialización como consecuencia del progreso de la sociedad y habrá otros que se muestren contrarios a la industrialización desde posturas ecologistas. En cualquier caso deben aparecer:

**Ideas positivas:**

La industrialización es necesaria para mantener el nivel de vida y confort de la sociedad industrial.

Sin la industrialización no podría satisfacerse las necesidades alimenticias, de vivienda y para vestir del elevado número de la población actual, aunque existan desequilibrios y reparto desigual de los alimentos, viviendas y vestidos que se producen en el Mundo.

**Ideas negativas:**

La contaminación del medio ambiente.

La esquilmación y agotamiento de los recursos naturales.



El interés económico que prima en todas las explotaciones industriales, dejando en un segundo plano los intereses ecológicos y la conservación del medio ambiente para las generaciones futuras.

La concentración industrial en diversas áreas bajo la dirección de un grupo reducido de personas, que constituyen el poder económico y político mundial.

**3. En la obtención industrial del ácido sulfúrico, ¿qué diferencias existen entre el método de las cámaras de plomo y el de contacto?**

El método de las cámaras de plomo se usa poco en la actualidad pues es menos rentable económicamente que el método de contacto.

Ambos métodos suelen partir de la pirita para obtener el  $\text{SO}_2$ , y se diferencian en la forma en que convierten el  $\text{SO}_2$  en  $\text{H}_2\text{SO}_4$ .

En el método de las cámaras de plomo se verifica la oxidación del  $\text{SO}_2$  a  $\text{H}_2\text{SO}_4$  mediante  $\text{O}_2 + \text{H}_2\text{O}$  y la presencia de óxidos de nitrógeno que actúan de catalizadores (catálisis homogénea).

En el método de contacto se separa la oxidación del  $\text{SO}_2$  a  $\text{SO}_3$  de la adición del agua. En este caso se usa una catálisis heterogénea mediante catalizadores como Pt u óxidos de metales. Además, la adición de agua no se hace directamente sino que el  $\text{SO}_3$  se disuelve en  $\text{H}_2\text{SO}_4$  concentrado con formación de oleum (disolución de  $\text{SO}_3$  en  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ).

**3-bis. ¿Cuál es la composición centesimal del amoníaco?**

La masa molar del  $\text{NH}_3$  es:  $M_m = 14 \text{ g/mol} + 3 \cdot 1 \text{ g/mol} = 17 \text{ g/mol}$

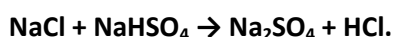
El % en masa de N es:

$$\% \text{ N} = \frac{14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{17 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 82,35 \%$$

El % en masa de H es:

$$\% \text{ H} = \frac{3 \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{17 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 17,65 \%$$

**4. El HCl puede obtenerse mediante la reacción química:**



Calcula la cantidad de HCl que se obtiene a partir de 50 g de  $\text{NaHSO}_4$ .

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación	química	NaCl	+	NaHSO <sub>4</sub>	→	Na <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>	+	HCl
----------	---------	------	---	--------------------	---	---------------------------------	---	-----

ajustada					
Relación estequiométrica	1	1	1	1	1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ NaCl}}{1}$	$\frac{n_B \text{ NaHSO}_4}{1}$	$\frac{n_C \text{ Na}_2\text{SO}_4}{1}$	$\frac{n_D \text{ HCl}}{1}$	
Datos e incógnitas		50 g			¿m HCl?

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del NaHSO}_4 = 120 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Los pasos a seguir, en los que en cada uno de ellos se utiliza el factor de conversión adecuado, son:

masa de NaHSO<sub>4</sub>, en g  $\xrightarrow{1^\circ}$  cantidad de NaHSO<sub>4</sub>, en mol  $\xrightarrow{2^\circ}$  cantidad de HCl, en mol  $\xrightarrow{3^\circ}$  masa de HCl, en g

1º masa de NaHSO<sub>4</sub>, en g  $\xrightarrow{1^\circ}$  cantidad de NaHSO<sub>4</sub>, en mol:

$$n \text{ de NaHSO}_4 = 50 \text{ g NaHSO}_4 \cdot \frac{1 \text{ mol NaHSO}_4}{120 \text{ g NaHSO}_4} = 0,42 \text{ mol NaHSO}_4$$

2º cantidad de NaHSO<sub>4</sub>, en mol  $\xrightarrow{2^\circ}$  cantidad de HCl, en mol, a través del dato de la ecuación química ajustada que proporciona que 1 mol de NaHSO<sub>4</sub> originan 1 mol de HCl:

$$n \text{ de HCl} = \frac{1 \text{ mol HCl}}{1 \text{ mol NaHSO}_4} \cdot 0,42 \text{ mol NaHSO}_4 = 0,42 \text{ mol HCl}$$

O bien también se puede aplicar:  $\frac{n_B \text{ NaHSO}_4}{1} = \frac{n_D \text{ HCl}}{1}$ , de forma que:

$$\frac{0,42 \text{ mol NaHSO}_4}{1} = \frac{n_D \text{ HCl}}{1} \Rightarrow n_D = 0,42 \text{ mol HCl}$$

3º cantidad de HCl, en mol  $\xrightarrow{3^\circ}$  m HCl, en g:

$$m \text{ de HCl} = 0,42 \text{ mol HCl} \cdot \frac{36,5 \text{ g HCl}}{\text{mol HCl}} = 15,2 \text{ g HCl}$$

5. La etiqueta de un frasco de ácido sulfúrico del laboratorio tiene las siguientes indicaciones: 93% en masa y densidad 1,83 g/cm<sup>3</sup>. Calcula la molaridad del ácido.

$$M_m(\text{H}_2\text{SO}_4) = 98 \text{ g/mol}$$

De 100 g de disolución 93 son de ácido sulfúrico y 7 de agua. Cada 100 g ocupan un volumen:

$$V = \frac{m}{d} = \frac{100 \text{ g}}{1,83 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 54,64 \text{ cm}^3$$

$$\text{La molaridad es: } M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{93 \text{ g}}{98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{0,05464 \text{ L}} = 17,37 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

**6. Al reaccionar sulfuro de cinc con ácido clorhídrico se forma cloruro de cinc y ácido sulfhídrico. ¿Qué cantidad de HCl, del 30 % de riqueza en masa, se necesita para obtener 45 g de cloruro de cinc?**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación ajustada	ZnS	+	2 HCl	→	ZnCl <sub>2</sub>	+	H <sub>2</sub> S
Relación estequiométrica	1		2		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ ZnS}}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ ZnCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2\text{S}}{1}$
Datos e incógnitas			¿m HCl 30 %?		45 g		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del ZnCl}_2 = 136,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ y } M \text{ del HCl} = 36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_B \text{ HCl}}{2} = \frac{n_C \text{ ZnCl}_2}{1}$$

$$\text{donde: } n_C \text{ de ZnCl}_2 = 45 \text{ g ZnCl}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol ZnCl}_2}{136,4 \text{ g ZnCl}_2} = 0,33 \text{ mol ZnCl}_2, \text{ por tanto:}$$

$$\frac{n_B \text{ mol HCl}}{2} = \frac{0,33 \text{ mol ZnCl}_2}{1} \Rightarrow n_B = 0,66 \text{ mol HCl}$$

$$\text{Como: } n = \frac{m}{M}, \text{ entonces: } 0,66 \text{ mol HCl} = \frac{m}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 24,1 \text{ g HCl si fuera puro del 100 \%, pero}$$

como tiene una riqueza del 30 %, entonces:

$$m = 24,1 \text{ g} \cdot \frac{100}{30} = 80,3 \text{ g de HCl}$$

**7. Una caliza, con un 75 % de riqueza en carbonato de calcio, se trata con ácido clorhídrico y se origina cloruro de calcio, dióxido de carbono y agua. Calcula la cantidad de caliza que se necesita para obtener 10 litros de dióxido de carbono, medidos en condiciones normales de presión y temperatura.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	CaCO <sub>3</sub>	+	2 HCl	→	CaCl <sub>2</sub>	+	CO <sub>2</sub>	+	H <sub>2</sub> O
Relación estequiométrica	1		2		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{2}$		$\frac{n_C \text{ CaCl}_2}{1}$		$\frac{n_D \text{ CO}_2}{1}$		$\frac{n_E \text{ H}_2\text{O}}{1}$
Datos e incógnitas	¿m CaCO <sub>3</sub> al 75 %?						V = 10 L en C.N.		

Se determinan las masas molares de las sustancias que intervienen en el proceso a partir de la información que proporciona la tabla periódica, de forma que:

$$M \text{ del CaCO}_3 = 100 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

$$\text{Se aplica: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{n_D \text{ CO}_2}{1}$$

La cantidad de CO<sub>2</sub>, en mol, que se obtiene se deduce a partir de:  $n = \frac{V}{V_m}$ , pues en condiciones normales

de presión y temperatura:  $V_m = 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}$ , luego:

$$n = \frac{10 \text{ L}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 0,45 \text{ mol de CO}_2$$

$$\text{Por tanto: } \frac{n_A \text{ CaCO}_3}{1} = \frac{0,45 \text{ mol CO}_2}{1} \Rightarrow n_A = 0,45 \text{ mol de CaCO}_3$$

$$\text{Ahora bien: } n = \frac{m}{M}, \text{ entonces: } 0,45 \text{ mol CaCO}_3 = \frac{m}{100 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \Rightarrow m = 45 \text{ g CaCO}_3 \text{ si fuera puro del 100 \%,}$$

pero como tiene una riqueza del 75 %, entonces:

$$m = 45 \text{ g} \cdot \frac{100}{75} = 60 \text{ g de CaCO}_3$$

**8. Al analizar un cristal de un mineral se encontró que contenía un 30,44% de hierro, un 34,64% de cobre y un 34,92% de azufre. ¿Cuál es la fórmula empírica del compuesto? ¿De qué mineral se trata?**

$$M_a(\text{Cu}) = 63,5 \text{ g/mol}; M_a(\text{Fe}) = 55,8 \text{ g/mol}; M_a(\text{S}) = 32 \text{ g/mol}$$

La cantidad en mol de cada uno de los elementos químicos en 100 g del compuesto químico es:

$$n \text{ de Fe} = \frac{30,44 \text{ g}}{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,545 \text{ mol}$$

$$n \text{ de Cu} = \frac{34,64 \text{ g}}{63,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 0,545 \text{ mol}$$

$$n \text{ de S} = \frac{34,92 \text{ g}}{32 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 1,09 \text{ mol}$$

Asignando el coeficiente 1 al hierro y al cobre cuyo número de moles es menor, el coeficiente del S es 2. El compuesto químico es  $\text{FeCuS}_2$  (calcopirita)

**9. El selenio comercial se obtiene del refinado electrolítico del cobre. Se utiliza para fabricar rectificadores de corriente alterna ya que sólo permite el paso de corriente en un sentido y en la fabricación de vidrio para contrarrestar el color verde. Calcula la cantidad de cobre que se necesita refinar para obtener 1 Kg de selenio si se encuentra en el 0,02 % del metal sin refinar.**

$$m_{\text{Cu}} = \frac{1 \text{ kg}}{0,0002} = 5000 \text{ kg} = 5 \text{ T}$$

**10. ¿Qué cantidad de ácido nítrico se obtiene al tratar con ácido sulfúrico 180 g de nitrato de sodio?**

$$M_m(\text{NaNO}_3) = 85 \text{ g/mol}; M_m(\text{HNO}_3) = 63 \text{ g/mol}.$$

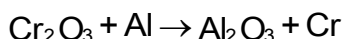
La reacción química es:  $\text{H}_2\text{SO}_4 + 2 \text{NaNO}_3 \rightarrow 2 \text{HNO}_3 + \text{Na}_2\text{SO}_4$

Luego por cada dos moles de nitrato obtenemos dos moles de ácido nítrico, o lo que es lo mismo, por cada mol de nitrato se obtiene un mol de ácido nítrico.

Luego, por cada 85 g de nitrato obtenemos 63 g de ácido nítrico.

$$m_{\text{HNO}_3} = \frac{180 \text{ g} \cdot 63 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{85 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 133,4 \text{ g}$$

11. Ni el carbono, ni el monóxido de carbono, son capaces de reducir al óxido de cromo(III). Para obtener el cromo se emplea como reductor el aluminio por lo que el proceso resulta bastante caro. Si la reacción de reducción es:



Ajusta dicha ecuación y calcula la cantidad de aluminio del 98 % de riqueza necesaria para obtener una tonelada de cromo.

La reacción química ajustada es:  $\text{Cr}_2\text{O}_3 + 2 \text{Al} \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + 2 \text{Cr}$

$M_a(\text{Cr}) = 52 \text{ g/mol}$ ;  $M_a(\text{Al}) = 27 \text{ g/mol}$

Por cada mol de cromo que queremos obtener necesitamos un mol de aluminio puro, luego por cada 52 g de cromo necesitamos 27 g de aluminio puro.

$$m_{\text{Al puro}} = \frac{1000 \text{ kg} \cdot 27 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{52 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 519,2 \text{ kg}$$

Como partimos de aluminio que no es puro, la cantidad necesaria de éste es:

$$m_{\text{Al}} = \frac{519,2 \text{ kg}}{0,98} = 530 \text{ Kg}$$

12. La reacción química de tostación de la pirita es:  $\text{FeS}_2 + \text{O}_2 \rightarrow \text{SO}_2 + \text{Fe}_2\text{O}_3$

Ajusta dicha ecuación química y calcula el volumen de  $\text{SO}_2$  que se recoge en condiciones normales de presión y temperatura a partir de 1 kg de pirita.

La reacción química ajustada es:  $4 \text{FeS}_2 + 11 \text{O}_2 \rightarrow 8 \text{SO}_2 \uparrow + 2 \text{Fe}_2\text{O}_3$

$M_m(\text{FeS}_2) = 119,8 \text{ g/mol}$

Por cada mol de pirita obtenemos 2 de  $\text{SO}_2$ . La cantidad en mol de pirita es:

$$n_{\text{pirita}} = \frac{1000 \text{ g}}{119,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 8,35 \text{ mol} \quad \text{y } n_{\text{de SO}_2} = 2 \cdot 8,35 \text{ mol} = 16,7 \text{ mol}$$

Cada mol de gas en C.N. ocupa 22,4 L, por tanto, 16,7 mol del gas ocupan:

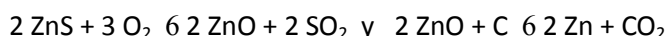
$$16,7 \text{ mol} \cdot 22,4 \text{ L/mol} = 374,1 \text{ L}$$

**13. Para obtener el cinc a partir de la blenda, se somete el mineral a un proceso de tostación total o tostación a "muerte" y posteriormente se reduce el óxido obtenido con carbono. Si se parte de blenda del 60 % de riqueza en ZnS. ¿Qué cantidad de cinc se obtendrá partir de una tonelada de blenda admitiendo que el rendimiento del proceso es del 90 %?**

$M_m(\text{ZnS}) = 97,4 \text{ g/mol}$ ;  $M_a(\text{Zn}) = 65,4 \text{ g/mol}$

La cantidad de mineral (sulfuro de Zn) es:  $1.000 \text{ kg} \cdot 0,6 = 600 \text{ Kg}$ .

Las reacciones químicas que tienen lugar son:



Luego 2 moles de ZnS producen 2 moles de Zn, o lo que es lo mismo, por cada mol de sulfuro obtenemos un mol de Zn. En consecuencia, por cada 97,4 g de ZnS obtenemos teóricamente 65,4 g de Zn.

La cantidad teórica de Zn que se puede obtener es:

$$m_{\text{Zn}} = \frac{600 \text{ kg} \cdot 65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{97,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 403 \text{ kg}$$

Como el rendimiento de la operación no es del 100 % sino del 90 % la cantidad de Zn que obtenemos es:  $403 \text{ kg} \cdot 0,9 = 363 \text{ kg}$

**14. Partiendo de una mezcla de 1520 kg formada por 65 % de FeO y 20 % de Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, se obtiene una tonelada de fundición con el 91,3 % de hierro. ¿Cuál es el rendimiento de la operación?**

$M_a(\text{Fe}) = 55,8 \text{ g/mol}$ ;  $M_m(\text{FeO}) = 71,8 \text{ g/mol}$ ;  $M_m(\text{Fe}_2\text{O}_3) = 159,6 \text{ g/mol}$ .

La cantidad de hierro obtenida es:  $1.000 \text{ kg} \cdot 0,913 = 913 \text{ Kg}$

La cantidad de hierro en la mezcla es:

$$m_{\text{Fe}} = 1520 \text{ kg} \cdot 0,65 \cdot \frac{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{71,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + 1520 \text{ Kg} \cdot 0,2 \cdot \frac{111,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{159 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 980 \text{ kg}$$

El rendimiento del proceso es:  $\frac{913 \text{ kg}}{980 \text{ kg}} \cdot 100 = 93,16\%$

**15. El proceso de calcinación del carbonato de hierro(II) es un proceso exotérmico en el que se generan 31,35 J/mol. Calcula la cantidad de calor que se desprende en la calcinación de una tonelada de carbonato de hierro y el volumen de dióxido de carbono que se produce en condiciones normales de presión y temperatura.**

La reacción química de calcinación es:  $\text{FeCO}_3 \rightarrow \text{FeO} + \text{CO}_2$

$$M_m(\text{FeCO}_3) = 115,8 \text{ g/mol}$$

La cantidad en mol de carbonato calcinadas es:

$$n \text{ de FeCO}_3 = \frac{10^6 \text{ g}}{115,8 \text{ g/mol}} = 8636 \text{ mol}$$

$$\text{La cantidad de calor desprendida es: } Q = 8636 \text{ mol} \cdot 31,35 \frac{\text{J}}{\text{mol}} = 270738,6 \text{ J}$$

Cada mol de carbonato calcinado produce un mol de dióxido de carbon, luego la cantidad en mol de dióxido es 8636 mol.

Como cada mol ocupa en C.N. 22,4 L, el volumen del gas es:

$$V = 8636 \text{ mol} \cdot 22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}} = 193500 \text{ L} = 193,5 \text{ m}^3$$

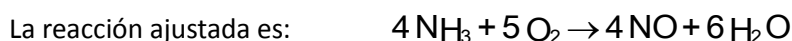
**16. La reducción de la magnetita  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  mediante CO que tiene lugar en el alto horno desprende 1560 J/mol. Calcula la cantidad de calor que se desprende al reducir una tonelada de magnetita.**

$$M_m(\text{Fe}_2\text{O}_3) = 159,6 \text{ g/mol}$$

$$\text{La cantidad en mol de magnetita es: } n = \frac{10^6 \text{ g}}{159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 6266 \text{ mol}$$

$$\text{La cantidad de calor desprendida es: } Q = 6266 \text{ mol} \cdot 1560 \frac{\text{J}}{\text{mol}} = 9774960 \text{ J}$$

**17. Por oxidación catalítica de amoníaco se forma vapor de agua y óxido de nitrógeno(II), según la reacción:  $\text{NH}_3 + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$ . Ajusta la ecuación química y calcula el volumen de aire necesario para oxidar 100 litros de amoníaco, sabiendo que el 21 % del aire esta formado por oxígeno.**



Según la ley de Gay-Lussac, para 4 volúmenes de amoníaco se necesitan 5 de oxígeno. Luego, para 100 L de amoníaco el volumen de oxígeno que se necesita es:

$$V = 100 \text{ L} \cdot \frac{5}{4} = 125 \text{ L}$$

$$\text{y el volumen de aire necesario es: } V = \frac{125 \text{ L}}{0,21} = 595 \text{ L}$$



18. El calor de la reacción de formación del amoníaco a partir de nitrógeno e hidrógeno, a 18 °C, es 45980 J/mol. Calcula la cantidad de calor que se desprende al reaccionar 224 litros de nitrógeno medido en condiciones normales de presión y temperatura.

Un mol de gas en C.N. ocupa 22,4 L.

$$\text{La cantidad en mol de nitrógeno es: } n \text{ de } N_2 = \frac{224 \text{ L}}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} = 10 \text{ mol}$$

La ecuación química ajustada de la obtención de amoníaco es:  $N_2 + 3H_2 \rightarrow 2NH_3$

Por cada mol de nitrógeno se obtienen dos moles de amoníaco. Luego, el número de moles de amoníaco que se obtienen es 20.

$$\text{El calor desprendido es: } Q = 20 \text{ mol} \cdot 45980 \frac{\text{J}}{\text{mol}} = 919600 \text{ J}$$

19. Un mineral complejo de cobre tiene la siguiente composición:

Calcopirita (FeCuS <sub>2</sub> )	Pirita (FeS <sub>2</sub> )	Enargita (Cu <sub>3</sub> AsS <sub>4</sub> )
24%	68%	8%

Calcula la riqueza en hierro y cobre de este mineral.

$$M_m(\text{FeCuS}_2) = 183,3 \text{ g/mol}; \quad M_m(\text{FeS}_2) = 119,8 \text{ g/mol}; \quad M_m(\text{Cu}_3\text{AsS}_4) = 393,5 \text{ g/mol}$$

En 100 g del mineral la cantidad de hierro es:

$$24 \text{ g} \cdot \frac{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{183,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + 68 \text{ g} \cdot \frac{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{119,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 39 \text{ g}$$

y la cantidad de cobre es:

$$24 \text{ g} \cdot \frac{63,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{183,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} + 8 \text{ g} \cdot \frac{3 \cdot 63,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{393,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 12,2 \text{ g}$$

La riqueza en hierro es el 39 % y la riqueza en cobre 12,2 %

20. Se tratan 6 kg de pirita con oxígeno y el gas producido se transforma enteramente en ácido sulfúrico, obteniéndose 50 litros de disolución 2 M en este ácido. ¿Qué riqueza tenía la pirita?

$$M_m(\text{FeS}_2) = 119,8 \text{ g/mol}$$

La cantidad de ácido sulfúrico obtenido es:  $50 \text{ L} \cdot 2 \text{ mol/L} = 100 \text{ mol}$

Como en la reacción química de tostación de pirita, por cada mol de  $\text{FeS}_2$  se produce 2 moles de  $\text{SO}_2$ , y estos dos moles de  $\text{SO}_2$  se transforman en 2 moles de  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , luego para obtener un mol de ácido se requiere medio mol de pirita.

En consecuencia, para obtener 100 moles de ácido sulfúrico se requieren 50 moles de pirita.

$$\text{La masa de sulfuro de hierro es: } 50 \text{ mol} \cdot 119,8 \text{ g/mol} = 5990 \text{ g}$$

$$\text{La riqueza de la pirita es: } \frac{5990 \text{ g}}{6000 \text{ g}} \cdot 100 = 99,83 \%$$

**21. El vidrio es un sólido amorfo que se obtiene por fusión de arena, carbonato de sodio y carbonato de calcio. Calcula en qué proporciones ha de mezclarse la arena, el carbonato sódico, y el carbonato de calcio, considerados puros, para obtener un vidrio de fórmula  $6 \text{ SiO}_2 \cdot \text{Na}_2\text{O} \cdot \text{CaO}$ .**

$$M_m(\text{SiO}_2) = 60 \text{ g/mol}; M_m(\text{Na}_2\text{O}) = 62 \text{ g/mol}; M_m(\text{CaO}) = 56 \text{ g/mol}$$

La masa molar del vidrio de la fórmula del enunciado del problema es 478 g/mol.

$$\text{El tanto por ciento de sílice es: } \frac{6 \cdot 60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{478 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 75,31 \%$$

$$\text{El tanto por ciento de óxido de sodio es: } \frac{62 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{478 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 12,97 \%$$

$$\text{Y el tanto por ciento de óxido de calcio es: } \frac{56 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{478 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 11,71 \%$$

**22. ¿Qué abono fosfórico tiene mayor riqueza en P, el superfosfato triple  $\text{Ca}(\text{H}_2\text{PO}_4)_2$  o el fosfato ácido de sodio  $\text{Na}_2\text{HPO}_4$ ?**

M del superfosfato triple = 234 g/mol y M del fosfato ácido de sodio = 142 g/mol

$$\text{El \% en fósforo del superfosfato triple es: } \frac{2 \cdot 31 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{234 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 26,5 \%$$

El % en fósforo del fosfato ácido de sodio es: 
$$\frac{31 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{142 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 21,83 \%$$

**23. Se quiere preparar 100 kg de ácido sulfúrico de 80 % en masa. ¿ Qué cantidad de pirita del 85 % de riqueza habrá que tostar para conseguirlo?**

$M_m(\text{FeS}_2) = 119,8 \text{ g/mol}; M_m(\text{H}_2\text{SO}_4) = 98 \text{ g/mol}$

Ya hemos visto que por cada mol de  $\text{FeS}_2$  se obtienen 2 moles de  $\text{H}_2\text{SO}_4$ .

Si el ácido ha de ser al 80 % se necesitan 80 kg de ácido sulfúrico puro.

La cantidad de pirita pura necesaria es: 
$$M_{\text{FeS}_2} = 80 \text{ kg} \cdot \frac{119,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{2 \cdot 98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 48,9 \text{ kg}$$

La cantidad de pirita del 85 % de riqueza es: 
$$\frac{48,9 \text{ kg}}{0,85} = 57,5 \text{ Kg}$$

**24. Para determinar la riqueza de una muestra de Zn impuro, se toman 50,0 g de la misma y se tratan con una disolución de ácido clorhídrico de 1,18 g/cm<sup>3</sup> y 35% de riqueza en masa y se consumen 129 cm<sup>3</sup> de disolución. Calcula:**

**a) La concentración molar de la disolución de ácido clorhídrico.**

**b) El porcentaje de cinc contenido en la muestra.**

a)  $M$  del HCl = 36,5 g/mol y  $M$  del Zn = 65,4 g/mol

100 g de disolución ocupan un volumen: 
$$V = \frac{m}{d} = \frac{100 \text{ g}}{1,18 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 84,75 \text{ cm}^3$$

La molaridad es: 
$$M = \frac{n}{V} = \frac{\frac{35 \text{ g}}{36,5 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}}{0,08475 \text{ L}} = 11,31 \text{ mol/L}$$

b) La reacción química es la siguiente:  $\text{Zn} + 2 \text{HCl} \rightarrow \text{ZnCl}_2 + \text{H}_2$

La cantidad en mol de HCl que reacciona es:

$$n_{\text{de HCl}} = M \cdot V = 11,31 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 0,129 \text{ L} = 1,46 \text{ mol}$$

Como 2 mol de HCl reaccionan con 1 mol de Zn, entonces la cantidad de Zn requerida es:

$$m_{\text{Zn}} = 1,46 \text{ mol} \cdot \frac{1 \text{ mol}}{2 \text{ mol}} \cdot 65,4 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 47,742 \text{ g}$$

Y la riqueza de la muestra es:  $\frac{47,742 \text{ g}}{50 \text{ g}} \cdot 100 = 95,48 \%$

**25. Los gases residuales de una fabrica de ácido sulfúrico contienen, en volumen, un 0,15 % de SO<sub>2</sub> y un 0,03 % de SO<sub>3</sub>. La fábrica produce 300000 kg/día de H<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> y lanza a la atmósfera 40000 m<sup>3</sup> de gases cada hora, medidos en condiciones normales de presión y temperatura. Calcula la cantidad en kg de SO<sub>2</sub> y SO<sub>3</sub> lanzados cada día a la atmósfera.**

Si a la hora lanza 40000 m<sup>3</sup> de gases, al cabo del día la cantidad de gases lanzados es:

$$40000 \frac{\text{m}^3}{\text{h}} \cdot 24 \text{ h} = 960000 \text{ m}^3$$

La cantidad de SO<sub>2</sub> es:  $960.000 \text{ m}^3 \cdot 0,0015 = 1440 \text{ m}^3$

y la cantidad de SO<sub>3</sub> es:  $960.000 \text{ m}^3 \cdot 0,0003 = 288 \text{ m}^3$

Si la masa molar del SO<sub>2</sub> es 64 g/mol y la del SO<sub>3</sub> es 80 g/mol, entonces:

$$1 \text{ atm} \cdot 1440 \cdot 10^3 \text{ L} = \frac{m \text{ de SO}_2}{64 \text{ g/mol de SO}_2} \cdot 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K} \cdot 273 \text{ K} \text{ , luego:}$$

$$m \text{ de SO}_2 = 4116858,8 \text{ g} \text{ Y la cantidad de SO}_2 \text{ lanzada al día es } 4116,8 \text{ kg}$$

$$1 \text{ atm} \cdot 288 \cdot 10^3 \text{ L} = \frac{m \text{ de SO}_3}{80 \text{ g/mol de SO}_3} \cdot 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K} \cdot 273 \text{ K} \text{ , luego:}$$

$$m \text{ de SO}_3 = 1029214,7 \text{ g, donde la cantidad de SO}_3 \text{ lanzada al día es } 1029,2 \text{ kg.}$$

**26. La oxidación de una plancha de hierro de 30,0 kg produce óxido de hierro(III). Si sólo se obtiene 209,67 mol de óxido. Calcula: a) La cantidad de hierro que se oxida. b) El rendimiento de la reacción, expresado en %.**

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	4 Fe	+	3 O <sub>2</sub>	→	2 Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
Relación estequiométrica	4		3		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de Fe}}{4}$		$\frac{n_B \text{ de O}_2}{3}$		$\frac{n_C \text{ de Fe}_2\text{O}_3}{2}$
Datos e incógnitas	30,0 kg ¿m que se oxida?				209,67 mol ¿rendimiento?

La masa molar atómica del Fe es  $55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

Se aplica:  $\frac{n_A \text{ Fe}}{4} = \frac{n_C \text{ Fe}_2\text{O}_3}{2}$ , de forma que:

$$\frac{\frac{m_A}{\text{mol}} \text{ Fe}}{4} = \frac{209,67 \text{ mol Fe}_2\text{O}_3}{2} \Rightarrow m_A = 23400 \text{ g} \cdot \frac{10^{-3} \text{ kg}}{\text{g}} = 23,4 \text{ kg que se oxida.}$$

De esta forma el rendimiento de la reacción química es:

$$\text{rendimiento} = \frac{23,4 \text{ kg}}{30,0 \text{ kg}} \cdot 100 = 78 \%$$

**27. A partir de una mezcla de 2 kg formada por 65 % de FeO y 35 % de Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, se obtiene 1 kg de fundición de hierro con un contenido en dicho metal del 90 %. ¿Cuál es el rendimiento de la operación?**

La masa molar del Fe es  $55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , la del FeO  $71,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>  $159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La cantidad de hierro obtenida es:  $m = 1 \text{ kg} \cdot \frac{90}{100} = 0,9 \text{ kg}$

La cantidad de hierro en la mezcla es:

$$m = 2 \text{ kg mezcla} \cdot \frac{65}{100} \text{ FeO} \cdot \frac{55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}}{71,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ FeO}} + 2 \text{ kg mezcla} \cdot \frac{35}{100} \text{ Fe}_2\text{O}_3 \cdot \frac{2 \cdot 55,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}}{159,6 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Fe}_2\text{O}_3} = 1,5 \text{ kg}$$

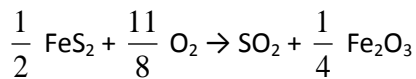
Por tanto, el rendimiento del proceso es:  $\text{rendimiento} = \frac{0,9 \text{ kg}}{1,5 \text{ kg}} \cdot 100 = 60 \%$

**28. Se tuestan 10 kg de pirita con oxígeno y el gas producido se transforma enteramente en ácido sulfúrico, obteniéndose 75 L de disolución de concentración 1,8 mol/L en este ácido. ¿Qué riqueza tenía la pirita?**

La masa molar de la pirita de fórmula FeS<sub>2</sub> es  $119,8 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

La reacción de tostación de la pirita tiene la siguiente ecuación ajustada:

$4 \text{ FeS}_2 + 11 \text{ O}_2 \rightarrow 8 \text{ SO}_2 + 2 \text{ Fe}_2\text{O}_3$  y también:



Y a continuación:  $\text{SO}_2 + \frac{1}{2} \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4$

Por lo que globalmente ocurre:  $\frac{1}{2} \text{FeS}_2 + \frac{15}{8} \text{O}_2 + \text{H}_2\text{O} \rightarrow \text{H}_2\text{SO}_4 + \frac{1}{4} \text{Fe}_2\text{O}_3$

De esta forma:  $\frac{n_A \text{FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{n_B \text{H}_2\text{SO}_4}{1}$  y también:  $\frac{n_A \text{FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{C_M \text{ácido} \cdot V_{\text{ácido}}}{1}$

entonces:  $\frac{n_A \text{FeS}_2}{\frac{1}{2}} = \frac{1,8 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \cdot 75 \text{L}}{1} \Rightarrow n_A = 67,5 \text{ mol de FeS}_2 \text{ que reaccionan}$

Como inicialmente hay de  $\text{FeS}_2$ :

$$n_A \text{ de FeS}_2 = 10 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}} \cdot \text{de FeS}_2 \cdot \frac{1 \text{ mol FeS}_2}{119,8 \text{ g FeS}_2} = 83,5 \text{ mol FeS}_2$$

Por lo que el rendimiento es:  $\text{rendimiento} = \frac{67,5 \text{ mol}}{83,5 \text{ mol}} \cdot 100 = 80,9 \%$

**29. Un mineral de magnesita,  $\text{MgCO}_3$ , contiene 40,5 % de ganga. ¿Qué cantidad de magnesio se puede obtener a partir de 1 tonelada de mineral?**

La masa molar atómica del Mg es  $24,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del  $\text{MgCO}_3$   $84,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

El % de magnesita es  $100 - 40,5 = 59,5 \%$

La cantidad de magnesita es:  $m = 1 \text{ tonelada} \cdot \frac{1000 \text{ kg}}{\text{tonelada}} \cdot \frac{59,5}{100} = 595 \text{ kg de MgCO}_3$

Como por la fórmula 1 mol de  $\text{MgCO}_3$  contiene 1 mol de Mg, entonces:

$$m = 595 \text{ kg MgCO}_3 \cdot \frac{24,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ Mg}}{84,3 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \text{ MgCO}_3} = 171,5 \text{ kg Mg}$$

**30. Un hilo de aluminio de masa 0,10 g está totalmente sumergido en 150 mL de una disolución de ácido clorhídrico de concentración 0,10 mol/L. Determinar: a) La concentración final del ácido después de la**

reacción con el aluminio. b) El volumen de hidrógeno producido, sabiendo que su volumen molar en las condiciones de la experiencia es 24 L/mol.

Se identifican los reactivos y los productos y se escribe y ajusta la ecuación química que describe el proceso:

Ecuación química ajustada	Al	+	3 HCl	→	AlCl <sub>3</sub>	+	$\frac{3}{2}$ H <sub>2</sub>
Relación estequiométrica	1		3		1		$\frac{3}{2}$
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ Al}}{1}$		$\frac{n_B \text{ HCl}}{3}$		$\frac{n_C \text{ AlCl}_3}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2}{\frac{3}{2}}$
Datos e incógnitas	0,10 g		150 mL C <sub>M inicial</sub> = 0,10 mol/L ¿C <sub>M final</sub> ?				¿V? V <sub>m</sub> = 24 L/mol

$$M \text{ de Al} = 27 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

a) Primero hay que comprobar si los reactivos están en la proporción estequiométrica, para ello se calcula el Al que reacciona con el ácido clorhídrico, de forma que se cumple que:

$$\frac{n_A \text{ Al}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{3}, \text{ y también: } \frac{m_A \text{ Al}}{M} = \frac{V_{\text{ácido}} \cdot C_M \text{ HCl}}{3}, \text{ luego:}$$

$$\frac{\frac{m_A}{27 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ Al}}{1} = \frac{150 \text{ mL} \cdot \frac{10^{-3} \text{ L}}{\text{mL}} \cdot 0,10 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \text{ HCl}}{3} \Rightarrow m_A = 0,135 \text{ g de Al que reaccionarían con el ácido clorhídrico, pero como hay sólo 0,10 g se consume todo el aluminio y queda ácido sin reaccionar sobrante.}$$

Para hallar la concentración del ácido sobrante hay que tener en cuenta que la cantidad, en mol, de HCl que reacciona es:

$$\frac{n_A \text{ Al}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{3} \Rightarrow \frac{\frac{0,10 \text{ g}}{27 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ Al}}{1} = \frac{n_B \text{ HCl}}{3} \Rightarrow n_B = 1,11 \cdot 10^{-2} \text{ mol de HCl}$$

$$\text{Como la cantidad inicial de HCl es: } 150 \text{ mL} \cdot \frac{10^{-3} \text{ L}}{\text{mL}} \cdot 0,10 \frac{\text{mol}}{\text{L}} = 1,50 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$$

Al final queda de HCl =  $1,50 \cdot 10^{-2} \text{ mol} - 1,11 \cdot 10^{-2} \text{ mol} = 0,39 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$  de HCl

Como el volumen de disolución es 150 mL, entonces la concentración final de HCl es:

$$[\text{HCl}] = \frac{0,39 \cdot 10^{-2} \text{ mol}}{150 \text{ mL} \cdot \frac{10^{-3} \text{ L}}{\text{mL}}} = 0,026 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

b) También se verifica:  $\frac{n_A \text{ Al}}{1} = \frac{n_D \text{ H}_2}{\frac{3}{2}}$ , luego:

$$\frac{0,10 \text{ g Al}}{27 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = \frac{n_D \text{ H}_2}{\frac{3}{2}} \Rightarrow n_D = 5,55 \cdot 10^{-3} \text{ mol de H}_2$$

De esta forma:

$$5,55 \cdot 10^{-3} \text{ mol H}_2 = \frac{V}{24 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 0,13 \text{ L de H}_2 \text{ que se obtienen.}$$



## UNIDAD 8: Química del carbono

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 167

#### 1. Dibuja los diagramas de Lewis de los átomos: carbono, hidrógeno y oxígeno.

El átomo de carbono tiene 4 electrones de valencia, el hidrógeno 1 y el oxígeno 6, de forma que:



#### 2. ¿Qué propiedades generales diferencian a los compuestos químicos iónicos de los covalentes?

En general, salvo excepciones, los compuestos químicos iónicos tienen elevadas temperaturas de fusión y de ebullición, se suelen disolver en agua y fundidos o disueltos conducen la corriente eléctrica.

Los compuestos químicos covalentes suelen ser gases o líquidos, se disuelven en disolventes como la gasolina o el tetracloruro de carbono y no conducen la corriente eléctrica.

#### 3. Clasifica las siguientes sustancias en orgánicas o inorgánicas: azúcar común, cloruro de sodio, celulosa, alcohol etílico, metano, cal, acetona, sulfato de hierro(III) y dióxido de carbono.

El cloruro de sodio, la cal, el sulfato de hierro(III) y dióxido de carbono son sustancias inorgánicas y el resto son sustancias orgánicas.

### ACTIVIDADES-PÁG. 171

#### 1. Explica por qué la molécula de benceno es plana e indica el valor de sus ángulos de enlace.

Al ser plana y hexagonal sus ángulos de enlaces son de  $120^\circ$ .

#### 2. ¿Puede existir el ciclohexino?

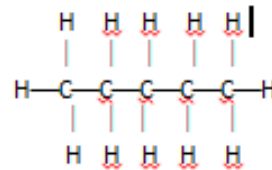
No, pues el triple enlace implica que haya dos ángulos de  $180^\circ$  entre los átomos de carbono implicados en el triple enlace, que sería cuatro, pues los dos carbonos del triple enlace no tendrían hidrógenos, y ello no permitiría cerrar el hexágono.

#### 3. ¿Es plana la molécula de ciclohexano? Justifica la respuesta.

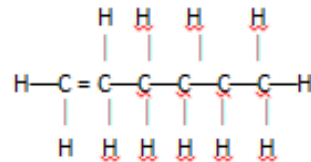
No, pues alrededor del enlace sencillo se permite el giro y se pueden formar diversas conformaciones espaciales no planas con la estructura cerrada hexagonal.

#### 4. Escribe las fórmulas semidesarrollada y desarrollada de los compuestos: pentano, de fórmula molecular $\text{C}_5\text{H}_{12}$ , hexeno, de fórmula molecular $\text{C}_6\text{H}_{12}$ , y pentino, de fórmula molecular $\text{C}_5\text{H}_8$ .

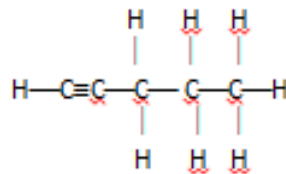
pentano, de fórmula molecular  $C_5H_{12}$ :



Hexeno, de fórmula molecular  $C_6H_{12}$ :



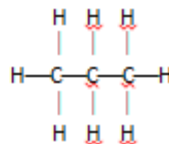
Pentino, de fórmula molecular  $C_5H_8$ :



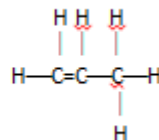
### ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 188

1. Escribe las fórmulas estructurales de los siguientes compuestos orgánicos: propano, propeno, propino, ciclopropano, 1-cloropropano, 1-propanol, etilmetil éter, ácido propanoico, etanoato de metilo, propilamina y propanamida.

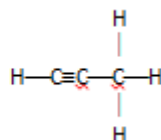
Propano, de fórmula molecular  $C_3H_8$ :



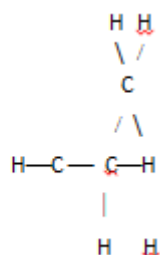
Propeno, de fórmula molecular  $C_3H_6$ :



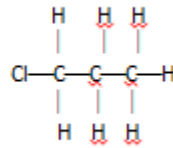
Propino, de fórmula molecular  $C_3H_4$ :



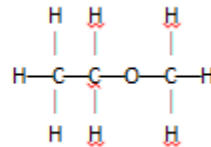
Ciclopropano, de fórmula molecular  $C_3H_6$ :



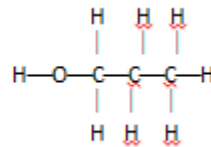
1-cloropropano, de fórmula molecular  $C_3H_7Cl$ :



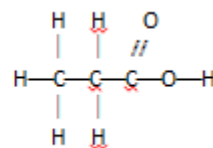
etilmetiléter, de fórmula molecular  $C_3H_8O$ :



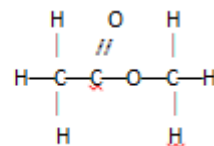
1-propanol, de fórmula molecular  $C_3H_8O$ :



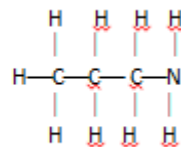
Ácido propanoico, de fórmula molecular  $C_3H_6O_2$ :



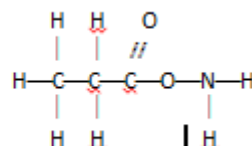
Etanoato de metilo de fórmula molecular  $C_3H_6O_2$ :



Propilamina, de fórmula molecular  $C_3H_7N$ :

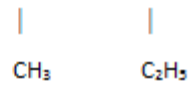


Propanamida, de fórmula molecular  $C_3H_7ON$ :



2. Escribe las fórmulas de los siguientes compuestos químicos: 5-etil-2-metilheptano; 3,3-dietil-1-hepteno; 3,4,4-trimetil-1,5-heptadieno; trans-1,2-difluoroetano; 2-metil-1-pentanol; 1,2-butanodiol; etilpropil éter; butanodiol; 5-hexén-3-ona; ácido 2-hidroxi-butanoico; metanoato de propilo; trimetilamina; 2-metilbutanamida.

5-etil-2-metilheptano:  $\text{CH}_3\text{-CH-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH-CH}_2\text{-CH}_3$



$\text{C}_2\text{H}_5$



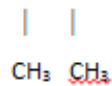
3,3-dietil-1-hepteno:  $\text{CH}_2=\text{CH-C-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$



$\text{CH}_3$



3,4,4-trimetil-1,5-heptadiino:  $\text{CH}\equiv\text{C-CH-C}\equiv\text{C-CH}_3$



F H



trans-1,2-difluoroeteno:



H F

$\text{CH}_3$



2-metil-1-pentanol:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH-CH}_2\text{-OH}$

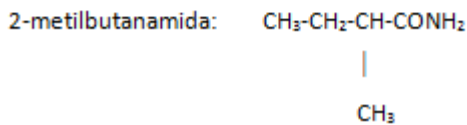
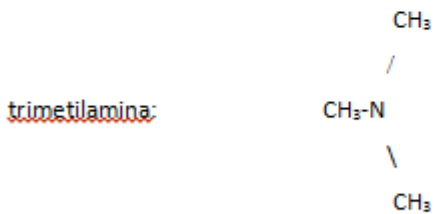
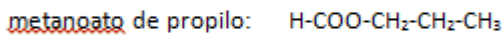
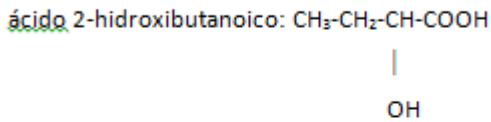
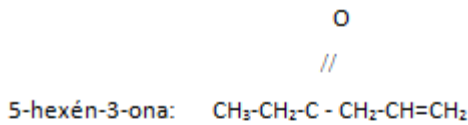
1,2-butanodiol:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH-CH}_2\text{-OH}$



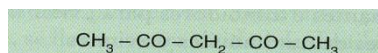
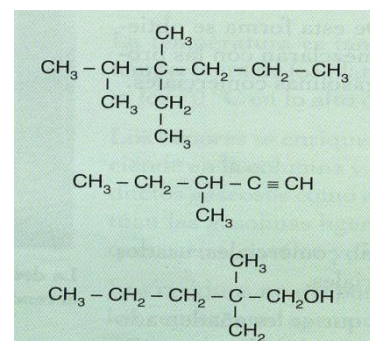
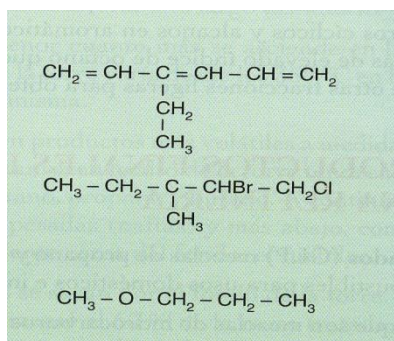
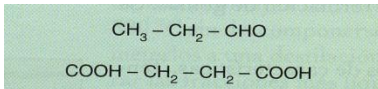
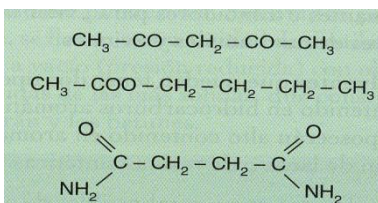
etilpropil éter:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-O-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$



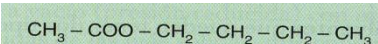
butanodial:  $\text{H-C-CH}_2\text{-CH}_2\text{-C-H}$



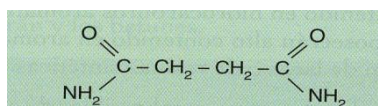
### 3. Nombra los compuestos orgánicos siguientes:



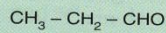
Es el 2,4-pentadiona



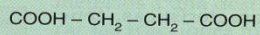
Es el etanoato de butilo



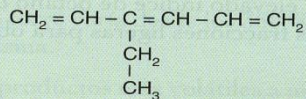
Es la butanodiamina



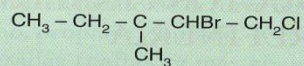
Es el propanal



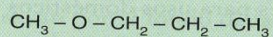
Es el ácido butanodioico



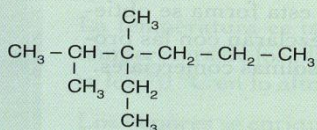
Es el 3-etil-1,3,5-hexatrieno



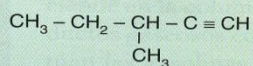
Es el 2-bromo-1-cloro-3-metilpentano



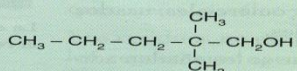
Es el metilpropiléter



Es el 3-etil-2,3-dimetilhexano



Es el 3-metilpentino



Es el 2,2-dimetil-1-pentanol

4. Responde a las siguientes preguntas: a) ¿Qué diferencia hay entre un alcohol y un fenol? b). Nombra y formula las cetonas y aldehídos de 5 átomos de carbono.

a) Los dos contienen el grupo hidroxilo (-OH), en los alcoholes la cadena no es aromática y en los fenoles la cadena es un radical aromático.

Los fenoles no reaccionan de igual forma que los alcoholes. Por ejemplo ni se deshidratan y ni se oxidan como los alcoholes.

b) Aldehídos:

pentanal:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CHO}$

3-metilbutanal:  $\text{CH}_3\text{-CH-CH}_2\text{-CHO}$   
 $\quad\quad\quad |$   
 $\quad\quad\quad \text{CH}_3$

2-metilbutanal:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH-CHO}$   
 $\quad\quad\quad |$   
 $\quad\quad\quad \text{CH}_3$   
 $\quad\quad\quad \text{CH}_3$   
 $\quad\quad\quad |$

2,2-dimetilpropanal:  $\text{CH}_3\text{-C-CHO}$   
 $\quad\quad\quad |$   
 $\quad\quad\quad \text{CH}_3$

Cetonas:

2-pentanona:  $\text{CH}_3\text{-CO-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$

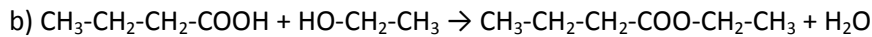
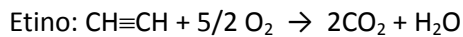
3-pentanona:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CO-CH}_2\text{-CH}_3$

3-metilbutanona:  $\text{CH}_3\text{-CO-CH-CH}_3$   
 $\quad\quad\quad |$   
 $\quad\quad\quad \text{CH}_3$

5. Escribe las reacciones químicas: a) De combustión del etano, eteno y etino. b) Entre el ácido butanoico y el etanol.

a) Etano:  $\text{CH}_3\text{-CH}_3 + 7/2 \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2 + 3\text{H}_2\text{O}$

Eteno:  $\text{CH}_2=\text{CH}_2 + 3 \text{O}_2 \rightarrow 2\text{CO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$



ácido butanoico + etanol → butanoato de etilo + agua

6. En relación con la amina:

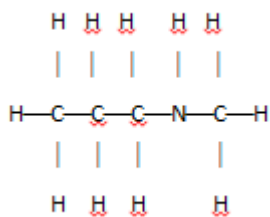


responde a las siguientes preguntas:

- ¿Cuál es su fórmula molecular y su fórmula estructural?
- ¿Qué tipo de amina es?
- ¿Puede formar enlaces por puentes de hidrógeno?

a) Su fórmula molecular es:  $\text{C}_4\text{H}_{11}\text{N}$

Su fórmula estructural es:



b) Es una amina secundaria

c) Sí puede formar enlaces por puentes de hidrógeno entre el nitrógeno de una molécula y un hidrógeno de otra.

7. Formula y nombra: a) Los isómeros de fórmula molecular  $\text{C}_6\text{H}_{14}$ . b) Los isómeros del  $\text{CHCl}=\text{CHCl}$ .

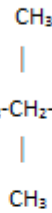


a) Hexano:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$

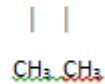
2-metilpentano:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH-CH}_3$



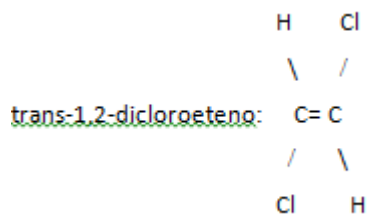
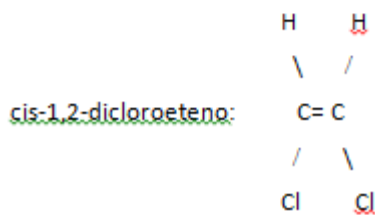
2,2-dimetilbutano:  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-C-CH}_3$



2,3-dimetilbutano:  $\text{CH}_3\text{-CH-CH-CH}_3$



b) 1,1-dicloroeteno:  $\text{Cl}_2\text{C}=\text{CH}_2$



8. Reconoce en las siguientes afirmaciones las que no son correctas: a) Un alcohol y un aldehído pueden ser isómeros de función. b) La función cetona se sitúa en un átomo de carbono terminal. c) La molécula del metano es plana.

a) Es verdadera.

b) Es falsa, la función cetona siempre está en un carbono secundario.

c) Es falsa, pues la molécula de metano es tetraédrica.

**9. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones son correctas?: a) Los alcanos poseen isomería de cadena. b) Los alquinos pueden tener isomería geométrica. c) Los cicloalcanos no tienen isómeros.**

a) Es verdadera.

b) Es falsa, pues el triple enlace es lineal.

c) Es falsa.

**10. Halla la composición centesimal del ciclobutano.**

La fórmula molecular del ciclobutano es  $C_4H_8$ , su masa molar es  $56 \frac{g}{mol}$ , la del carbono  $12 \frac{g}{mol}$  y la del hidrógeno  $1 \frac{g}{mol}$ . Por tanto:

$$\% \text{ de C} = \frac{4 \cdot 12 \frac{g}{mol}}{56 \frac{g}{mol}} \cdot 100 = 85,7 \%$$

$$\% \text{ de H} = \frac{8 \cdot 1 \frac{g}{mol}}{56 \frac{g}{mol}} \cdot 100 = 14,3 \%$$

**11. Un compuesto orgánico tiene la siguiente composición centesimal: 26,66 % de carbono, 2,22 % de hidrógeno y el resto es oxígeno. Halla su fórmula molecular, si su masa molar es 90 g/mol.**

% de O:  $100 - (26,66 + 2,22) = 71,12 \%$

La masa molar del carbono es  $12 \frac{g}{mol}$ , la del hidrógeno  $1 \frac{g}{mol}$  y la del oxígeno  $16 \frac{g}{mol}$ . Por tanto:

La cantidad, en mol, de cada elemento químico presente en 100 g de muestra es:

$$\text{de C: } \frac{26,66 \text{ g}}{12 \frac{g}{mol}} = 2,22 \text{ mol de C; de H: } \frac{2,22 \text{ g}}{1 \frac{g}{mol}} = 2,22 \text{ mol de H}$$

$$\text{de O: } \frac{71,12 \text{ g}}{16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 4,44 \text{ mol de O}$$

Dividiendo por la cantidad menor de las tres se obtiene la proporción entre los átomos de los distintos elementos químicos en el compuesto orgánico.

$$\text{de C: } \frac{2,22 \text{ mol}}{2,22 \text{ mol}} = 1 \text{ de C; de H: } \frac{2,22 \text{ mol}}{2,22 \text{ mol}} = 1 \text{ de H; de O: } \frac{4,44 \text{ mol}}{2,22 \text{ mol}} = 2 \text{ de O}$$

Luego la fórmula empírica del compuesto orgánico es  $\text{CHO}_2$

Como su masa molar es  $90 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$\left(1 \cdot 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 1 \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 2 \cdot 16 \frac{\text{g}}{\text{mol}}\right) \cdot n = 90 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \Rightarrow n = 2$$

Luego la fórmula molecular es  $(\text{CHO}_2)_2 = \text{C}_2\text{H}_2\text{O}_4$

**12. Un compuesto orgánico contiene 83,3 % de carbono y el resto es hidrógeno. Si su masa molar es 72 g/mol, escribe su fórmula molecular. Si el compuesto tiene un carbono terciario dibuja su fórmula estructural y nómbralo.**

$$\% \text{ de H: } 100 - (83,3) = 16,7 \%$$

La masa molar del carbono es  $12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del hidrógeno  $1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ . Por tanto:

La cantidad, en mol, de cada elemento químico presente en 100 g de muestra es:

$$\text{de C: } \frac{83,3 \text{ g}}{12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 6,9 \text{ mol de C; de H: } \frac{16,7 \text{ g}}{1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 16,7 \text{ mol de H}$$

Dividiendo por la cantidad menor de las dos se obtiene la proporción entre los átomos de los distintos elementos químicos en el compuesto orgánico.

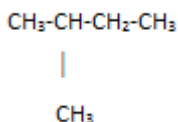
$$\text{de C: } \frac{6,9 \text{ mol}}{6,9 \text{ mol}} = 1 \text{ de C; de H: } \frac{16,7 \text{ mol}}{6,9 \text{ mol}} = 2,4 \text{ de H;}$$

Como la masa molar del compuesto orgánico es  $72 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$\left(1 \cdot 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}} + 2,4 \cdot 1 \frac{\text{g}}{\text{mol}}\right) \cdot n = 72 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \Rightarrow n = 5$$

Luego la fórmula molecular es  $\text{C}_5\text{H}_{12}$

Se trata de un hidrocarburo y al tener un carbono terciario es el 2-metilbutano:



**13. La fermentación de la glucosa  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$ , produce etanol y dióxido de carbono. Escribe la ecuación química ajustada y calcula la cantidad de etanol que se obtiene al fermentar 1 kg de glucosa.**

La ecuación ajustada de la reacción es:  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 \rightarrow 2 \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH} + 2 \text{CO}_2$

La masa molar de la glucosa es  $180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del alcohol  $46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , luego:

Ecuación química ajustada	$\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$	$\rightarrow$	$2 \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}$	+	$2 \text{CO}_2$
Relación estequiométrica	1		2		2
Cantidades, en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ de } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1}$		$\frac{n_B \text{ CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}}{2}$		$\frac{n_C \text{ de } \text{CO}_2}{2}$
Datos e incógnitas	1 kg		¿m?		

Se verifica que:

$$\frac{n_A \text{ de } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6}{1} = \frac{n_B \text{ de } \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH}}{2} \text{ y sabiendo que: } n = \frac{m}{M}, \text{ entonces:}$$

$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}}{180 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de } \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6 = \frac{m}{46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de } \text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-OH} \Rightarrow m = 511,1 \text{ g de alcohol}$$

14. La combustión del butano produce dióxido de carbono y agua. Calcula el volumen de aire necesario para quemar 100 litros de butano medidos en condiciones normales de presión y temperatura, sabiendo que el aire contiene un 21% de oxígeno en volumen.

Se cumple:

Ecuación química ajustada	$C_4H_{10}$	+	$\frac{13}{2} O_2$	→	$4 CO_2$	+	$5 H_2O$
Relación estequiométrica	1		$\frac{13}{2}$		4		5
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A C_4H_{10}}{1}$		$\frac{n_B O_2}{\frac{13}{2}}$		$\frac{n_C CO_2}{4}$		$\frac{n_D H_2O}{5}$
Datos e incógnitas	100 L en C.N.		¿V aire? 21 % de $O_2$				

Por aplicación de la Ley de Gay-Lussac, resulta que:

$$\frac{V_A \text{ de } C_4H_{10}}{1} = \frac{V_B \text{ de } O_2}{\frac{13}{2}} \Rightarrow \frac{100 \text{ L de } C_4H_{10}}{1} = \frac{V_B \text{ de } O_2}{\frac{13}{2}} \Rightarrow V_B = 650 \text{ L de } O_2$$

$$\text{Luego: } V \text{ de aire} = 650 \text{ L} \cdot \frac{100}{21} = 3095,2 \text{ L}$$

15. La energía liberada en forma de calor al quemar los primeros alcanos de la serie es:  $CH_4$ : 889,5 kJ/mol;  $C_2H_6$ : 1558,4 kJ/mol;  $C_3H_8$ : 2217,9 kJ/mol;  $C_4H_{10}$ : 2874,4 kJ/mol;  $C_5H_{12}$ : 3532,8 kJ/mol. ¿Cuál tiene mayor poder calorífico?

La masa molar del  $CH_4$  es  $16 \frac{g}{mol}$ , la del  $C_2H_6$  es  $30 \frac{g}{mol}$ , la del  $C_3H_8$  es  $44 \frac{g}{mol}$ , la del  $C_4H_{10}$  es  $58 \frac{g}{mol}$  y la del  $C_5H_{12}$  es  $72 \frac{g}{mol}$ .

Como:  $P = -Q_{\text{combustión}} \cdot \frac{1000}{M}$ , entonces:

$$P \text{ del } CH_4 = -(-889,5 \frac{kJ}{mol}) \cdot \frac{1000 \frac{g}{kg}}{16 \frac{g}{mol}} = 55,6 \cdot 10^3 \frac{kJ}{kg}$$

$$P \text{ del } C_2H_6 = -(-1558,4 \frac{kJ}{mol}) \cdot \frac{1000 \frac{g}{kg}}{30 \frac{g}{mol}} = 51,9 \cdot 10^3 \frac{kJ}{kg}$$

$$P \text{ del } C_3H_8 = - \left( -2217,9 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) \cdot \frac{1000 \frac{\text{g}}{\text{kg}}}{44 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 50,4 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P \text{ del } C_4H_{10} = - \left( -2874,4 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) \cdot \frac{1000 \frac{\text{g}}{\text{kg}}}{58 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 49,6 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$P \text{ del } C_5H_{12} = - \left( -3532,8 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} \right) \cdot \frac{1000 \frac{\text{g}}{\text{kg}}}{72 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} = 49,1 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Luego el mejor combustible de la serie es el metano, disminuyendo su poder calorífico como combustibles según aumenta el número de átomos de carbono del hidrocarburo.

**16. Halla la densidad del etano a 5 atm de presión y 18 °C de temperatura.**

Como:  $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$  y también se cumple que:  $p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot T$

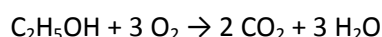
Y, además,  $d = \frac{m}{V}$ , por lo que:  $d = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$

La masa molar del  $C_2H_6$  es  $30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , luego:

$$d = \frac{5 \text{ atm} \cdot 30 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}} (273 + 18) \text{K}} = 6,29 \frac{\text{g}}{\text{L}}$$

**17. ¿Qué alcohol consume mayor cantidad de oxígeno en la combustión: un mol de alcohol etílico o un mol de alcohol propílico?**

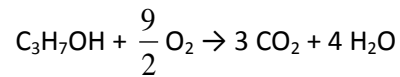
La ecuación química ajustada de la reacción que tiene lugar para el alcohol etílico es:



Ecuación química ajustada	$C_2H_5OH$	+	$3 O_2$	→	$2 CO_2$	+	$3 H_2O$
Relación estequiométrica	1		3		2		3
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A C_2H_5OH}{1}$		$\frac{n_B O_2}{3}$		$\frac{n_C CO_2}{2}$		$\frac{n_D H_2O}{3}$
Datos e incógnitas	1 mol		¿ $n_B$ ?>				

$$\frac{n_A \text{ de } C_2H_5OH}{1} = \frac{n_B \text{ de } O_2}{3} \Rightarrow \frac{1 \text{ mol de } C_2H_5OH}{1} = \frac{n_B \text{ de } O_2}{3} \Rightarrow n_B \text{ de } O_2 = 3 \text{ mol}$$

La ecuación química ajustada de la reacción que tiene lugar para el alcohol propílico es:

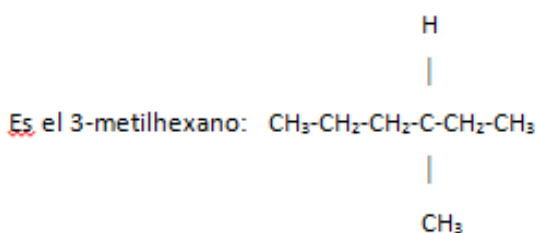


Ecuación química ajustada	$C_3H_7OH$	+	$\frac{9}{2} O_2$	$\rightarrow$	$3 CO_2$	+	$4 H_2O$
Relación estequiométrica	1		$\frac{9}{2}$		3		4
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A C_3H_7OH}{1}$		$\frac{n_B O_2}{\frac{9}{2}}$		$\frac{n_C CO_2}{3}$		$\frac{n_D H_2O}{4}$
Datos e incógnitas	1 mol		¿ $n_B$ ?				

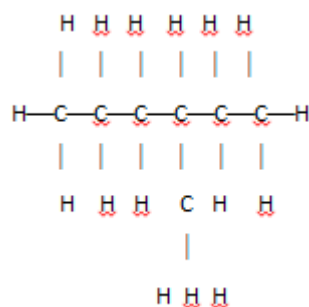
$$\frac{n_A \text{ de } C_3H_7OH}{1} = \frac{n_B \text{ de } O_2}{\frac{9}{2}} \Rightarrow \frac{1 \text{ mol de } C_3H_7OH}{1} = \frac{n_B \text{ de } O_2}{\frac{9}{2}} \Rightarrow n_B \text{ de } O_2 = \frac{9}{2} \text{ mol}$$

Luego la respuesta es el alcohol propílico

18. Escribe la fórmula estructural y nombra el hidrocarburo saturado más sencillo que presente isomería óptica.



Su fórmula estructural es:



19. Escribe los isómeros del  $C_4H_9OH$ . Uno de ellos presenta isomería óptica, ¿cuál es?

1 butanol:  $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$

2-metil-1-propanol:  $CH_3-CH-CH_2-OH$



OH



2-metil-2-propanol:  $CH_3-C-CH_3$



$CH_3$

2-butanol:  $CH_3-CH-CH_2-CH_3$



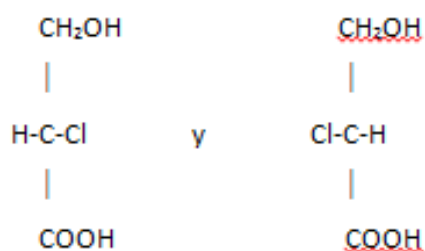
OH

El 2-butanol es el que presenta isomería óptica, pues el carbono que soporta el enlace  $-OH$  está unido a cuatro sustituyentes distintos.

20. Uno de los siguientes compuestos orgánicos  $CH_2OH-CCl_2-COOH$  y  $CH_2OH-CHCl-COOH$  no presenta isómeros ópticos, ¿por qué? Dibuja los isómeros del que presenta isomería óptica.

El  $CH_2OH-CCl_2-COOH$  es el ácido 2,2,-dicloro-3-hidroxiopropanoico y no tiene átomo de carbono con cuatro sustituyentes distintos, luego no presenta isomería óptica.

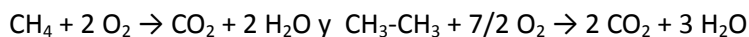
El  $CH_2OH-CHCl-COOH$  es el ácido 2-cloro-3-hidroxiopropanoico y sí presenta isomería óptica, pues el átomo de carbono que soporta el cloro tiene cuatro sustituyentes distintos:





21. Una mezcla de metano y etano ocupa un volumen de  $20 \text{ cm}^3$ . Al quemar la mezcla con exceso de oxígeno se obtienen  $25 \text{ cm}^3$  de dióxido de carbono, medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura que la mezcla. Calcula la composición de la mezcla en % en volumen.

Las reacciones de combustión de los hidrocarburos son:



Supongamos que la mezcla está formada por  $x \text{ cm}^3$  de metano e  $y \text{ cm}^3$  de etano, luego:  $x + y = 20 \text{ cm}^3$

Como al quemar, en el caso del etano se produce doble volumen de  $\text{CO}_2$  que en el caso del metano, entonces:  $x + 2y = 25 \text{ cm}^3$

Luego se dispone de:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 20 \text{ cm}^3 \\ x + 2y = 25 \text{ cm}^3 \end{array} \right\}$$

Resolviendo el sistema resulta que:  $x = 15 \text{ cm}^3$  de metano e  $y = 5 \text{ cm}^3$  de etano

Luego: % de metano =  $\frac{15 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm}^3} \cdot 100 = 75 \%$  y % de etano =  $\frac{5 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm}^3} \cdot 100 = 25 \%$

22. Calcula la cantidad de alcohol etílico que debe reaccionar con 100 g de ácido propanoico para formar el éster correspondiente.

La masa molar del  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$  es  $46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del  $\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COOH}$  es  $74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  mol resulta que:

Ecuación química ajustada	$\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$	+	$\text{C}_2\text{H}_5\text{-COOH}$	→	$\text{C}_2\text{H}_5\text{-COOC}_2\text{H}_5$	+	$\text{H}_2\text{O}$
Relación estequiométrica	1		1		1		1
Cantidades en mol que intervienen en la reacción	$\frac{n_A \text{ C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1}$		$\frac{n_B \text{ C}_2\text{H}_5\text{-COOH}}{1}$		$\frac{n_C \text{ C}_2\text{H}_5\text{-COOC}_2\text{H}_5}{1}$		$\frac{n_D \text{ H}_2\text{O}}{1}$
Datos incógnitas	¿m?		100 g				

$$\frac{n_A \text{ C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1} = \frac{n_B \text{ de C}_2\text{H}_5 - \text{COOH}}{1} \text{ y también se cumple que:}$$

$$\frac{m_A \text{ de C}_2\text{H}_5\text{OH}}{M_A} = \frac{m_B \text{ de C}_2\text{H}_5 - \text{COOH}}{M_B}, \text{ luego:}$$

$$\frac{\frac{m_A}{46 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1} = \frac{\frac{100 \text{ g}}{74 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de C}_2\text{H}_5 - \text{COOH}}{1} \Rightarrow m_A = 62,2 \text{ g de alcohol}$$

**23. La urea y el sulfato de amonio se usan como abonos nitrogenados. ¿Cuál de ellos tiene mayor riqueza en nitrógeno?**

La masa molar de la urea ( $\text{O}=\text{C}(\text{NH}_2)_2$ ) es  $60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$  y la del sulfato de amonio ( $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ )  $132 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

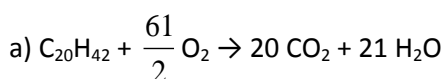
Como la masa molar atómica del nitrógeno es  $14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ , entonces:

$$\% \text{ de N en la urea} = \frac{2 \cdot 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{60 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 47 \%$$

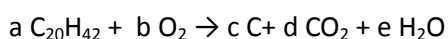
$$\% \text{ de N en el sulfato} = \frac{2 \cdot 14 \frac{\text{g}}{\text{mol}}}{132 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \cdot 100 = 21 \%$$

Luego tiene más riqueza de N la urea.

**24. Una caldera de una calefacción de gasóleo está mal regulada, de forma que la combustión es incompleta y se forma carbono. La combustión de 1 kg de gasóleo proporciona 200 g de carbono, dióxido de carbono y vapor de agua. Admitiendo que el combustible está formado sólo por el alcano de fórmula  $\text{C}_{20}\text{H}_{42}$ . a) Escribe la ecuación química ajustada de la combustión completa de este alcano, considerando que no se forma monóxido de carbono. b) Halla el volumen de dióxido de carbono obtenido en la combustión de 1 kg de dicho alcano, medido en las condiciones normales de presión y temperatura. c) Calcula la masa de vapor de agua obtenida.**



b) La ecuación química del proceso que tiene lugar es:



De la proporción entre 1000 g de gasóleo que se queman y 200 g de carbono que se producen se obtiene la relación estequiométrica entre ambos. Así:

La masa molar del  $C_{20}H_{42}$  es  $282 \frac{g}{mol}$ , la del carbono  $12 \frac{g}{mol}$  y la del  $H_2O$   $18 \frac{g}{mol}$  entonces:

$$\frac{n_A C_{20}H_{42}}{a} = \frac{n_C \text{ de C}}{c} \text{ y también se cumple que:}$$

$$\frac{m_A \text{ de } C_{20}H_{42}}{M_A} = \frac{m_C \text{ de C}}{M_C}$$

Refiriendo los cálculos por mol de gasóleo:  $a = 1$ , luego:

$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}}{282 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de } C_{20}H_{42} = \frac{200 \text{ g}}{12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de C} \Rightarrow c = 4,7$$

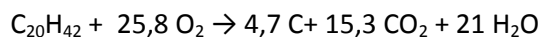
De esta forma la ecuación química es:  $C_{20}H_{42} + b O_2 \rightarrow 4,7 C + d CO_2 + e H_2O$

Por tanto:

$$\left. \begin{array}{l} 20 = 4,7 + d \\ 42 = 2 e \\ 2 b = 2 d + e \end{array} \right\}$$

De donde:  $b = 25,8$ ;  $d = 15,3$  ;  $e = 21$

Por lo que la ecuación química ajustada es:



Por tanto se cumple que:  $\frac{n_A C_{20}H_{42}}{1} = \frac{n_D \text{ de } CO_2}{15,3}$ , luego:

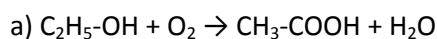
$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}}{282 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de } \text{C}_{20}\text{H}_{42} = \frac{n_D \text{ de } \text{CO}_2}{15,3} \Rightarrow n_D = 54,3 \text{ mol de } \text{CO}_2$$

Como:  $n_D = \frac{V}{V_m}$ , entonces:  $54,3 \text{ mol} = \frac{V}{22,4 \frac{\text{L}}{\text{mol}}} \Rightarrow V = 1215,3 \text{ L de } \text{CO}_2$

c)  $\frac{n_A \text{ C}_{20}\text{H}_{42}}{1} = \frac{n_E \text{ de } \text{H}_2\text{O}}{21}$ , luego:

$$\frac{1 \text{ kg} \cdot \frac{1000 \text{ g}}{\text{kg}}}{282 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de } \text{C}_{20}\text{H}_{42} = \frac{\frac{m_E}{18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}} \text{ de } \text{H}_2\text{O}}{21} \Rightarrow m_E = 1340,4 \text{ g de } \text{H}_2\text{O}$$

25. En presencia del aire, el vino se transforma en vinagre debido a la oxidación del etanol del vino en ácido acético. a) Escribe la ecuación química ajustada de la reacción que tiene lugar. b) Halla la cantidad máxima de ácido acético, en gramos, que puede obtenerse por la oxidación de 100 L de un vino de 11°, sabiendo que la densidad del etanol es 0,79 g/cm<sup>3</sup>. c) El rendimiento de la reacción de oxidación, si en realidad se obtienen sólo 410,30 g de ácido.



b) El dato de un vino de 11° significa que el vino contiene un 11 % en volumen de alcohol puro. Por tanto, en 100 L de vino hay:

$$V_{\text{alcohol}} = \frac{11}{100} \cdot 100 \text{ L} = 11 \text{ L}$$

Luego:  $m = d \cdot V = 0,79 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 11 \text{ L} \frac{1000 \text{ cm}^3}{\text{L}} = 8690 \text{ g de alcohol que reacciona.}$

Por tanto se cumple que:

$$\frac{n \text{ de } \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}}{1} = \frac{n \text{ de } \text{CH}_3\text{-COOH}}{1} \text{ y también:}$$

$$\frac{\frac{m}{M} \text{ de } C_2H_5OH}{1} = \frac{\frac{m}{M} \text{ de } CH_3 - COOH}{1}$$

Si la masa molar del alcohol es  $46 \frac{g}{mol}$  y la del ácido  $60 \frac{g}{mol}$ , entonces:

$$\frac{\frac{8690g}{46 \frac{g}{mol}} \text{ de } C_2H_5OH}{1} = \frac{\frac{m}{60} \text{ de } CH_3 - COOH}{1} \Rightarrow m = 11334,8 \text{ g de ácido}$$

$$c) \text{ rendimiento} = \frac{410,30 \text{ g}}{11334,78 \text{ g}} \cdot 100 = 3,62 \%$$

**26. ¿Qué diferencia hay entre el acetato de etilo y el acetato sódico?**

El acetato de etilo es un éster y el acetato sódico es un carboxilato, es decir una sal formada por el catión sodio y el anión acetato.

**27. La acidez de un aceite de oliva es de 0,4°. Expresa dicha acidez, en gramos de ácido oleico, de una botella de 1 L de aceite, sabiendo que la densidad del aceite es 0,92 g/cm³.**

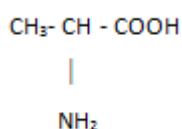
Un aceite de 0,4 ° quiere decir que es un aceite cuya acidez es equivalente a 0,4 g de ácido oleico en una muestra de 100 g de aceite.

$$\text{La masa de 1 L de aceite es: } m = d \cdot V = 0,92 \frac{g}{cm^3} \cdot 1 \text{ L} \cdot \frac{1000 cm^3}{L} = 920 \text{ g}$$

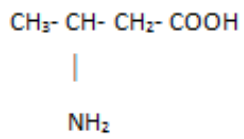
$$\text{Por tanto, la acidez es igual a: } \frac{0,4}{100} \cdot 920 \text{ g} = 3,68 \text{ g}$$

**28. Contesta las siguientes preguntas: a) Escribe la fórmula de un aminoácido que no sea α-aminoácido y de otro que sí lo sea. b) ¿Es un polímero una proteína? c) Escribe la reacción química entre dos aminoácidos para formar un enlace peptídico.**

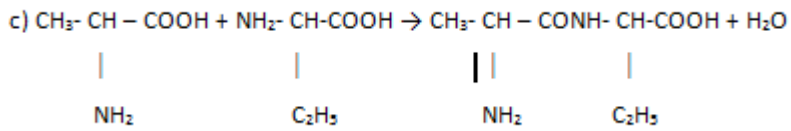
a) Un α-aminoácido es aquel que posee el grupo amino en el carbono contiguo del ácido, por ejemplo:



Un aminoácido que no sea α-aminoácido es, por ejemplo:



b) Sí es un polímero de origen natural.



**UNIDAD 9: Elementos del movimiento**

**CUESTIONES INICIALES-PÁG. 191**

1. ¿Qué distancia hay desde el punto de coordenadas cartesianas (2 m, 6 m) hasta el punto de coordenadas (5 m, 10 m)?

Aplicando el teorema de Pitágoras a las distancias, se tiene:

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(5 - 2)^2 + (10 - 6)^2} = 5 \text{ m}$$

2. Un vehículo está a las 9 de la mañana en el km 10 de una carretera. Si a las 11 de la mañana está en el km 150, ¿cuál ha sido su velocidad media? Expresa esa cantidad en unidades del SI.

La velocidad media es:

$$v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{150 \text{ km} - 10 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 70 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 19,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

3. ¿Tiene aceleración el extremo de la manecilla segundero de un reloj?

En cada instante se modifica la dirección del vector velocidad, por lo que existe una aceleración responsable de esa variación. Esa aceleración se denomina aceleración normal y va dirigida hacia el centro de la trayectoria.

**ACTIVIDADES-PÁG. 194**

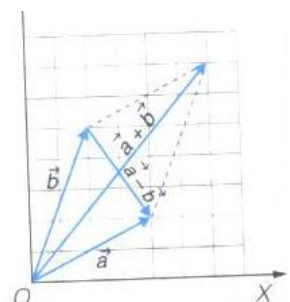
1. Calcula la suma y la diferencia de los vectores:  $\vec{a} = 4 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}$  y  $\vec{b} = 2 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j}$ . Representa gráficamente esas operaciones.

El vector suma tiene por componentes la suma de las componentes correspondientes.

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} = (4 + 2) \cdot \vec{i} + (2 + 5) \cdot \vec{j} = 6 \cdot \vec{i} + 7 \cdot \vec{j}$$

El vector diferencia se determina restando a las componentes de un vector las del otro.

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = (4 - 2) \cdot \vec{i} + (2 - 5) \cdot \vec{j} = 2 \cdot \vec{i} - 3 \cdot \vec{j}$$



**ACTIVIDADES-PÁG. 201**

2. Indica si existe aceleración y de qué tipo en los siguientes movimientos: una bola que rueda por un carril, un objeto que cae hacia la Tierra, un ascensor, los caballitos de un tiotivo, el vuelo de un ave.

El movimiento de un ascensor no tiene aceleración en la mayor parte de su recorrido. Una bola que rueda por un carril y un objeto que cae hacia la Tierra tienen aceleración tangencial. Los caballitos de un tiotivo tienen aceleración normal y el vuelo de un ave tiene aceleración tangencial y normal.

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 206

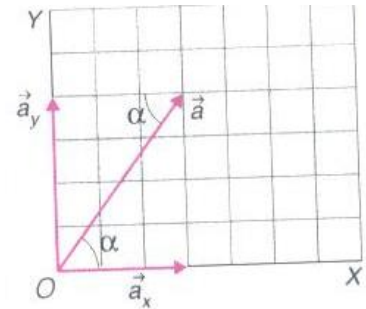
1. Expresa en forma vectorial un vector que tiene por origen el origen de coordenadas y cuyas componentes son  $a_x = 3$  unidades y  $a_y = 4$  unidades. Calcula su módulo y el ángulo que forma con el eje de abscisas.

La expresión vectorial del vector es:  $\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} = 3 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j}$  0 unidades.

El módulo es:  $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  0 unidades.

Cálculo del ángulo que forma con el eje X:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a_y}{a_x} = \frac{4 \text{ unidades}}{3 \text{ unidades}} \Rightarrow \alpha = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{4}{3} = 53^\circ 7' 48''$$



2. Determina las componentes cartesianas de un vector que tiene su origen en el origen de coordenadas, 4 unidades de módulo y forma un ángulo de  $60^\circ$  con el eje de abscisas.

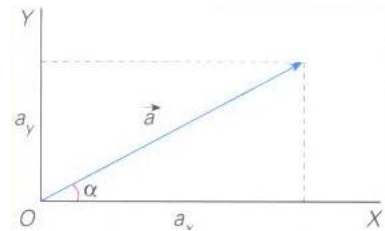
Las componentes del vector son:

$$a_x = a \cdot \cos \alpha = 4 \text{ unidades} \cdot \cos 60^\circ = 2 \text{ unidades}$$

$$a_y = a \cdot \sin \alpha = 4 \text{ unidades} \cdot \sin 60^\circ = 3,46 \text{ unidades}$$

La expresión vectorial del vector es:

$$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} = 2 \cdot \vec{i} + 3,46 \cdot \vec{j}$$
 0 unidades



3. Un vector tiene por origen el punto A (1, -2) y por extremo el punto B (7, -3). Determina sus componentes cartesianas, su módulo, el ángulo que forma con el eje de abscisas.

Para determinar sus componentes cartesianas se resta a las coordenadas del extremo las del origen.

$$a_x = 7 - 1 = 6 \text{ unidades}; \quad a_y = -3 - (-2) = -1 \text{ unidades}$$

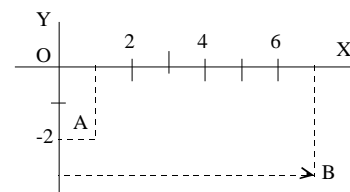
$$\text{Por tanto: } \vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} = 6 \cdot \vec{i} - \vec{j}$$

Su módulo es:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{6^2 + (-1)^2} = 6,10 \text{ unidades}$$

El ángulo que forma con el eje de abscisas es:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-1}{6} \Rightarrow \varphi = -9,5^\circ$$





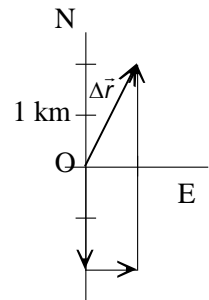
4. Una persona durante un paseo durante un paseo recorre 2 km hacia el sur, 1 km hacia el este y 4 km hacia el norte. Calcula la distancia recorrida y el módulo del vector desplazamiento.

La distancia recorrida es:  $2 \text{ km} + 1 \text{ km} + 4 \text{ km} = 8 \text{ km}$

Si se hace coincidir el origen con la posición inicial de la persona, la posición final tiene por coordenadas: (1 km, 2 km).

El vector desplazamiento es:  $\Delta \vec{r} = (1 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ km}$

Y su módulo:  $\Delta r = \sqrt{(1 \text{ km})^2 + (2 \text{ km})^2} = 2,24 \text{ km}$



5. Una persona está situada en el punto de coordenadas (1,3), si camina 4 km en el sentido de la parte positiva del eje de las X y después, 5 km en el sentido de las Y positivas ¿a qué punto llega? Si ese recorrido lo hace por el camino más corto, indica los km que recorre y el rumbo que seguirá.

El explorador llega al punto C de coordenadas:

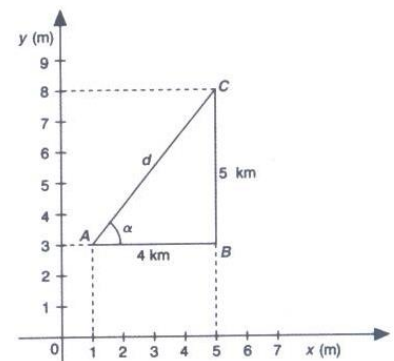
$x = 1 \text{ km} + 4 \text{ km} = 5 \text{ km}$ ;  $y = 3 \text{ km} + 5 \text{ km} = 8 \text{ km}$

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$d = \sqrt{(4 \text{ km})^2 + (5 \text{ km})^2} = 6,4 \text{ km}$

El rumbo queda determinado por el ángulo que forma la recta que pasa por los puntos A y B y el eje de las abscisas:

$\text{tg } \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \alpha = 51^\circ 20' 25''$

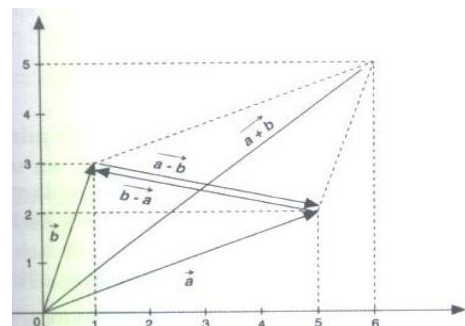


6. Dados los vectores:  $\vec{a} = 5 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}$  y  $\vec{b} = \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$  represéntalos, en un sistema de ejes de coordenadas. Calcula los vectores:  $\vec{a} + \vec{b}$ ;  $\vec{a} - \vec{b}$ ;  $\vec{b} - \vec{a}$  y comprueba las operaciones gráficamente.

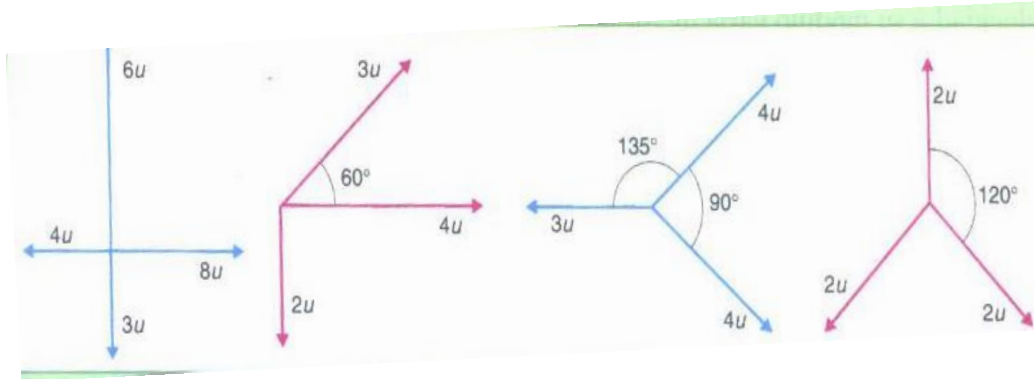
$\vec{a} + \vec{b} = (5 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) + (\vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) = 6 \cdot \vec{i} + 5 \cdot \vec{j}$

$\vec{a} - \vec{b} = (5 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) - (\vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) = 4 \cdot \vec{i} - \vec{j}$

$\vec{b} - \vec{a} = (\vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) - (5 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) = -4 \cdot \vec{i} + \vec{j}$



7. Suma los vectores de las figuras:



a) Sumando las componentes:

$$S_x = 8 - 4 = 4 \text{ unidades}; S_y = 6 - 3 = 3 \text{ u} \rightarrow \vec{s}_{\text{suma}} = 4 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} \text{ unidades}$$

$$\text{De módulo: } |\vec{S}| = \sqrt{(4 \text{ u})^2 + (3 \text{ u})^2} = 5 \text{ u}$$

Que forma un ángulo con el eje de las abscisas:

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{S_y}{S_x} = \text{arc tg} \frac{3 \text{ u}}{4 \text{ u}} = 36^\circ 52' 12''$$

b) Descomponiendo el vector de módulo 3 u en componentes y sumando.

$$S_x = 4 + 3 \cdot \cos 60 = 5,5 \text{ u}; S_y = 3 \cdot \sin 60 - 2 = 0,6 \text{ u}$$

$$\vec{s}_{\text{suma}} = 5,5 \cdot \vec{i} + 0,6 \cdot \vec{j} \text{ u}$$

$$\text{De módulo: } |\vec{S}| = \sqrt{(5,5 \text{ u})^2 + (0,6 \text{ u})^2} = 5,53 \text{ u}$$

Que forma un ángulo con el eje de las abscisas:

$$\alpha = \text{arc tg} \frac{S_y}{S_x} = \text{arc tg} \frac{0,6 \text{ u}}{5,5 \text{ u}} = 6^\circ 13' 33''$$

c) Descomponiendo los vectores de módulo igual a 4 unidades en componentes y sumando.

$$S_x = 4 \cdot \cos 45^\circ + 4 \cdot \cos (-45^\circ - 3) = 2,7 \text{ u}$$

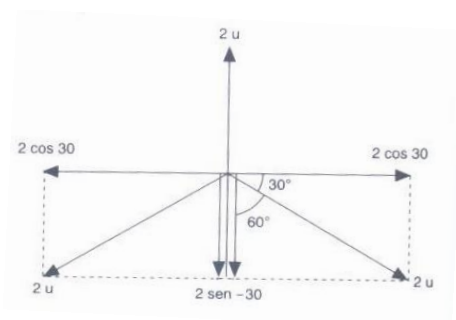
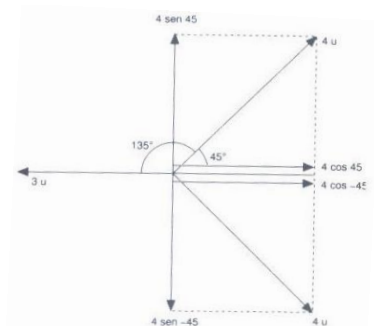
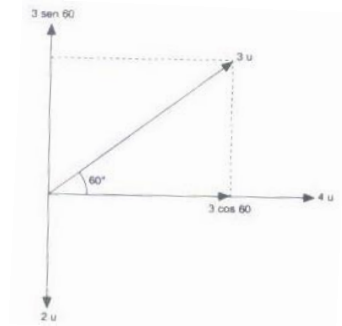
$$S_y = 4 \cdot \sin 45^\circ + 4 \cdot \sin (-45^\circ) = 0$$

$$\vec{s}_{\text{suma}} = 2,7 \cdot \vec{i} \text{ u}$$

De modulo:  $|\vec{S}| = 2,7 \text{ u}$ , situado sobre el eje de abscisas

d) Descomponiendo en componentes y sumando:

$$S_x = 2 \cdot \cos 30^\circ + 2 \cdot \cos (-30^\circ) = 0$$



$$S_y = 2 + 2 \cdot \sin 210^\circ + 2 \cdot \sin (-30^\circ) = 0$$

La suma de los tres vectores es igual a cero.

**8. Las ecuaciones paramétricas para el movimiento de una partícula son:**

**$x = t + 1$ ;  $y = t^2$ , escribe la expresión del vector de posición y determina la ecuación de la trayectoria.**

El vector de posición en cualquier instante es:  $\vec{r} = (t + 1) \cdot \vec{i} + t^2 \cdot \vec{j}$

La ecuación de la trayectoria se determina eliminando el tiempo en las ecuaciones en paramétricas:

$$\left. \begin{array}{l} x = t + 1 \\ y = t^2 \end{array} \right\} \Rightarrow y = (x - 1)^2, \text{ que es la ecuación de una parábola.}$$

**9. Las ecuaciones paramétricas del movimiento de una partícula son:**

**$x = 4 - t$ ;  $y = 2 \cdot t^2$ , en unidades del SI. Determina la posición y los vectores de posición de la partícula en los instantes  $t = 0$  s y  $t = 5$  s. Calcula el vector desplazamiento entre los instantes dados. Indica la distancia entre las dos posiciones consideradas de la partícula.**

a) Para determinar las posiciones de la partícula, basta sustituir el tiempo por sus valores en las ecuaciones en paramétricas.

$$x_0 = 4 - 0 = 4 \text{ m}, y_0 = 2 \cdot 0 = 0 \text{ m} \quad P_0 (4 \text{ m}, 0 \text{ m})$$

$$x_5 = 4 - 5 = -1 \text{ m}, y_5 = 2 \cdot 5^2 = 50 \text{ m} \quad P_5 (-1 \text{ m}, 50 \text{ m})$$

b) El vector de posición en cualquier instante es:  $\vec{r}_t = (4 - t) \cdot \vec{i} + 2 \cdot t^2 \cdot \vec{j}$

Los vectores de posición se determinan sustituyendo el tiempo por su valor en los instantes considerados.

En el instante inicial:  $\vec{r}_0 = 4 \cdot \vec{i}$  m y en el instante final:  $\vec{r}_5 = -1 \cdot \vec{i} + 50 \cdot \vec{j}$  m

El vector desplazamiento es:  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_5 - \vec{r}_0 = -1 \cdot \vec{i} + 50 \cdot \vec{j}$  m

La distancia entre las posiciones consideradas es igual al módulo del vector desplazamiento.

$$\Delta r = |\Delta \vec{r}| = \sqrt{(-1 \text{ m})^2 + (50 \text{ m})^2} = 50,25 \text{ m}$$

**10. El vector de posición de una partícula queda determinado por la ecuación:  $\vec{r}_t = 3 \cdot t \cdot \vec{i} + (2 \cdot t^2 + 3) \cdot \vec{j}$  en unidades del SI. Expresa el vector de posición en los instantes 0 y 5 segundos. Calcula el vector desplazamiento y su módulo entre los instantes anteriores. Determina la ecuación de la trayectoria.**

a) Sustituyendo el valor del tiempo en la ecuación del vector de posición tenemos:

$$\vec{r}_0 = 3 \cdot 0 \cdot \vec{i} + (2 \cdot 0 + 3) \cdot \vec{j} = 3 \cdot \vec{j} \text{ m}; \quad \vec{r}_5 = 3 \cdot 5 \cdot \vec{i} + (2 \cdot 5^2 + 3) \cdot \vec{j} = 15 \cdot \vec{i} + 53 \cdot \vec{j} \text{ m}$$

c) Para calcular el vector desplazamiento basta restar los correspondientes vectores de posición.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_5 - \vec{r}_0 = 15 \cdot \vec{i} + 50 \cdot \vec{j} \text{ m y su módulo es: } |\Delta \vec{r}| = \sqrt{(15 \text{ m})^2 + (50 \text{ m})^2} = 52,2 \text{ m}$$

b) Combinando las ecuaciones en paramétricas para eliminar el tiempo:

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \cdot t \\ y = 2 \cdot t^2 + 3 \end{array} \right\} \Rightarrow t = \frac{x}{3}$$

$$\text{Y sustituyendo: } y = 2 \left( \frac{x}{3} \right)^2 + 3 = 2 \frac{x^2}{9} + 3 \Rightarrow y = \frac{2}{9} x^2 + 3$$

**11. El movimiento de una partícula, en unidades del SI, queda definido por la ecuación:  $\vec{r}_t = 3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot t \cdot \vec{j}$ . Determina la ecuación de la trayectoria. Calcula el vector desplazamiento y su módulo entre los instantes  $t = 0$  s y  $t = 4$  s. ¿Coincide el módulo de ese vector con la distancia recorrida?**

a) Expresando las ecuaciones en paramétricas y eliminando el tiempo:

$$\left. \begin{array}{l} x = 3 \\ y = 2 \cdot t \end{array} \right\} \Rightarrow x = 3 \text{ que es la ecuación de una línea recta.}$$

b) Para calcular el vector desplazamiento basta sustituir los correspondientes tiempos en la ecuación general del vector de posición.

$$\vec{r}_0 = 3 \cdot \vec{i} \text{ m; } \vec{r}_4 = 3 \cdot \vec{i} + 2 \cdot 4 \cdot \vec{j} = 3 \cdot \vec{i} + 8 \cdot \vec{j} \text{ m}$$

Restando los vectores anteriores se obtiene el vector desplazamiento.  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_4 - \vec{r}_0 = 8 \cdot \vec{j} \text{ m}$  Y su módulo:  $\Delta r = 8 \text{ m}$

La distancia recorrida coincide con el módulo del vector desplazamiento porque la trayectoria es una línea recta y no se producen cambios de sentido.

**12. ¿Cuál es la ecuación del movimiento que corresponde a un objeto que se mueve con velocidad constante a lo largo del eje X? ¿Y si lo hace por el eje Y?**

Si el objeto se mueve a lo largo del eje X la ecuación de su trayectoria es  $y = 0$ , si lo hace a lo largo del eje Y es  $x = 0$ .

**13. Un automóvil tarda tres horas en realizar el viaje entre dos ciudades que distan 150 km y dos horas en regresar. Calcula el vector velocidad media en la ida y a la vuelta y para todo el recorrido y la rapidez media.**

Supóngase que la trayectoria es una línea recta. Se elige un sistema de referencia con el observador situado en la ciudad A y el eje X coincidente con la recta que une las dos ciudades.

$$\vec{v}_{\text{mir}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{150 \cdot \vec{i} \text{ km}}{3 \text{ h}} = 50 \cdot \vec{i} \text{ km/h}; \quad \vec{v}_{\text{m regresar}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{-150 \cdot \vec{i} \text{ km}}{2 \text{ h}} = -75 \cdot \vec{i} \text{ km/h}$$

En todo el recorrido el vector desplazamiento es cero por lo que:  $\vec{v}_{\text{m total}} = 0 \text{ km/h}$

Aplicando la definición de rapidez:

$$\text{rapidez} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo empleado}} = \frac{150 \text{ km} + 150 \text{ km}}{3 \text{ h} + 2 \text{ h}} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

**14. La ecuación del movimiento de una partícula es:  $\vec{r}_t = 3 \cdot t^2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot t \cdot \vec{j}$ , en unidades del SI. Determina el vector velocidad media y su módulo entre los instantes  $t = 2$  y  $t = 5$  s.**

Los vectores de posición en esos instantes son:

$$\vec{r}_2 = 3 \cdot 2^2 \vec{i} + 2 \cdot 2 \vec{j} = 12 \cdot \vec{i} + 4 \cdot \vec{j} \text{ m}; \quad \vec{r}_5 = 3 \cdot 5^2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot 5 \cdot \vec{j} = (75 \cdot \vec{i} + 10 \cdot \vec{j}) \text{ m}$$

La velocidad media entre los instantes pedidos es:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_5 - \vec{r}_2}{\Delta t} = \frac{63 \cdot \vec{i} + 6 \cdot \vec{j} \text{ m}}{3 \text{ s}} = (21 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Y su módulo:  $|\vec{v}_m| = \sqrt{(21 \text{ m/s})^2 + (2 \text{ m/s})^2} = 21,1 \text{ m/s}$

**15. El movimiento de una partícula, en una dimensión y unidades SI, lo determina la ecuación:  $x = 3 + 2 \cdot t - t^2$ . Calcula la posición y los vectores de posición en los instantes: 0, 1, 2 segundos. Determina el vector velocidad media en los intervalos 0 s - 1 s; 1 s - 2 s y 0 s - 2s.**

Sustituyendo el tiempo en la ecuación de la posición se obtiene las sucesivas posiciones.

$$x_0 = 3 + 2 \cdot 0 - 0 = 3 \text{ m}; \quad x_1 = 3 + 2 \cdot 1 - 1^2 = 4 \text{ m}; \quad x_2 = 3 + 2 \cdot 2 - 2^2 = 3 \text{ m}$$

Como el movimiento se realiza en línea recta los vectores de posición se calculan a partir de las posiciones multiplicándolas por un vector unitario en la dirección del eje X.

$$\vec{r}_0 = 3 \cdot \vec{i} \text{ m}; \quad \vec{r}_1 = 4 \cdot \vec{i} \text{ m}; \quad \vec{r}_2 = 3 \cdot \vec{i} \text{ m}$$

Los vectores velocidad media pedidos son:

$$\vec{v}_{0 \rightarrow 1} = \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_0}{\Delta t} = \vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad \vec{v}_{1 \rightarrow 2} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} = -\vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}}; \quad \vec{v}_{0 \rightarrow 2} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_0}{\Delta t} = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

El móvil va primero en un sentido y luego regresa por el mismo camino.

16. Una carrera ciclista consta de tres etapas. La primera etapa recorre una distancia 220 km y se corre a una velocidad media de 40 km/h, la segunda tarda en recorrerse 3 h y 25 min a una velocidad media de 36 km/h y la tercera es de 20 km y se corre a una velocidad de 30 km/h. Determina: la distancia que recorren los ciclistas, el tiempo total empleado y la velocidad media de todo el recorrido.

Aplicando a cada una de las etapas la ecuación de la velocidad media.

$$\text{Primera etapa: } t = \frac{d}{v} = \frac{220 \text{ km}}{40 \text{ km/h}} = 5,5 \text{ h} = 5 \text{ h } 30 \text{ min } 0$$

$$\text{Segunda etapa: } d = v \cdot t = 36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \left( 3 \text{ h} + 25 \text{ min} \cdot \frac{\text{h}}{60 \text{ min}} \right) = 123 \text{ km } 0$$

$$\text{Tercera etapa: } t = \frac{d}{v} = \frac{20 \text{ km}}{30 \text{ km/h}} = 0,67 \text{ h} = 40 \text{ min } 0$$

La distancia total recorrida es:  $d = 220 \text{ km} + 123 \text{ km} + 20 \text{ km} = 363 \text{ km}$

El tiempo empleado es:  $t = 5 \text{ h } 30 \text{ min} + 3 \text{ h } 25 \text{ min} + 40 \text{ min} = 9 \text{ h } 35 \text{ min}$

$$\text{La velocidad media es: } t = \frac{d}{v} = \frac{363 \text{ km}}{9 \text{ h } 35 \text{ min}} = \frac{363 \text{ km}}{9,58 \text{ h}} = 37,9 \frac{\text{km}}{\text{h}} 0$$

17. Una persona sube una cuesta con una velocidad de 2 km/h y la baja con una velocidad de 6 km/h. Calcula la velocidad media para todo el recorrido.

Sea  $d$  la longitud de la cuesta,  $t_s$  el tiempo que tarda en subir y  $t_b$  el que tarda en bajar  $t_b$ .

$$\text{velocidad media} = \frac{\text{distancia}}{\text{tiempo}} = \frac{2d}{t_s + t_b} = \frac{2d}{\frac{d}{2 \text{ km/h}} + \frac{d}{6 \text{ km/h}}} = \frac{2d}{\frac{4d}{6 \text{ km/h}}} = 3 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

18. La posición de una partícula se determina con la ecuación:  $x = t^2 + 5 \cdot t + 3$  en unidades del SI. Calcula la velocidad media en los intervalos: 5 s y 6 s; 5 s y 5,5 s; 5 s y 5,1 s; 5 s y 5,01 s; 5 s y 5,0001 s.

Determinando la posición y aplicando la definición de velocidad media, se tiene:

$$\text{a) En el intervalo 5 s a 6 s: } x_6 = 6^2 + 5 \cdot 6 + 3 = 69 \text{ m; } x_5 = 5^2 + 5 \cdot 5 + 3 = 53 \text{ m}$$

$$\Delta x = x_6 - x_5 = 69 \text{ m} - 53 \text{ m} = 16 \text{ m; } v_{5 \rightarrow 6} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 16 \frac{\text{m}}{\text{s}} 0$$

$$\text{b) En el intervalo 5 s a 5,5 s: } x_{5,5} = 5,5^2 + 5 \cdot 5,5 + 3 = 60,75 \text{ m}$$

$$\Delta x = x_{5,5} - x_5 = 60,75 \text{ m} - 53 \text{ m} = 7,75 \text{ m; } v_{5 \rightarrow 5,5} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{7,75 \text{ m}}{0,5 \text{ s}} = 15,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} 0$$

$$\text{c) En el intervalo 5 s a 5,1 s: } x_{5,1} = 5,1^2 + 5 \cdot 5,1 + 3 = 54,51 \text{ m}$$

$$\Delta x = x_{5,1} - x_5 = 54,51 \text{ m} - 53 \text{ m} = 1,51 \text{ m}; \quad v_{5 \rightarrow 5,1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1,51 \text{ m}}{0,1 \text{ s}} = 15,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

d) En el intervalo 5 s a 5,01 s:  $x_{5,01} = 5,01^2 + 5 \cdot 5,01 + 3 = 53,1501 \text{ m}$

$$\Delta x = x_{5,01} - x_5 = 53,1501 \text{ m} - 53 \text{ m} = 0,1501 \text{ m}; \quad v_{5 \rightarrow 5,01} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,1501 \text{ m}}{0,01 \text{ s}} = 15,01 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

e) En el intervalo 5 s a 5,0001 s:  $x_{5,0001} = 5,0001^2 + 5 \cdot 5,0001 + 3 = 53,0015 \text{ m}$

$$\Delta x = x_{5,0001} - x_5 = 53,0015 \text{ m} - 53 \text{ m} = 0,0015 \text{ m}; \quad v_{5 \rightarrow 5,0001} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0,0015 \text{ m}}{0,0001 \text{ s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**19. ¿Es posible que un automóvil que viaja por una carretera con curvas lleve siempre la misma velocidad?**

En un movimiento curvilíneo siempre hay aceleración normal que modifica la dirección del vector velocidad. Luego, no es posible que el vector velocidad sea constante. Lo que si puede ser posible es que el módulo del vector velocidad sea constante.

**20. ¿Qué representan las magnitudes aceleración tangencial y aceleración normal? ¿Cómo se calculan esas magnitudes? Pon ejemplos de movimientos en los que exista solamente aceleración tangencial, solamente aceleración normal y los dos tipos de aceleraciones.**

La aceleración tangencial es la responsable de la variación del módulo del vector velocidad y habitualmente se conoce como aceleración. Siempre que se modifica el módulo del vector velocidad hay aceleración tangencial. Es un vector tangente a la trayectoria y sentido el del movimiento si aumenta la velocidad y el contrario, si la velocidad disminuye.

Su módulo se determina mediante la relación entre la variación del módulo del vector velocidad y el tiempo que tarda en producirse.

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

La aceleración normal es la responsable del cambio de dirección del vector velocidad. Es un vector perpendicular a la trayectoria en cada punto y su sentido es hacia el centro de curvatura.

Su módulo, en un determinado instante, es igual a la relación entre el cuadrado módulo del vector velocidad y el radio de curvatura de la trayectoria.

$$a_n = \frac{v^2}{R}$$

Durante la caída de un objeto solamente hay aceleración tangencial. Aceleración normal es la que poseen los caballitos de las atracciones de un tióvivo. Los dos tipos de aceleraciones están presentes en el movimiento de un automóvil por una carretera.

**21. La velocidad de un móvil, en unidades SI, respecto de un sistema de referencia queda determinada por la expresión:  $\vec{v} = 6 \cdot t \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}$ . Determina el vector aceleración media y su módulo entre los instantes  $t = 2 \text{ s}$  y  $t = 4 \text{ s}$ .**

Los valores de los respectivos vectores velocidad se determinan sustituyendo el tiempo en la ecuación del vector velocidad.

$$\vec{v}_2 = (6 \cdot 2 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s} = (12 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}; \quad \vec{v}_4 = (6 \cdot 4 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s} = (24 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$$

Aplicando la definición de aceleración media:  $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_4 - \vec{v}_2}{\Delta t} = \frac{12 \cdot \vec{i} \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = 6 \cdot \vec{i} \text{ m/s}^2$

Y su módulo:  $a_m = |\vec{a}_m| = \sqrt{6^2 \text{ m/s}^2} = 6 \text{ m/s}^2$

**22. Una partícula se mueve según la ecuación:  $x = 3 \cdot t^2 + 2$  en unidades SI. Determina la expresión de la velocidad instantánea y su valor en el instante  $t = 2 \text{ s}$ .**

Para deducir la expresión de la velocidad instantánea se calcula la velocidad media entre dos instantes muy próximos en el tiempo:  $t$  y  $t + \Delta t$ .

$$x(t + \Delta t) = 3 \cdot (t + \Delta t)^2 + 2 = 3 \cdot t^2 + 6 \cdot t \cdot \Delta t + 3 \cdot \Delta t^2 + 2$$

$$x(t) = 3 \cdot t^2 + 2$$

La expresión del desplazamiento es:  $\Delta x = x(t + \Delta t) - x(t) = 6 \cdot t \cdot \Delta t + 3 \cdot \Delta t^2$

Aplicando la definición de velocidad media:  $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6 \cdot t \cdot \Delta t + 3 \cdot \Delta t^2}{\Delta t} = 6 \cdot t + 3 \cdot \Delta t$

Si los intervalos de tiempo son muy próximos, entonces  $\Delta t$  es muy pequeño (tiende a cero), por lo que la expresión de la velocidad instantánea es:  $v = 6 \cdot t$ , en unidades del SI

Y sustituyendo el tiempo por el instante pedido:  $v_{t=2s} = 6 \cdot 2 = 12 \text{ m/s}$

**23. Un automóvil alcanza una velocidad de 90 km/h a los 8 s de iniciado el movimiento, calcula su aceleración media. Si ahora reduce su velocidad hasta 54 km/h en 5 s, calcula su aceleración.**

Las velocidades en unidades del SI son:  $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$ ;  $54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$

Aplicando la definición de aceleración media, en ambos casos:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{25 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{8 \text{ s}} = 3,1 \text{ m/s}^2; \quad a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 \text{ m/s} - 25 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = -2 \text{ m/s}^2$$

En el segundo caso la aceleración es negativa porque el vehículo se frena.



**24. Considerando a la órbita terrestre como una circunferencia de 150 millones de km de radio, determina la velocidad y la aceleración, en  $\text{m/s}^2$ , con que la Tierra se mueve alrededor del Sol.**

La Tierra recorre la longitud de la circunferencia en un año, por lo que su velocidad es:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{1 \text{ año}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 150 \cdot 10^6 \text{ km}}{1 \text{ año}} \cdot \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días} \cdot 24 \text{ h/día}} = 107\,589 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Que expresada en unidades del SI:  $v = 107\,589 \text{ km/h} = 29\,886 \text{ m/s}$

Como el módulo de la velocidad es constante, la aceleración tangencial es igual a cero. Solo existe aceleración normal que modifica a la dirección del vector velocidad en cada instante.

Su módulo es:  $a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(29\,886 \text{ m/s})^2}{150 \cdot 10^9 \text{ m}} = 6 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

**25. Calcula la aceleración de un automóvil que toma una curva de 40 m de radio con una velocidad de 72 km/h.**

Expresando la velocidad en unidades del SI:  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

El vehículo está animado con una aceleración normal de módulo:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{40 \text{ m}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**26. Un automóvil arranca en un semáforo con una aceleración de  $2 \text{ m/s}^2$ . ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar una velocidad de 54 km/h?**

La velocidad en unidades del SI es:  $v = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$

Aplicando la definición de aceleración media:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}; 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \frac{15 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 7,5 \text{ s};$$

**27. Un móvil recorre una vía circular de 400 m de radio y arrancando desde el reposo alcanza una velocidad de 72 km/h a los 50 s de iniciado el movimiento. Desde ese instante conserva la velocidad anterior constante. ¿Cuál es el valor de la aceleración tangencial en la primera etapa del movimiento? Calcula la aceleración normal, la aceleración total en el instante 50 s.**

La velocidad máxima del móvil, expresada en unidades del SI es:

$$v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

a) En la primera etapa la aceleración tangencial es un vector de dirección la de la tangente a la trayectoria en cada punto y sentido el del movimiento, su módulo es:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20\text{m/s} - 0\text{m/s}}{50\text{s}} = 0,4\text{m/s}^2$$

En la segunda etapa la velocidad es constante y por ello la  $a_t$  es a igual a cero.

b) La aceleración normal es en cada instante un vector perpendicular a la trayectoria, es decir, de dirección la del radio y dirigido hacia el centro de la trayectoria y su módulo desde el final de la primera etapa permanece constante y su valor es:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(20\text{m/s})^2}{400\text{m}} = 1\text{m/s}^2$$

La aceleración total es un vector que se obtiene sumando las componentes tangencial y normal y su módulo es:

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{(0,4\text{m/s}^2)^2 + (1\text{m/s}^2)^2} = 1,08\text{m/s}^2$$

**28. El vector de posición de una partícula queda determinado por la expresión:  $\vec{r} = (t^2 - 2 \cdot t) \cdot \vec{i} + 3 \cdot t \cdot \vec{j}$  en unidades del SI. Determina el vector de posición y la distancia al origen en los instantes  $t = 1\text{ s}$  y  $t = 4\text{ s}$ . Calcula el vector desplazamiento y su módulo. La expresión de la velocidad media y su módulo entre los instantes anteriores. La expresión y los valores de la velocidad y aceleración instantáneas en el instante  $t = 4\text{ s}$ .**

a) Para determinar los vectores de posición se sustituye el tiempo en la expresión del vector de posición.

$$\vec{r}_1 = (1^2 - 2 \cdot 1) \cdot \vec{i} + 3 \cdot 1 \cdot \vec{j} = (-1 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j})\text{m}; \quad \vec{r}_4 = (4^2 - 2 \cdot 4) \cdot \vec{i} + 3 \cdot 4 \cdot \vec{j} = (8 \cdot \vec{i} + 12 \cdot \vec{j})\text{m}$$

Las distancias al origen en esos instantes son iguales a los módulos de los correspondientes vectores de posición.

$$r_1 = \sqrt{(-1\text{m})^2 + (3\text{m})^2} = 3,2\text{m}; \quad r_4 = \sqrt{(8\text{m})^2 + (12\text{m})^2} = 14,4\text{m}$$

b) La expresión del vector desplazamiento es:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_4 - \vec{r}_1 = (8 \cdot \vec{i} + 12 \cdot \vec{j})\text{m} - (-1 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j})\text{m} = (9 \cdot \vec{i} + 9 \cdot \vec{j})\text{m}$$

Y su módulo:  $\Delta r = \sqrt{(9\text{m})^2 + (9\text{m})^2} = 12,7\text{m}$

c) Aplicando la definición de velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(9 \cdot \vec{i} + 9 \cdot \vec{j})\text{m}}{4\text{s} - 1\text{s}} = (3 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j})\text{m/s}$$

Y su módulo:  $v_m = \sqrt{(3\text{m/s})^2 + (3\text{m/s})^2} = 4,2\text{m/s}$

d) Para deducir la expresión del vector velocidad instantánea se calcula la velocidad media entre dos instantes muy próximos en el tiempo:  $t$  y  $t + \Delta t$ . Las expresiones de los vectores de posición en esos instantes son:

$$\vec{r}(t + \Delta t) = [(t + \Delta t)^2 - 2(t + \Delta t)] \cdot \vec{i} + 3(t + \Delta t) \cdot \vec{j} = (t^2 + 2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2 - 2t - 2 \cdot \Delta t) \cdot \vec{i} + (3 \cdot t + 3 \cdot \Delta t) \cdot \vec{j}$$

$$\vec{r}(t) = (t^2 - 2 \cdot t) \cdot \vec{i} + 3 \cdot t \cdot \vec{j}$$

La expresión del vector desplazamiento es:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t) = (2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2 - 2 \cdot \Delta t) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \Delta t \cdot \vec{j}$$

Aplicando la definición de velocidad media:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2 - 2 \cdot \Delta t}{\Delta t} \cdot \vec{i} + 3 \cdot \Delta t \cdot \vec{j} = (2 \cdot t + \Delta t - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$$

Si los intervalos de tiempo están muy próximos, entonces  $\Delta t$  es muy pequeño (tiende a cero), por lo que la expresión de la velocidad instantánea es:

$$\vec{v} = (2 \cdot t - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} \text{ unidades del SI}$$

Y sustituyendo el tiempo por el instante pedido, resulta que:

$$\vec{v}_4 = (2 \cdot 4 - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} = (6 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$$

Y su módulo:  $v_4 = \sqrt{(6 \text{ m/s})^2 + (3 \text{ m/s})^2} = 6,7 \text{ m/s}$

e) Para deducir la expresión del vector aceleración instantánea se calcula la aceleración media entre dos instantes de tiempo muy próximos:  $t$  y  $t + \Delta t$ . Las expresiones de los vectores velocidad en esos instantes son:

$$\vec{v}(t + \Delta t) = [2 \cdot (t + \Delta t) - 2] \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j} = (2 \cdot t + 2 \cdot \Delta t - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$$

$$\vec{v} = (2 \cdot t - 2) \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}$$

La expresión de la variación del vector velocidad es:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = 2 \cdot \Delta t \cdot \vec{i}$$

Aplicando la definición de aceleración media:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{2 \cdot \Delta t \cdot \vec{i}}{\Delta t} = 2 \cdot \vec{i} \text{ m/s}^2$$

En este caso la aceleración no es función del tiempo y su módulo es siempre:

$$a = 2 \text{ m/s}^2.$$

**29. La velocidad de un móvil en unidades del SI queda determinada por la expresión:  $\vec{v} = (t^2 - 2) \cdot \vec{i}$ . Calcula el vector aceleración media entre los instantes  $t = 1 \text{ s}$  y  $t = 3 \text{ s}$ . Determina la aceleración instantánea en el instante  $t = 3 \text{ s}$ .**

Para deducir la expresión del vector aceleración instantánea se calcula la aceleración media entre dos instantes de tiempo muy próximos:  $t$  y  $t + \Delta t$ . Las expresiones de los vectores velocidad en esos instantes son:

$$\vec{v}(t + \Delta t) = [(t + \Delta t)^2 - 2] \cdot \vec{i} = (t^2 + 2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2 - 2) \cdot \vec{i}$$

$$\vec{v}(t) = (t^2 - 2) \cdot \vec{i}$$

La expresión de la variación del vector velocidad es:

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t) = (2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2) \cdot \vec{i}$$

Aplicando la definición de aceleración media:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{(2 \cdot t \cdot \Delta t + \Delta t^2) \cdot \vec{i}}{\Delta t} = (2 \cdot t + \Delta t) \cdot \vec{i}$$

Si los intervalos de tiempo están muy próximos, entonces  $\Delta t$  es muy pequeño (tiende a cero), por lo que la expresión de la aceleración instantánea es:

$$\vec{a} = 2 \cdot t \cdot \vec{i} \text{ en unidades del SI}$$

Y sustituyendo el tiempo por el instante pedido, resulta que:

$$\vec{a} = 2 \cdot 3 \cdot \vec{i} = 6 \cdot \vec{i} \text{ m/s}^2$$

## UNIDAD 10: Tipos de movimientos

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 209

#### 1. Comenta las siguientes afirmaciones:

a) En general, la distancia recorrida por un móvil es mayor que el módulo de su desplazamiento.

b) El desplazamiento que experimenta un móvil entre dos posiciones es independiente de su trayectoria.

a) Verdadero, la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta que coincide con el módulo del desplazamiento.

b) Verdadero el desplazamiento solo depende de la posición inicial y final y es independiente de la trayectoria que siga el móvil.

#### 2. Desde una ventana del colegio se lanza horizontalmente una pelota de tenis y en el mismo instante se deja caer un balón de baloncesto. ¿Cuál llegará antes al suelo?

Llegan a la par a la suelo, el tiempo que tarda un objeto en caer es independiente de su masa. El movimiento vertical de la pelota es independiente del horizontal. Los dos movimientos verticales son idénticos para los dos objetos pues se dejan caer desde la misma altura y con la misma velocidad vertical inicial.

#### 3. Cuatro niños corren uno detrás de otro con velocidad constante y en línea recta. Si en un momento determinado el primero lanza verticalmente una pelota hacia arriba, ¿quién la recogerá?

La recoge el primero. La pelota, en el momento de abandonar la mano, lleva horizontalmente la velocidad del niño. Horizontalmente está animada por un movimiento con velocidad constante, por lo que está permanentemente en la vertical del niño que la lanza.

### ACTIVIDADES-PÁG. 210

#### 1. Escribe la ecuación de la posición y la ecuación vectorial del movimiento para los movimientos rectilíneos representados en la figura adjunta.

La ecuación de la posición de un movimiento rectilíneo uniforme es:  $x = x_0 + v \cdot t$

La posición inicial es igual a la ordenada en el origen y la velocidad es igual a la pendiente de las correspondientes rectas.

$$A) x_0 = 36 \text{ m}; v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{90\text{m} - 36\text{m}}{12\text{s} - 0\text{s}} = 4,5 \text{ m/s}; x = 36 \text{ m} + 4,5 \text{ m/s} \cdot t$$

$$B) x_0 = 0 \text{ m}; v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{72\text{m} - 0\text{m}}{12\text{s} - 0\text{s}} = 6 \text{ m/s}; x = 6 \text{ m/s} \cdot t$$

$$C) x_0 = 72 \text{ m}; v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{18\text{m} - 72\text{m}}{10\text{s} - 0\text{s}} = -5,4 \text{ m/s}; x = 72 \text{ m} - 5,4 \text{ m/s} \cdot t$$

La velocidad de este movimiento es negativa, ya que se acerca al origen de coordenadas.

Las ecuaciones vectoriales del movimiento se obtienen multiplicando las ecuaciones escalares por un vector unitario en la dirección del mismo. En este caso por el vector unitario  $\vec{i}$ .

$$\vec{x}_A = (36 \text{ m} + 4,5 \text{ m/s} \cdot t) \cdot \vec{i}; \quad \vec{x}_B = 6 \text{ m/s} \cdot t \cdot \vec{i}; \quad \vec{x}_C = (72 \text{ m} - 5,4 \text{ m/s} \cdot t) \cdot \vec{i}$$

**2. Un móvil recorre una trayectoria rectilínea y pasa por la posición  $x = 5 \text{ m}$  con una velocidad constante de  $3 \text{ m/s}$ . Calcula su posición el cabo de  $10 \text{ s}$ . Escribe las expresiones de los vectores de posición inicial y final, del vector velocidad y del vector desplazamiento.**

La posición en cualquier instante es:  $x = x_0 + v \cdot t = 5 \text{ m} + 3 \text{ m/s} \cdot t$

La posición pedida es:  $x_{10} = 5 \text{ m} + 3 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 35 \text{ m}$

El vector de posición es:  $\vec{x} = (5 \text{ m} + 3 \text{ m/s} \cdot t) \cdot \vec{i}$

Y los vectores de posición pedidos son:  $\vec{x}_0 = 5 \cdot \vec{i} \text{ m}$ ;  $\vec{x}_{10} = 35 \cdot \vec{i} \text{ m}$

El vector velocidad:  $\vec{v} = 3 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$

Y el vector desplazamiento:  $\Delta \vec{x} = \vec{x}_{10} - \vec{x}_0 = 30 \cdot \vec{i} \text{ m}$

### ACTIVIDADES-PÁG. 211

**3. Escribe la ecuación vectorial de la velocidad para los movimientos representados en la figura adjunta.**

La ecuación de la velocidad de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

La velocidad inicial es igual a la ordenada en el origen y la aceleración es igual a la pendiente de las correspondientes rectas.

$$A) v_0 = 8 \text{ m/s}; \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m/s} - 8 \text{ m/s}}{12 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}^2; \quad v = 8 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$B) v_0 = 0 \text{ m/s}; \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{16 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{12 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 1,3 \text{ m/s}^2; \quad v = 1,3 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

$$C) v_0 = 16 \text{ m/s}; \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{4 \text{ m/s} - 16 \text{ m/s}}{12 \text{ s} - 0 \text{ s}} = -1 \text{ m/s}^2; \quad v = 16 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

La aceleración de este movimiento es negativa, ya que se el móvil se frena.

Las ecuaciones vectoriales de la velocidad se obtienen multiplicando las ecuaciones escalares por un vector unitario en la dirección del movimiento. En este caso por el vector unitario  $\vec{i}$ .

$$\vec{v}_A = (8 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 \cdot t) \cdot \vec{i}; \vec{v}_B = 1,3 \text{ m/s}^2 \cdot t \cdot \vec{i}; \vec{v}_C = (16 \text{ m/s} - 1 \text{ m/s}^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$$

**4. Escribe las ecuaciones vectoriales de la velocidad de los siguientes movimientos de trayectoria rectilínea y represéntalos gráficamente.**

- Un móvil que lleva una velocidad constante de 5 m/s.
- Un móvil lleva una velocidad de 36 km/h y acelera con  $a = 2 \text{ m/s}^2$ .
- Un móvil que lleva una velocidad de 18 m/s se frena con una aceleración de  $3 \text{ m/s}^2$ .

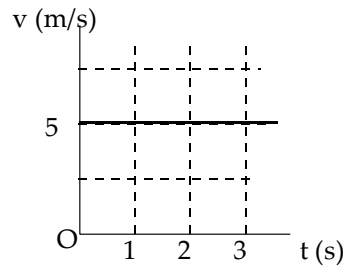
La ecuación de la velocidad de un movimiento uniformemente acelerado es:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Para representar los movimientos gráficamente se construye la correspondiente tabla de valores que recoge los sucesivos valores de la velocidad en el transcurso del tiempo.

a)  $\vec{v} = 5 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$

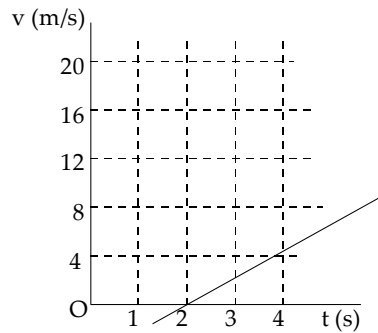
t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	5	5	5	5	5



b) La velocidad inicial en el SI es:  $v = 36 \text{ km/h} = 10 \text{ m/s}$

$$\vec{v} = (10 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s}^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$$

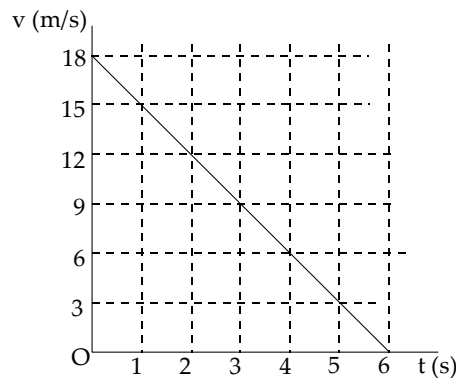
t (s)	0	1	2	3	4
v (m/s)	10	12	14	16	18



c) Como el móvil se frena, se considera que su aceleración es negativa.

$$\vec{v} = (18 \text{ m/s} - 3 \text{ m/s}^2 \cdot t) \cdot \vec{i}$$

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
x (m)	18	15	12	9	6	3	0

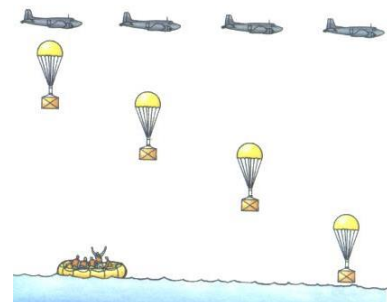


### ACTIVIDADES-PÁG. 216

5. Un avión que vuela horizontalmente deja caer un paquete con víveres a unos naufragos. Dibuja un esquema de la trayectoria que sigue el paquete y descríbela desde el punto de vista del piloto del avión y desde el de los naufragos.

Para el piloto el paquete describe una trayectoria rectilínea, y siempre está en su propia vertical. El paquete se mueve verticalmente con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, siendo su velocidad inicial igual a cero.

Para los naufragos, el movimiento del paquete se descompone en dos. Uno vertical uniformemente acelerado y otro horizontal uniforme. La composición de los dos movimientos obliga al paquete a describir una trayectoria parabólica.





ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 226

1. Un objeto realiza un movimiento uniformemente acelerado con aceleración constante. ¿Puede ser en algún instante su velocidad igual a cero?

Si puede ser su velocidad igual a cero en algún instante. Por ejemplo, un objeto lanzado verticalmente describe un movimiento uniformemente acelerado con velocidad constante y cuando llega al punto más elevado de su trayectoria su velocidad es igual a cero.

2. Desde la terraza de una casa se lanzan dos pelotas, una hacia arriba y otra hacia abajo, con la misma velocidad inicial. ¿Cuál de las dos llegará con mayor velocidad al suelo de la calle?

Llegan al suelo con la misma velocidad. La que va hacia arriba, vuelve a pasar por el punto de lanzamiento con la misma velocidad con que se lanzó pero con sentido hacia abajo.

3. Aplicando las ecuaciones del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado deduce la siguiente ecuación que relaciona las velocidades con la aceleración y la variación de la posición:  $v^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$

Las ecuaciones de la posición y de la velocidad en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado son:

$$v_f = v_0 + a \cdot t; x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2.$$

Despejando el tiempo en la primera ecuación y sustituyendo en la segunda:  $t = \frac{v_f - v_0}{a}$

$$\Delta x = v_0 \frac{v_f - v_0}{a} + \frac{1}{2} a \left( \frac{v_f - v_0}{a} \right)^2 = \frac{v_0 (v_f - v_0)}{a} + \frac{1}{2} \frac{(v_f - v_0)^2}{a}$$

Operando:  $2 \cdot a \cdot \Delta x = 2 \cdot v_0 \cdot v_f - 2 \cdot v_0^2 + v_f^2 + v_0^2 - 2 v_f \cdot v_0$

Simplificando y ordenando:  $v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x$

4. La gráfica adjunta representa la posición de un móvil respecto a un sistema de referencia en el transcurso del tiempo. Calcula la velocidad del móvil en cada uno de los tramos de la gráfica. Determina la distancia total recorrida por el vehículo. Si la trayectoria fuera una línea recta, determina el desplazamiento que experimenta el móvil.



a) Aplicando la definición de velocidad a cada tramo de la gráfica, se tiene:

$$v_A = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{50 \text{ km} - 0 \text{ km}}{2 \text{ h} - 0 \text{ h}} = 25 \frac{\text{km}}{\text{h}} ;$$

$$v_B = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km} - 50 \text{ km}}{3 \text{ h} - 2 \text{ h}} = 10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$v_C = 0 \text{ (está parado el móvil)}; v_D = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{30 \text{ km} - 60 \text{ km}}{10 \text{ h} - 6 \text{ h}} = -7,5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

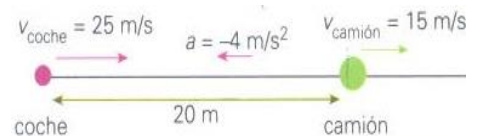
b) Distancia recorrida = 50 km + 10 km + 0 km + 30 km = 90 km

c) El desplazamiento total es:  $\Delta x = x - x_0 = 30 \text{ km} - 0 \text{ km} = 30 \text{ km}$

**5. En una noche de niebla, transita un camión, por una carretera recta y estrecha, con una velocidad constante de 54 km/h y detrás del camión, va un automóvil con una velocidad de 90 km/h. El conductor del coche no descubre al camión hasta que se encuentra a 20 m de él. Si en ese instante pisa el freno imprimiendo una aceleración de  $4 \text{ m/s}^2$ , determina si habrá colisión.**

Las velocidades de los vehículos en unidades de SI son:

$$v_{\text{coche}} = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}; \quad v_{\text{camión}} = 54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$$



Se elige como origen del sistema de referencia la posición que ocupa el automóvil en el instante en el que el conductor descubre al camión. Las respectivas posiciones del automóvil y el camión, en cualquier instante, son:

$$e_{\text{camión}} = e_{0, \text{camión}} + v_{\text{camión}} \cdot t = 20 \text{ m} + 15 \text{ m/s} \cdot t$$

$$e_{\text{coche}} = e_{0, \text{coche}} + v_{0, \text{coche}} \cdot t + 1/2 a \cdot t^2 = 0 \text{ m} + 25 \text{ m/s} \cdot t + 1/2 \cdot (-4 \text{ m/s}^2) \cdot t^2$$

En el caso de que exista accidente los dos vehículos ocuparán la misma posición en el mismo instante.

$$e_{\text{camión}} = e_{\text{coche}} \rightarrow 20 \text{ m} + 15 \text{ m/s} \cdot t = 25 \text{ m/s} \cdot t - 2 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$\text{Ordenado términos: } 2 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 - 10 \text{ m/s} \cdot t + 20 \text{ m} = 0 \rightarrow t^2 - 5t + 10 = 0$$

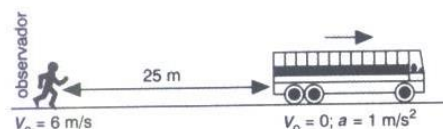
El discriminante de esta ecuación segundo grado:  $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 25 - 4 \cdot 1 \cdot 10 < 0$

La ecuación no tiene solución real y por tanto concluimos que no hay colisión, es decir, el automóvil reduce su velocidad hasta una cantidad menor que la del camión antes de alcanzarlo.

**6. Un peatón camina con una velocidad de 6 m/s y ve a un autobús que está parado en un semáforo a 25 m. En ese instante, el autobús arranca con una aceleración de  $1 \text{ m/s}^2$ . ¿Alcanzará el peatón el autobús?**

Se considera que el movimiento es de trayectoria rectilínea y se sitúa el origen en el punto en el que se encuentra el peatón al comienzo de la observación. El movimiento del peatón es uniforme y el del autobús uniformemente acelerado.

Aplicando las ecuaciones de la posición para ese tipo de movimientos, se tiene que las respectivas posiciones en cualquier instante son:



$$\text{peatón: } x_p = 6 \text{ m/s} \cdot t; \quad \text{autobús: } x_a = 25 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

El peatón alcanzará al autobús cuando ocupen la misma posición en el mismo instante.

$$x_p = x_a; 6 \text{ m/s} \cdot t = 25 \text{ m} + 1/2 \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \rightarrow t^2 - 12 \cdot t + 50 = 0$$

El discriminante de esta ecuación segundo grado:

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 50 = -56 < 0$$

Es menor que cero, por lo que la ecuación no tiene solución real. Y se concluye que el peatón no alcanza nunca al autobús.

**7. Un conductor transita por una carretera con una velocidad de 72 Km/h y ve que se enciende la luz ámbar de un semáforo situado a una distancia de 100 m. Si el semáforo tarda 2 s en cambiar a rojo y el coche frena con una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup>, ¿crees que cometerá infracción?**

La velocidad en unidades del SI es:  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

Aplicando la ecuación de la velocidad se determina el tiempo que tarda el coche en detenerse.

$$v = v_0 + a \cdot t; 0 = 20 \text{ m/s} - 2 \text{ m/s}^2 \cdot t \rightarrow t = 10 \text{ s}$$

En ese tiempo recorre una distancia:

$$\Delta x = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 20 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} - 1/2 \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot (10 \text{ s})^2 = 100 \text{ m.}$$

Aunque por el tiempo que tarda en pararse parecería que comete infracción, no la comete ya que se detiene en la misma posición en la que está colocado el semáforo.

**8. Un automóvil va por una carretera recta a 90 km/h en un punto donde el límite de velocidad es 50 km/h. Un coche de la policía, parado en ese punto, arranca y lo persigue con una aceleración de 1,2 m/s<sup>2</sup>. Calcula el tiempo que tarda la policía en darle alcance, la distancia recorrida y la velocidad en ese instante.**

El movimiento del automóvil es uniforme y el del vehículo de la policía uniformemente acelerado.

$$v_{\text{automóvil}} = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

Situando el origen de referencia en el punto en que arranca la policía, se tiene que las posiciones de la policía y del automóvil en cualquier instante son:

$$e_{\text{automóvil}} = 25 \text{ m/s} \cdot t; e_{\text{policía}} = 1/2 \cdot 1,2 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

$$\text{Igualando las posiciones: } 25 \text{ m/s} \cdot t = 0,6 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Ecuación que tiene dos soluciones: el instante inicial  $t = 0 \text{ s}$  y  $t = 41,7 \text{ s}$ .

Con lo que la distancia que recorren en:  $e = 25 \text{ m/s} \cdot 41,7 \text{ s} = 1042,5 \text{ m} = 1,042 \text{ km}$ .

La velocidad del automóvil de la policía en ese instante es:

$$v = v_0 + a \cdot t = 0 \text{ m/s} + 1,2 \text{ m/s}^2 \cdot 41,7 \text{ s} = 50 \text{ m/s} = 180 \text{ km/h}$$

9. Desde la terraza de un edificio se deja caer, partiendo del reposo, una pelota de tenis que tiene una masa de 55 g. Si tarda 1,4 s en golpear contra el suelo, determina la altura de la terraza y la velocidad con que golpea la pelota contra el suelo. ¿Cómo se modifican las magnitudes anteriores si se deja caer un balón de baloncesto?

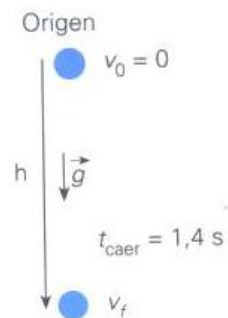
Se elige como sistema de referencia el punto de lanzamiento y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia abajo. Aplicando la ecuación de la posición, se tiene que la altura de la terraza es:

$$h = \Delta y = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot g \cdot t^2 = 1/2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (1,4 \text{ s})^2 = 5,8 \text{ m}$$

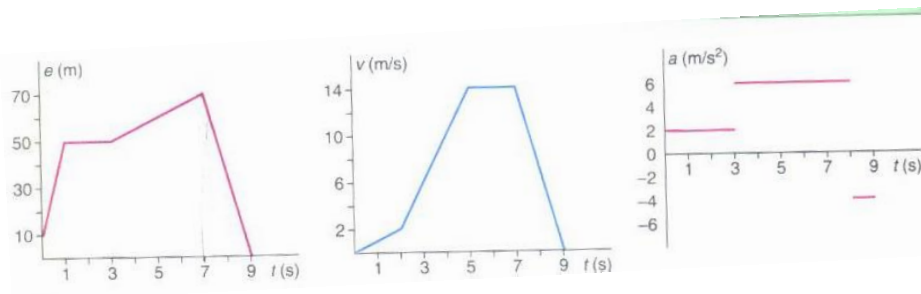
La velocidad con que la pelota golpea contra el suelo es:

$$v = v_0 + g \cdot t = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,4 \text{ s} = 13,7 \text{ m/s}$$

Las magnitudes anteriores no se modifican al dejar caer un objeto mayor, ya que todos los cuerpos caen en las proximidades de la superficie de la Tierra con la misma aceleración.



10. Interpreta cuantitativamente cada una de las gráficas adjuntas.



Para cada una de ellas, determina: la posición final del móvil, la distancia recorrida y el desplazamiento. En la gráfica de la velocidad el móvil parte desde el origen y en la de la aceleración arranca desde el origen y del reposo.

Las gráficas se analizan por tramos.

a) Gráfica posición  $\rightarrow$  tiempo.

$$\text{tramo a: } e_0 = 10 \text{ m, } e_f = 50 \text{ m, } \Delta e = e_f - e_0 = 40 \text{ m, } v = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{40 \text{ m}}{1 \text{ s}} = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{tramo b: } e_0 = 50 \text{ m, } e_f = 50 \text{ m, } \Delta e = e_f - e_0 = 50 \text{ m} - 50 \text{ m} = 0 \text{ m, } v = 0 \text{ m/s}$$

tramo c:  $e_0 = 50 \text{ m}$ ,  $e_f = 70 \text{ m}$ ,  $\Delta e = e_f - e_0 = 20 \text{ m}$ ,  $0 \text{ v} = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{20 \text{ m}}{4 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

tramo d:  $e_0 = 70 \text{ m}$ ,  $e_f = 0 \text{ m}$ ,  $\Delta e = e_f - e_0 = -70 \text{ m}$ ,  $\text{v} = \frac{\Delta e}{\Delta t} = \frac{-70 \text{ m}}{2 \text{ s}} = -35 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

El desplazamiento en total:  $e_f - e_0 = 0 - 20 \text{ m} = -20 \text{ m}$

La distancia recorrida es:  $30 \text{ m} + 0 \text{ m} + 20 \text{ m} + 70 \text{ m} = 120 \text{ m}$

b) Diagrama velocidad  $\rightarrow$  tiempo.

tramo a:  $v_0 = 0$ ,  $v_f = 2 \text{ m/s}$ ,  $\mathbf{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$\Delta e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 0 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + 1/2 \cdot 1 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ s})^2 = 2 \text{ m}$ ,

$e_f = e_0 + \Delta e = 0 \text{ m} + 2 \text{ m} = 2 \text{ m}$

tramo b:  $v_0 = 2 \text{ m/s}$ ,  $v_f = 14 \text{ m/s}$ ,  $\mathbf{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{12 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$\Delta e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 2 \text{ m/s} \cdot 3 \text{ s} + 1/2 \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (3 \text{ s})^2 = 24 \text{ m}$ ;

$e_f = e_0 + \Delta e = 2 \text{ m} + 24 \text{ m} = 26 \text{ m}$

tramo c:  $v_0 = 14 \text{ m/s}$ ,  $v_f = 14 \text{ m/s}$ ,  $\mathbf{a} = 0 \text{ m/s}^2$

$\Delta e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 14 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} + 0 = 28 \text{ m}$ ;

$e_f = e_0 + \Delta e = 26 \text{ m} + 28 \text{ m} = 54 \text{ m}$

tramo d:  $v_0 = 14 \text{ m/s}$ ,  $v_f = 0 \text{ m/s}$ ,  $\mathbf{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-14 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = -7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$\Delta e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 14 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} - 1/2 \cdot 7 \text{ m/s}^2 \cdot (2 \text{ s})^2 = 14 \text{ m}$ ;

$e_f = e_0 + \Delta e = 54 \text{ m} + 14 \text{ m} = 68 \text{ m}$

En este caso la distancia recorrida coincide con el desplazamiento, ya que no hay cambios de sentido del movimiento.

c) Diagrama aceleración-tiempo.

tramo a:  $\mathbf{a} = 2 \text{ m/s}^2$ ,  $v_0 = 0 \text{ m/s}$ ,  $v_f = v_0 + at = 0 \text{ m/s} + 2 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} = 6 \text{ m/s}$

$e_0 = 0$ ,  $\Delta e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 0 \text{ m} + 1/2 \cdot 2 \text{ m/s}^2 \cdot (3 \text{ s})^2 = 9 \text{ m}$ ;

$$e_f = e_0 + \Delta e = 0 \text{ m} + 9 \text{ m} = 9 \text{ m}$$

tramo b:  $a = 6 \text{ m/s}^2$ ,  $v_0 = 6 \text{ m/s}$ ,  $v_f = v_0 + a \cdot t = 6 \text{ m/s} + 6 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} = 36 \text{ m/s}$

$$e_0 = 9 \text{ m}, \quad \Delta e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 6 \text{ m/s} \cdot 5 \text{ s} + 1/2 \cdot 6 \text{ m/s}^2 \cdot (5 \text{ s})^2 = 105 \text{ m};$$

$$e_f = e_0 + \Delta e = 9 \text{ m} + 105 \text{ m} = 114 \text{ m}$$

tramo c:  $a = -4 \text{ m/s}^2$ ,  $v_0 = 36 \text{ m/s}$ ,  $v_f = v_0 + a \cdot t = 36 \text{ m/s} - 4 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 32 \text{ m/s}$

$$e_0 = 124 \text{ m}, \quad \Delta e = v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 36 \text{ m/s} \cdot 1 \text{ s} - 1/2 \cdot 4 \text{ m/s}^2 \cdot (1 \text{ s})^2 = 34 \text{ m}$$

$$e_f = e_0 + \Delta e = 114 \text{ m} + 34 \text{ m} = 148 \text{ m}$$

**11. Determina las ecuaciones de un movimiento uniformemente variado sabiendo que: la aceleración es  $8 \text{ m/s}^2$ ; la velocidad se anula para  $t = 3 \text{ s}$  y el móvil pasa por el origen de coordenadas en el instante  $t = 11 \text{ s}$ .**

En primer lugar se determinan las constantes del movimiento.

La velocidad se anula en el instante 3 s:  $v_3 = v_0 + a \cdot t$ ;

$$0 = v_0 + 8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ s} \rightarrow v_0 = -24 \text{ m/s}$$

Como pasa por el origen en el instante 11 s.

$$e_{11} = e_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2; \quad 0 = e_0 + (-24 \text{ m/s}) \cdot 11 \text{ s} + 1/2 \cdot 8 \text{ m/s}^2 \cdot (11 \text{ s})^2 \rightarrow e_0 = -220 \text{ m}$$

Las ecuaciones de la velocidad y posición en cualquier instante son:

$$v = v_0 + a \cdot t = -24 \text{ m/s} + 8 \text{ m/s}^2 \cdot t;$$

$$e = e_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = -220 \text{ m} - 24 \text{ m/s} \cdot t + 1/2 \cdot 8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

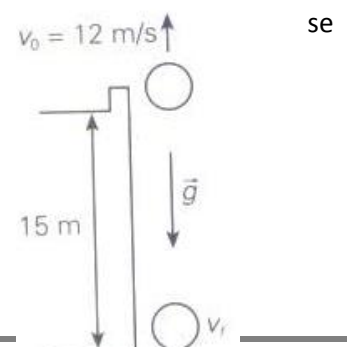
**12. Desde una ventana de una casa que está a 15 m del suelo se lanza verticalmente y hacia arriba una pelota con una velocidad inicial de 12 m/s. Determina la altura máxima que alcanza, el tiempo que tarda en golpear contra el suelo y la velocidad en ese instante.**

Se elige un sistema de referencia con el origen en el suelo, el eje Y la vertical y asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba.

a) La pelota alcanza su máxima altura cuando su velocidad se anula.

$$v = v_0 + a \cdot t; \quad 0 = 12 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t \rightarrow t = 1,2 \text{ s}$$

Sustituyendo en la ecuación de la posición:



$$y_{\text{máxima}} = y_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 = 15 \text{ m} + 12 \text{ m/s} \cdot 1,2 \text{ s} + 1/2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) (1,2 \text{ s})^2 = 22,3 \text{ m}$$

b) Aplicando la ecuación de la posición y como  $y_{\text{suelo}} = 0 \text{ m}$ , tenemos:

$$y_{\text{suelo}} = y_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 ; 0 = 15 \text{ m} + 12 \text{ m/s} \cdot t + 1/2 \cdot (-9,8 \text{ m/s}^2) t^2$$

Despejando, el tiempo que está en el aire es:  $t = 3,4 \text{ s}$

c) Sustituyendo en la ecuación de la velocidad:

$$v_{\text{suelo}} = v_0 + a \cdot t = 12 \text{ m/s} + (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot 3,4 \text{ s} = -21,3 \text{ m/s}$$

De signo negativo, ya que su sentido es hacia abajo.

**13. La posición de una partícula queda determinada por la ecuación:**

$x = 2 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 10$ . Representa las gráficas  $x$  6  $t$ ;  $v$  6  $t$  y  $a$  6  $t$ .

Comparando la ecuación del movimiento con la ecuación general de la posición:

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2$$

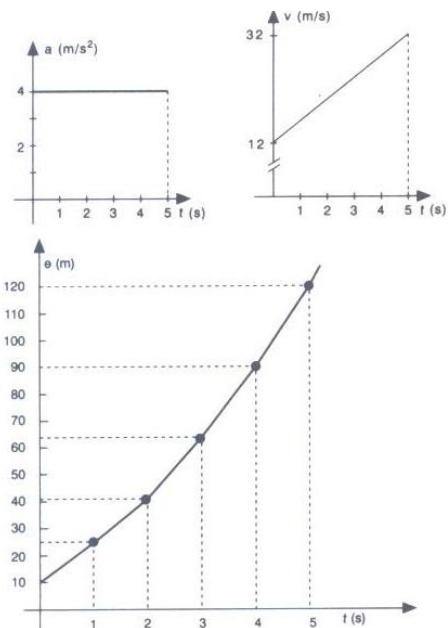
Se determinan las constantes del movimiento:

$$x_0 = 10 \text{ m}, v_0 = 12 \text{ m/s}, a = 4 \text{ m/s}^2$$

Aplicando las ecuaciones del movimiento, se construye una tabla de valores:

$$x = 2 \cdot t^2 + 12 \cdot t + 10, a = 4 \text{ y } v = 12 + 4 \cdot t$$

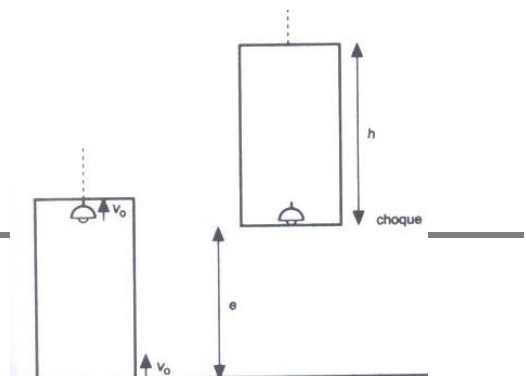
t(s)	a(m/s <sup>2</sup> )	v(m/s)	x(m)
0	4	12	10
1	4	16	24
2	4	20	42
3	4	24	64
4	4	28	90
5	4	32	120



**14. Un ascensor asciende con una velocidad de 2 m/s. En un instante se suelta una lámpara que cuelga del techo. Calcula el tiempo que tarda en chocar contra el suelo del ascensor. Resuelve el mismo ejercicio cuando el ascensor está parado y cuando baja con la misma velocidad.**

Se sitúa un observador fuera del ascensor, que elige como origen de un sistema de referencia la posición que ocupa el suelo del ascensor en el instante en el que se suelta la lámpara.

Sea  $h$  la altura del ascensor y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tiene sentido hacia arriba. El movimiento del



suelo es rectilíneo uniforme y el de la lámpara es rectilíneo uniformemente acelerado.

La posición del suelo y de la lámpara en cualquier instante son:

$$Y_{\text{suelo}} = 0 + v_{0, \text{suelo}} \cdot t; Y_{\text{lámpara}} = h + v_{0, \text{lámpara}} \cdot t + 1/2 \cdot (-g) \cdot t^2$$

En el instante del choque la lámpara y el suelo tienen la misma posición.

$$Y_{\text{suelo}} = Y_{\text{lámpara}}; v_{0, \text{suelo}} \cdot t = h + v_{0, \text{lámpara}} \cdot t + 1/2 \cdot (-g) \cdot t^2$$

Tanto si sube como si baja el ascensor, la velocidad inicial de la lámpara coincide con la del suelo por lo que el tiempo es el mismo en todos los casos:

$$0 = h - 1/2 \cdot g \cdot t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot h}{g}}$$

**15. Se lanza verticalmente y hacia arriba una pelota con una velocidad de 10 m/s. En ese instante, se deja caer otra, partiendo del reposo, desde 10 m de altura. Calcula el punto de encuentro y la velocidad de las pelotas en el momento del choque.**

Se elige como origen de un sistema de referencia el suelo y el eje Y la vertical. Los movimientos de las pelotas son rectilíneos uniformemente acelerados.

Aplicando la ecuación de la posición, asignando el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba y aproximando el valor de la aceleración de la gravedad a  $10 \text{ m/s}^2$ , se tiene que las posiciones en cualquier instante son:

$$Y_{\text{sube}} = 0 \text{ m} + 10 \text{ m/s} \cdot t + 1/2 \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2:$$

$$Y_{\text{baja}} = 10 \text{ m} + 0 \text{ m/s} \cdot t + 1/2 \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2$$

Las pelotas se encuentran cuando ocupan la misma posición en el mismo instante:

$$Y_{\text{sube}} = Y_{\text{baja}}; 10 \text{ m/s} \cdot t + 1/2 \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2 = 10 \text{ m} + 1/2 \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2$$

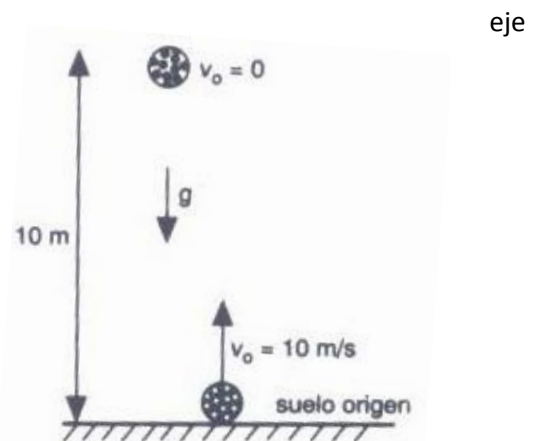
Despejando el tiempo que tardan en chocar es:  $t = 1 \text{ s}$ ;

$$Y_{\text{choque}} = 10 \text{ m} + 1/2 \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot (1 \text{ s})^2 = 5 \text{ m del suelo.}$$

Las velocidades de las pelotas, en ese instante, son:

$$v_{\text{sube}} = v_0 + a \cdot t = 10 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 0, \text{ está en el punto más alto de su trayectoria.}$$

$$v_{\text{baja}} = v_0 + a \cdot t = 0 - 10 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = -10 \text{ m/s, va hacia abajo.}$$

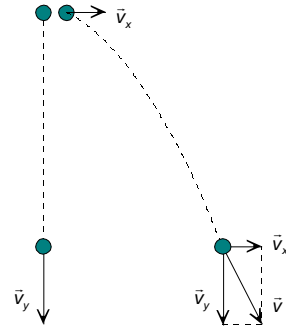




16. Desde la terraza de un edificio se deja caer una pelota y en el mismo instante se lanza otra horizontalmente. ¿Cuál llega antes al suelo? ¿Cuál de las dos golpea al suelo con mayor velocidad?

Llegan a la par a la suelo, el tiempo que tarda un objeto en caer es independiente de su masa. El movimiento vertical de la pelota es independiente del horizontal. Los dos movimientos verticales son idénticos para los dos objetos pues se dejan caer desde la misma altura y con la misma velocidad vertical inicial.

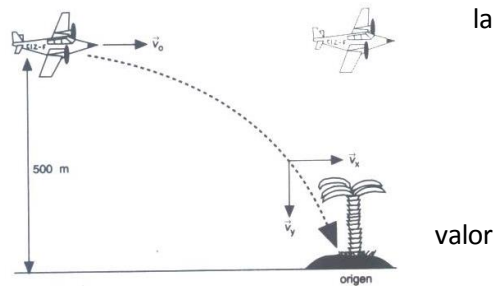
Sin embargo la velocidad con la que llegan al suelo es mayor para la pelota que se lanza horizontalmente, ya que su velocidad posee una componente horizontal que no tiene la que se lanza verticalmente.



17. Un avión de socorro vuela horizontalmente y con velocidad constante de 90 m/s a una altura de 500 m. Calcula a qué distancia de unos naufragos debe soltar un paracaídas con víveres, para que llegue a su destino.

Se elige un sistema de referencia con su origen de coordenadas en posición de los naufragos, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

El movimiento de la bolsa se puede descomponer en un movimiento horizontal con velocidad constante y otro vertical uniformemente acelerado. Se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen su sentido hacia arriba y se aproxima el de la aceleración de la gravedad a  $10 \text{ m/s}^2$ .



Aplicando la ecuación de la posición, se determina el tiempo que tarda la bolsa en caer:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2; \quad 0 \text{ m} = 500 \text{ m} + 0 \text{ m/s} \cdot t + 1/2 \cdot (-10 \text{ m/s}^2) \cdot t^2 \rightarrow t = 10 \text{ s}$$

En este tiempo, la bolsa de víveres se ha trasladado horizontalmente una distancia:

$$x = v_x \cdot t = 90 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 900 \text{ m}$$

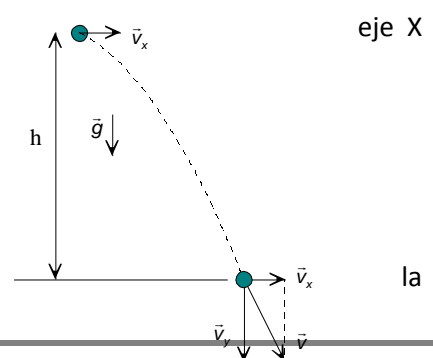
Hay que soltar la bolsa 900 m antes de la vertical de los naufragos.

18. El caño de una fuente situado a 70 cm del suelo lanza un chorro de agua horizontalmente que golpea en el suelo a 1 m de la base de la fuente. Calcula la velocidad con la que sale el agua y con la que llega al suelo.

Se elige un sistema de referencia con el origen el caño de la fuente, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

El movimiento del chorro de agua se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

Si se asigna el signo positivo a las magnitudes de sentido hacia abajo, posición de las gotas de agua en cualquier instante es:



$$x = v_{0x} \cdot t; \quad y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

Cuando el agua llega al suelo, su posición es  $y = y_{\text{suelo}} = 0,70 \text{ m}$

$$0,70 \text{ m} = \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2 \Rightarrow t = 0,38 \text{ s}$$

Y sustituyendo en la posición horizontal:

$$x = v_{0x} \cdot t; \quad 1 \text{ m} = v_{0x} \cdot 0,38 \text{ s} \Rightarrow v_{0x} = 2,63 \text{ m/s}$$

b) Las componentes de la velocidad en el momento de golpear con el suelo son:

$$v_x = v_{0x} = 2,63 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{0y} + a \cdot t = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,38 \text{ s} = 3,72 \text{ m/s}$$

$$\text{El módulo de la velocidad es: } v = \sqrt{(2,63 \text{ m/s})^2 + (3,72 \text{ m/s})^2} = 4,6 \text{ m/s}$$

**19. Un jugador de golf lanza una pelota desde el suelo con un ángulo de  $60^\circ$  y una velocidad de  $50 \text{ m/s}$ . Calcula altura máxima sobre el suelo, el alcance y la velocidad en el punto más alto de la trayectoria.**

Se elige un sistema de referencia con el origen en punto de lanzamiento, el eje X paralelo al suelo y el Y la vertical.

El movimiento de la pelota se puede descomponer un movimiento horizontal rectilíneo uniforme y otro, vertical rectilíneo uniformemente acelerado. condiciones iniciales son:

Movimiento horizontal:  $x_0 = 0 \text{ m}; \quad v_{0x} = v_0 \cdot \cos \phi; \quad a_x = 0$

Movimiento vertical:  $y_0 = 0 \text{ m}; \quad v_{0y} = v_0 \cdot \sin \phi; \quad a_y = -g$

La velocidad de la pelota en cualquier instante es:

$$v_x = v_0 \cdot \cos \phi; \quad v_y = v_0 \cdot \sin \phi - g \cdot t$$

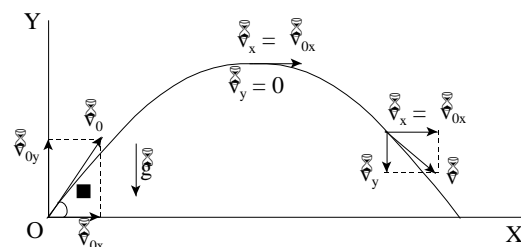
La posición de la pelota en cualquier instante es:

$$x = v_0 \cdot \cos \phi \cdot t; \quad y = v_0 \cdot \sin \phi \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

a) La máxima altura se consigue cuando la componente vertical de la velocidad sea igual a cero.

$$v_y = v_0 \cdot \sin \phi - g \cdot t = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0 \cdot \sin \phi}{g} = \frac{50 \text{ m/s} \cdot \sin 60^\circ}{9,8 \text{ m/s}^2} = 4,42 \text{ s}$$

Al cabo de este tiempo la posición vertical de la pelota es:



el  
eje  
  
en  
Las

$$y = v_0 \cdot \sin \phi \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2 = 50 \text{ m/s} \cdot \sin 60^\circ \cdot 4,42 \text{ s} - 1/2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (4,42 \text{ s})^2 = 95,66 \text{ m}$$

b) La pelota golpea contra el suelo cuando su posición vertical es igual a cero.

$$y = v_0 \cdot \sin \phi \cdot t - 1/2 \cdot g \cdot t^2; 0 = 50 \text{ m/s} \cdot \sin 60^\circ - 1/2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Con dos soluciones:  $t_1 = 0$  y  $t_2 = \frac{2 \cdot 50 \text{ m/s} \cdot \sin 60^\circ}{9,8 \text{ m/s}^2} = 8,84 \text{ s}$

Que son el instante inicial y el tiempo de vuelo.

Durante este tiempo, la pelota se traslada una distancia:

$$x = v_0 \cdot \cos \phi \cdot t = 50 \text{ m/s} \cdot \cos 60^\circ \cdot 8,84 \text{ s} = 221 \text{ m}$$

c) En el punto más elevado de la trayectoria, la velocidad solamente tiene componente horizontal.

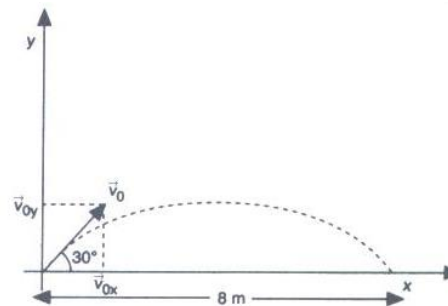
$$v = v_x = v_0 \cdot \cos \phi = 50 \text{ m/s} \cdot \cos 60^\circ = 25 \text{ m/s}$$

**20. Un saltador de longitud salta 8 m cuando lo hace con un ángulo de 30° con la horizontal. ¿Cuánto saltaría, en las mismas condiciones, si lo hiciera con un ángulo de 45°?**

Se elige un sistema de referencia con el origen en el punto salto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Prescindiendo de la fricción con el aire el movimiento del saltador se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

La posición del saltador en cualquier instante es:

$$x = v_{0x} \cdot t; y = v_{0y} \cdot t + 1/2 \cdot (-g) \cdot t^2$$



de

Al volver al suelo, la posición x es igual a 8 m y la y es igual a 0 m. Sustituyendo se tiene:

$$\left. \begin{aligned} 8 &= v_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot t \\ 0 &= v_0 \cdot \sin 30^\circ \cdot t - 5 \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 8 &= v_0 \cdot \cos 30^\circ \cdot t \\ 5 \cdot t &= v_0 \cdot \sin 30^\circ \end{aligned}$$

Dividiendo miembro a miembro la segunda ecuación entre la primera, se tiene el tiempo que dura el salto.

$$\frac{v_0 \cdot \sin 30^\circ}{v_0 \cdot t \cdot \cos 30^\circ} = \frac{5t}{8}; \frac{8}{5} \operatorname{tg} 30 = t^2 \Rightarrow t = 0,96 \text{ s}$$

Y la velocidad inicial con que se efectúa el salto es:

$$v_0 = \frac{8 \text{ m}}{\cos 30^\circ \cdot t} = \frac{8 \text{ m}}{\cos 30^\circ \cdot 0,96 \text{ s}} = 9,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ahora se calcula la longitud del salto en caso de que lo haga con un ángulo de 45º.

Para ello, si se iguala a cero la nueva ecuación de la posición en el eje Y, se obtiene el tiempo que dura el salto.

$$y = v_{0y} \cdot t + 1/2 \cdot (-g) \cdot t^2; 0 \text{ m} = 9,6 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 45^\circ \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Que tiene dos soluciones una  $t_1 = 0$  que es el instante inicial y otra  $t_2 = 1,36 \text{ s}$  que es lo que dura el salto.

Sustituyendo en la ecuación de la posición en el eje X:

$$x = v_{0x} \cdot t = 9,6 \text{ m/s} \cdot \text{cos } 45^\circ \cdot 1,36 \text{ s} = 9,23 \text{ m}$$

**21. Una pelota resbala por un tejado que forma un ángulo de 30º con la horizontal, y al llegar al extremo lleva una velocidad de 10 m/s. La altura del edificio es de 60 m y la anchura de la calle es de 30 m. Escribe la ecuación de la trayectoria. ¿Dónde golpeará primero, contra el suelo o contra la pared opuesta?**

Se elige un sistema de referencia con el origen de coordenadas el punto en el que la pelota abandona el tejado, eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

Se asigna el signo positivo a las magnitudes de sentido hacia abajo. Las posiciones del suelo y de la pared son:

$$y_{\text{suelo}} = 60 \text{ m}; x_{\text{pared}} = 30 \text{ m}$$

El movimiento de la pelota se puede descomponer en dos, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical rectilíneo uniformemente acelerado.

Las ecuaciones de las distintas magnitudes de estos movimientos son:

$$a_x = 0; v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \text{cos } \phi = 10 \text{ m/s} \cdot \text{cos } 30^\circ$$

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t = 10 \text{ m/s} \cdot \text{cos } 30^\circ \cdot t$$

$$a_y = g = 9,8 \text{ m/s}^2; v_y = v_{0y} + a_y \cdot t = v_0 \cdot \text{sen } \phi + g \cdot t = 10 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 30^\circ + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t$$

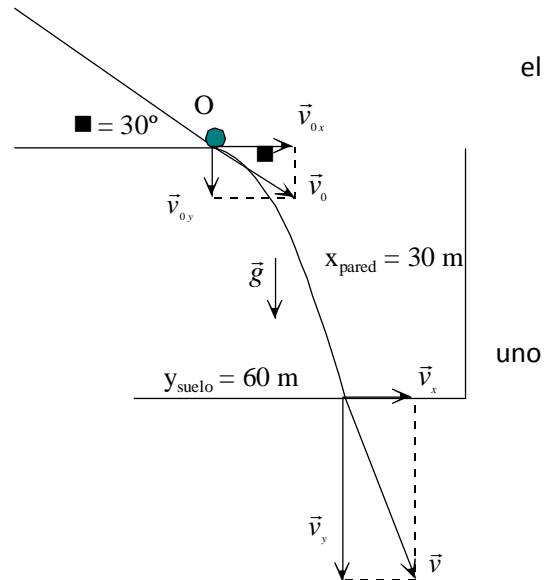
$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a_y \cdot t^2 = 10 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 30^\circ \cdot t + \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

a) La ecuación de la trayectoria se determina eliminando el tiempo entre las dos ecuaciones de la posición.

$$x = 10 \text{ m/s} \cdot \text{cos } 30^\circ \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{8,66}$$

$$y = 5 \cdot t + 4,9 \cdot t^2 = 5 \cdot \frac{x}{8,66} + 4,9 \left( \frac{x}{8,66} \right)^2 = 0,5774 \cdot x + 0,0653 \cdot x^2$$

Que corresponde a la ecuación de una parábola.



b) Para saber si chocará antes con el suelo o con la pared opuesta basta determinar el valor de la coordenada y para  $x = 30$  m.

Sustituyendo en la ecuación de la trayectoria:

$$y = 0,5774 \cdot 30 + 0,0653 \cdot (30)^2 = 76,09 \text{ m}$$

Como el suelo está en la coordenada  $y = 60$  m, la pelota choca antes contra este que contra la pared.

**22. Un jugador de baloncesto desea conseguir una canasta de 3 puntos. La canasta está situada a una altura de 3,05 m desde el suelo y la línea de tres puntos a 6,25 m de la canasta. Si el jugador lanza desde una altura de 2,20 sobre el suelo y con un ángulo de  $60^\circ$ , calcula la velocidad inicial del balón para conseguir canasta.**

Se elige un sistema de referencia con el origen en los pies del jugador, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.

El movimiento del balón se descompone en dos: uno, horizontal rectilíneo uniforme y otro vertical, rectilíneo uniformemente acelerado.

La posición del balón en cualquier instante es:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t;$$

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + 1/2 \cdot a \cdot t^2 =$$

$$= 2,20 \text{ m} + v_0 \cdot \sin 60^\circ \cdot t + 1/2 (-g) \cdot t^2$$

Para conseguir canasta se tiene que cumplir que cuando la coordenada x del balón es igual a 6,25 m, en ese mismo instante la altura sobre el suelo es 3,05 m.

$$x = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t = 6,25 \text{ m}$$

$$y = 2,20 \text{ m} + v_0 \cdot \sin 60^\circ \cdot t + 1/2 (-9,8 \text{ m/s}^2) \cdot t^2 = 3,05 \text{ m} \Rightarrow$$

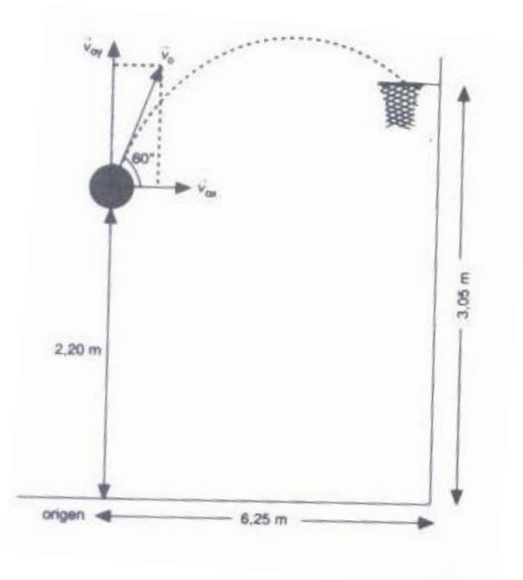
$$\Rightarrow v_0 \cdot \sin 60^\circ \cdot t = 0,85 \text{ m} + 4,9 \text{ m/s}^2 \cdot t^2$$

Dividiendo la segunda ecuación por la primera:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{0,85 + 4,9 t^2}{6,25} \Rightarrow t = 1,43 \text{ s}$$

Que sustituido en la ecuación de la posición horizontal:

$$x = 6,25 \text{ m} = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot t; 6,25 \text{ m} = v_0 \cdot \cos 60^\circ \cdot 1,43 \text{ s} \rightarrow v_0 = 8,7 \text{ m/s}$$



**23. Una rueda de bicicleta de 45 cm de radio, gira 180 veces cada minuto, calcula: la frecuencia, el período, la velocidad angular de la rueda y la velocidad del ciclista.**

Se expresan las magnitudes en unidades del SI:

$$R = 0,45 \text{ m}; f = 180 \text{ r.p.m.} = \frac{180 \text{ r.p.m.}}{60 \text{ s/min}} = 3 \text{ Hz}$$

Aplicando las relaciones entre las diferentes magnitudes, se tiene:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3 \text{ Hz}} = \frac{1}{3} \text{ s}; \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 6 \pi \text{ rad/s};$$

$$v = \omega \cdot R = 6 \pi \text{ rad/s} \cdot 0,45 \text{ m} = 8,5 \text{ m/s} = 30,5 \text{ km/h}$$

**24. Dos móviles describen una trayectoria circular y salen del mismo punto, en sentidos opuestos con velocidades de  $\pi/8$  y  $\pi/4$  rad/s. ¿En qué punto se encuentran?**

El ángulo que describe cada uno de los móviles es:

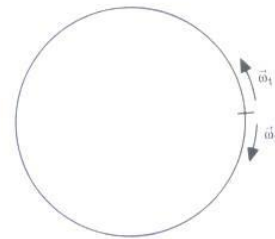
$$v_1 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot t; v_2 = \pi/4 \text{ rad/s} \cdot t$$

Entre los dos móviles recorren  $2\pi$  rad, por tanto:

$$2\pi \text{ rad} = v_1 + v_2 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot t + \pi/4 \text{ rad/s} \cdot t$$

Simplificando:  $2 \text{ rad} = (1/8 \text{ rad/s} + 1/4 \text{ rad/s}) \cdot t \Rightarrow t = 16/3 \text{ s}$ , tardan en encontrarse.

El ángulo descrito por el primero es:  $v_1 = \omega_1 \cdot t_1 = \pi/8 \text{ rad/s} \cdot 16/3 \text{ s} = 2 \pi/3 \text{ rad}$



**25. Una bicicleta recorre 10 km en media hora con velocidad constante. Si el diámetro de cada rueda es igual a 90 cm, calcula: el número de vueltas que da una rueda, el ángulo barrido por un radio; el período de la rueda; la velocidad angular de un radio.**

Se expresan las magnitudes en unidades del SI:  $v = 20 \text{ km/h} = 5,6 \text{ m/s}$ ;  $R = 0,45 \text{ m}$

$$\text{vueltas} = \frac{\text{distancia}}{\text{longitud circunferencia}} = \frac{10\,000 \text{ m}}{2\pi \cdot 0,45 \text{ m/vuelta}} = 3536,8 \text{ vueltas}$$

Ángulo barrido:  $v = n \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad} = 3536,8 \text{ vueltas} \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad/vuelta} = 22222,2 \text{ rad}$

$$T = \frac{\text{tiempo}}{\text{número vueltas}} = \frac{30 \text{ min} \cdot 60 \text{ s/min}}{3536,8 \text{ vueltas}} = 0,5 \text{ s}; \omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{T} = \frac{2\pi \text{ rad}}{0,5 \text{ s}} = 4\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

**26. Una partícula, inicialmente en reposo, describe una circunferencia de 0,5 m de radio y alcanza 300 rpm en 5 s. Calcula la aceleración angular y tangencial de un punto de la periferia. El ángulo y vueltas que ha recorrido en ese tiempo.**

La frecuencia del movimiento es:  $f = 300\text{rpm} = 300\text{rpm} \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 5\text{Hz}$

La velocidad angular final es:  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 10 \cdot \pi \text{ rad/s}$

Aplicando la definición de aceleración angular:  $\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{10 \cdot \pi \text{ rad/s}}{5\text{s}} = 2 \cdot \pi \text{ rad/s}^2$

Y la aceleración tangencial es:  $a = \alpha \cdot R = 2 \cdot \pi \text{ rad/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = \pi \text{ m/s}^2$

Aplicando la ecuación del ángulo descrito:

$$\phi = \phi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad/s}^2 \cdot (5 \text{ s})^2 = 25 \cdot \pi \text{ rad}$$

Y el número de vueltas: número vueltas =  $25 \cdot \pi \text{ rad} \frac{1\text{vuelta}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = 12,5 \text{ vueltas}$

**27. Una partícula que describe una circunferencia de 0,5 m de radio a 1200 rpm, frena y se detiene en 6 s. Calcula la aceleración angular y tangencial de un punto de la periferia. El ángulo y vueltas que ha recorrido en ese tiempo.**

La frecuencia del movimiento es:  $f = 1200\text{rpm} = 1200\text{rpm} \frac{1\text{min}}{60\text{s}} = 20\text{Hz}$

La velocidad angular inicial es:  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 40 \cdot \pi \text{ rad/s}$

Aplicando la definición de aceleración angular:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 40 \cdot \pi \text{ rad/s}}{6\text{s}} = -6,7 \cdot \pi \text{ rad/s}^2$$

Y la aceleración tangencial es:  $a = \alpha \cdot R = -6,7 \cdot \pi \text{ rad/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = -3,3 \cdot \pi \text{ m/s}^2$

Aplicando la ecuación del ángulo descrito:

$$\phi = \phi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 = 40 \cdot \pi \text{ rad/s} \cdot 6 \text{ s} + \frac{1}{2} \cdot (-6,7 \cdot \pi \text{ rad/s}^2) \cdot (6 \text{ s})^2 =$$

$$= 120 \cdot \pi \text{ rad}$$

Y el número de vueltas: número vueltas =  $120 \cdot \pi \text{ rad} \frac{1\text{vuelta}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = 60 \text{ vueltas}$

**28. Un automóvil que lleva una velocidad de 72 km/h, frena y se detiene después de recorrer 40 m. Si las ruedas tienen un diámetro de 50 cm, calcula: la aceleración angular supuesta constante, el tiempo que tarda en pararse, el número de vueltas que dan las ruedas y el ángulo que describen.**

La velocidad en unidades del SI es:  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$  y el radio  $R = 0,25 \text{ m}$

Aplicando la ecuación que relaciona la velocidad inicial con la velocidad final y la distancia, se tiene:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta e; 0 \text{ m/s} - (20 \text{ m/s})^2 = 2 \cdot a \cdot 40 \text{ m} \Rightarrow a = -5 \text{ m/s}^2$$

El tiempo que tarda en detenerse se obtiene aplicando la ecuación de la velocidad:

$$v = v_0 + a \cdot t; 0 \text{ m/s} = 20 \text{ m/s} - 5 \text{ m/s}^2 \cdot t \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

Aplicando la relación entre las aceleraciones:

$$a = \alpha \cdot R; -5 \text{ m/s}^2 = \alpha \cdot 0,25 \text{ m} \rightarrow \alpha = -20 \text{ rad/s}^2$$

$$\text{El número de vueltas es: } n = \frac{\text{distancia}}{2 \pi R} = \frac{40 \text{ m}}{2 \pi \cdot 0,25 \text{ m/vuelta}} = 25,5 \text{ vueltas}$$

$$\text{Y el ángulo descrito es: } \Delta \varphi = \frac{\Delta e}{R} = \frac{40 \text{ m}}{0,25 \text{ m/rad}} = 160 \text{ rad}$$



## UNIDAD 11: Movimiento vibratorio

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 229

**1. Enumera varios ejemplos de movimientos periódicos e identifica alguna de sus magnitudes características.**

Son ejemplos de movimientos periódicos: el movimiento de la Tierra alrededor del Sol y alrededor de sí misma, el del extremo de la manecilla de un reloj, el de la lenteja de un péndulo, en de las copas de los árboles.

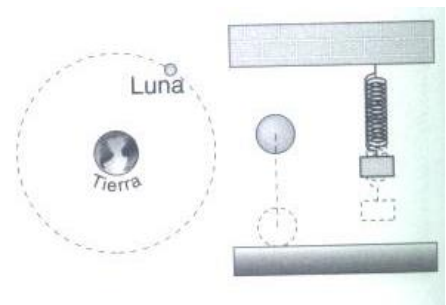
Una magnitud característica de estos movimientos es el tiempo que tardan los objetos en realizar un recorrido completo y el número de recorridos completos que recorren en la unidad de tiempo.

**2. Dibuja las trayectorias que describen los siguientes objetos: la Luna, una pelota que bota, un cuerpo que cuelga de un muelle y oscila arriba y abajo. Dibuja los vectores velocidad y fuerza en varias posiciones de la trayectoria de los movimientos anteriores. Compara sus direcciones y sentidos.**

Para la Luna: el vector velocidad es siempre tangente a la trayectoria y el vector fuerza siempre está dirigido hacia la Tierra.

Para la pelota: el vector velocidad tiene sentido hacia arriba al subir y hacia abajo al bajar, el vector fuerza (peso) tiene sentido siempre hacia abajo.

Para el muelle: el vector velocidad puede tener sentido hacia arriba o hacia abajo, el vector fuerza siempre tiene sentido contrario al desplazamiento en torno a la posición central de equilibrio.



**3. ¿Cuál es la misión del péndulo de un reloj de pared? ¿De qué factores depende el período de su movimiento?**

La misión del péndulo es la de calibrar los mecanismos del reloj. Su período se mantiene estable ya que una masa, pesas, al descender compensa el rozamiento. Su período depende de su longitud y de la aceleración de la gravedad.

### ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 242

**1. La ecuación general del movimiento de una partícula que describe un movimiento vibratorio armónico simple, en unidades del SI, es:  $x = 0,10 \cdot \text{sen}(\pi \cdot t + \pi/2)$ . ¿Cuál es el valor de la amplitud y de la frecuencia del movimiento? Calcula velocidad en el instante  $t = 2$  s.**

Comparando con la ecuación general  $x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi_0)$ , se tiene que:  $A = 0,1$  m

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = \pi/2 \text{ Hz}$$

La expresión de la velocidad es:

$$v = 0,10 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot t + \pi/2) \text{ m/s} \Rightarrow v_{t=2s} = 0,10 \cdot \pi \cdot \cos(\pi \cdot 2 + \pi/2) = 0 \text{ m/s}$$

**2. Un objeto oscila según un movimiento armónico simple dado por  $x = A \cdot \sin(\omega \cdot t)$ . Si el valor de la amplitud de la oscilación es de 6 cm, y la aceleración del objeto es  $24 \text{ cm/s}^2$  cuando la posición es  $x = -4 \text{ cm}$ , calcula la aceleración cuando  $x = 1 \text{ cm}$  y la velocidad máxima del objeto.**

Aplicando las definiciones de velocidad y aceleración de una partícula, resulta que:

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t); \quad a = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) = -\omega^2 \cdot x$$

Aplicando las condiciones que se indican, resulta que la pulsación,  $\omega$ , es:

$$a = -\omega^2 \cdot x;$$

$$24 \text{ cm/s}^2 = -\omega^2 \cdot (-4 \text{ cm}) \Rightarrow \omega = 2,45 \text{ rad/s}$$

Las expresiones de la posición, velocidad y aceleración son:

$$x = 6 \text{ cm} \cdot \sin(2,45 \text{ rad/s} \cdot t);$$

$$v = 6 \text{ cm} \cdot 2,45 \text{ rad/s} \cdot \cos(2,45 \text{ rad/s} \cdot t) = 14,7 \text{ cm/s} \cdot \cos(2,45 \text{ rad/s} \cdot t)$$

$$a = -(2,45 \text{ rad/s})^2 \cdot x = -6 \text{ rad/s}^2 \cdot x$$

$$\text{La aceleración en la posición pedida es: } a = -6 \text{ rad/s}^2 \cdot 1 \text{ cm} = -6 \text{ cm/s}^2$$

$$\text{La velocidad máxima es: } v_{\text{máxima}} = 14,7 \text{ cm/s}$$

**3. Un objeto que oscila con una frecuencia angular  $\omega = 8,0 \text{ rad/s}$ , se encuentra en el instante inicial,  $t = 0$ , en la posición  $x_0 = 4 \text{ cm}$  y lleva una velocidad de  $v_0 = -25 \text{ cm/s}$ . Escribe la expresión de la posición  $x$  en función del tiempo.**

Las expresiones generales de la posición y velocidad de un objeto que vibra con movimiento armónico simple son:

$$x = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0); \quad v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_0)$$

$$\text{Dividiendo ambas expresiones, resulta que: } \frac{v}{x} = -\omega \cdot \tan(\omega \cdot t + \phi_0)$$

Sustituyendo las condiciones iniciales:

$$\frac{-25 \text{ cm/s}}{4 \text{ cm}} = -8,0 \text{ rad/s} \cdot \tan(\omega \cdot 0 + \phi_0)$$

$$\text{Despejando, la fase inicial es: } \tan \phi_0 = 0,78125 \rightarrow \phi_0 = 0,66 \text{ rad}$$

Sustituyendo en la ecuación de la posición inicial, resulta que la amplitud del movimiento es:

$$4 \text{ cm} = A \cdot \cos(\omega \cdot 0 + 0,66 \text{ rad}) \rightarrow A = 5,08 \text{ cm}$$

La expresión pedida es:  $x(t) = 5,08 \cdot \cos(8,0 \cdot t + 0,66) \text{ cm}$

**4. La expresión general del movimiento de una partícula que describe un movimiento vibratorio armónico es:  $y_t = 0,265 \cdot \text{sen}(6 \cdot \pi \cdot t + \pi)$  en unidades del SI. Determina la amplitud, la pulsación, el período, la frecuencia y la fase inicial del movimiento. Calcula la diferencia de fase entre el instante inicial y el instante 12 s. Deduce la ecuación de la velocidad y calcula los instantes en los que adquiere su valor máximo.**

Comparando la ecuación dada con la expresión general del movimiento:

$$y_t = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi_0).$$

$$A = 0,265 \text{ m}; \omega = 6 \cdot \pi \text{ rad/s}; f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = \frac{6 \cdot \pi \text{ rad/s}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = 3 \text{ Hz}; T = 1/f = 1/3 \text{ s};$$

$$\phi_0 = \pi \text{ rad}$$

En el instante inicial la particular está en el centro de la oscilación y se dirige hacia elongaciones negativas:

$$y_0 = 0,265 \cdot \text{sen}(6 \cdot \pi \cdot 0 + \pi) = 0 \text{ m}$$

La diferencia fase entre los instantes pedidos es:

$$\Delta\phi = \phi - \phi_0 = 6 \cdot \pi \cdot 12 + \pi - (6 \cdot \pi \cdot 0 - \pi) = 36 \cdot 2 \cdot \pi \text{ rad en fase}$$

$$\text{De otra forma multiplicando y dividiendo por el período: } \Delta t = 12 \text{ s} \frac{T}{1/3 \text{ s}} = 36 \cdot T$$

Han transcurrido 36 oscilaciones completas.

La ecuación de la velocidad es:

$$v_t = 1,59 \cdot \pi \cdot \cos(6 \cdot \pi \cdot t + \pi) \text{ m/s} \rightarrow v_{\text{máximo}} = 1,59 \cdot \pi \text{ m/s}$$

Su valor es máximo cada vez que pase por el origen que es el instante inicial y cada medio período.

En efecto, el valor de la velocidad es máximo si:

$$\cos(6 \cdot \pi \cdot t + \pi) = \rightarrow 1 \Rightarrow 6 \cdot \pi \cdot t + \pi = n \cdot \pi; 6 \cdot t + 1 = n \Rightarrow t = \frac{n-1}{6}$$

$$\text{Y poniendo en función del período: } t = \frac{n-1}{3 \cdot 2} = (n-1) \frac{T}{2} \text{ con } n = 1, 2, 3, \dots$$

**5. Un objeto tiene que tiene una masa de 10 g pende de un muelle y describe un movimiento armónico simple con una amplitud de 10 cm y un período de 0,1 s. En el instante inicial el muelle está estirado y el objeto ocupa la posición más alejada del centro de vibración. Deduce la expresión general de la posición del objeto. Escribe las ecuaciones de la velocidad y de la aceleración y calcula sus valores máximos.**

La ecuación general del movimiento es:  $y(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0)$

Para calcular el desfase se tiene que en el instante  $t = 0$  el objeto está en  $y = -A$ , por lo que:

$$-A = A \cdot \cos(\omega \cdot 0 + \phi_0); \cos \phi_0 = -1 \rightarrow \phi_0 = \pi \text{ rad}$$

$$\text{La pulsación es: } \omega = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{T} = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{0,1 \text{ s}} = 20 \cdot \pi \text{ rad/s}$$

La expresión general de la posición del objeto es:

$$y_t = 10 \text{ cm} \cdot \cos(20 \cdot \pi \text{ rad/s} \cdot t + \pi \text{ rad})$$

La expresión de la velocidad es:

$$v_t = \frac{\Delta y}{\Delta t} = -200 \cdot \pi \text{ cm/s} \cdot \sin(20 \cdot \pi \text{ rad/s} \cdot t + \pi \text{ rad})$$

$$\text{Y su valor máximo: } v_{\text{máximo}} = 200 \cdot \pi \text{ cm/s}$$

La expresión de la aceleración es:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -4000 \cdot \pi^2 \text{ cm/s}^2 \cdot \cos(20 \cdot \pi \text{ rad/s} \cdot t + \pi \text{ rad})$$

$$\text{Y su valor máximo es: } a_{\text{máximo}} = 4000 \cdot \pi^2 \text{ cm/s}^2$$

**6. La aguja de una máquina de coser realiza un movimiento vibratorio armónico simple con un recorrido de 8 mm y da 20 puntadas cada 10 s. Cuando se conecta el interruptor, la aguja se encuentra en la posición más alejada de la tela (arriba del todo). Escribe las expresiones de la posición, velocidad y aceleración del extremo de la aguja e indica sus valores máximos.**

En primer lugar se determinan las constantes del movimiento.

$$\text{La amplitud es igual a la mitad del recorrido completo: } A = 4 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

La frecuencia es:

$$f = 20 \text{ puntadas}/10 \text{ s} = 2 \text{ Hz}; \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 4 \cdot \pi \text{ rad/s}; T = 1/f = 1/2 \text{ s}$$

Si se utiliza para la descripción del movimiento la función coseno la fase inicial es:  $v_0 = 0 \text{ rad}$ , y si se utiliza la función seno entonces es:  $v_0 = \pi/2 \text{ rad}$ .

En efecto en el instante inicial la posición del extremo de la aguja es  $y_0 = +A$ , por tanto:

$$y_0 = +A = A \cdot \cos(\omega \cdot 0 + v_0) \rightarrow \cos v_0 = +1 \rightarrow v_0 = 0 \text{ rad}$$

$$y_0 = +A = A \cdot \sin(\omega \cdot 0 + v_0) \rightarrow \sin v_0 = +1 \rightarrow v_0 = \pi/2 \text{ rad}$$

A continuación se seguirá, por sencillez, utilizando la función coseno.

$$a) y_t = A \cdot \cos(\omega \cdot t) = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ m}$$

$$v_t = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot \pi [-\text{sen}(4 \cdot \pi \cdot t)] = -16 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \text{sen}(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ m/s}$$

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -16 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot \pi \cos(4 \cdot \pi \cdot t) = -64 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ m/s}^2$$

b) Sus valores máximos son:

$$y_{\text{máximo}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}; v_{\text{máximo}} = 16 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \text{ m/s}; a_{\text{máximo}} = 64 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \text{ m/s}^2$$

**7. Representa gráficamente el movimiento vibratorio armónico simple de una partícula que queda descrito por la ecuación:  $y = 5 \cdot \cos(10 \cdot t + \pi/2)$ , en unidades SI. Representa gráficamente otro que tenga una amplitud doble y una frecuencia la mitad del anterior.**

Comparando la expresión anterior con la un movimiento armónico simple:

$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0)$ , se tiene que las constantes del movimiento son:

$$A = 5 \text{ m}; \omega = 10 \text{ rad/s}; \phi_0 = \pi/2 \text{ rad}; f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{10 \text{ rad/s}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = \frac{5}{\pi} \text{ Hz}; T = \frac{1}{f} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

Para representar gráficamente la función anterior frente al tiempo se construye la siguiente tabla de valores y se representa la elongación frente al tiempo.

t (s)	0	$T/4 = \pi/20$	$T/2 = \pi/10$	$3 \cdot T/4 = 3 \cdot \pi/20$	$T = \pi/5$
$\omega \cdot t$ (rad)	0	$\pi/2$	$\pi$	$3 \cdot \pi/2$	$2 \cdot \pi$
$\omega \cdot t + \phi_0$ (rad)	$\pi/2$	$\pi$	$3 \cdot \pi/2$	$2 \cdot \pi$	$2 \cdot \pi + \pi/2$
y (m)	0	-5	0	5	0

Las constantes del segundo movimiento son:

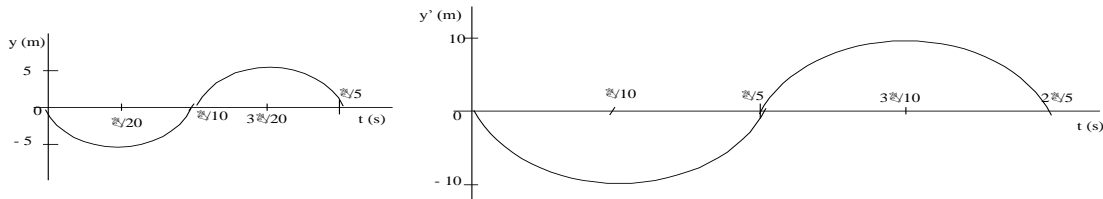
$$A' = 2 \cdot A = 10 \text{ m}; \omega' = \omega/2 = 5 \text{ rad/s};$$

$$f = f'/2 = 5/(2 \cdot \pi) \text{ Hz}; T' = 2 \cdot T = 2 \cdot \pi/5 \text{ s}$$

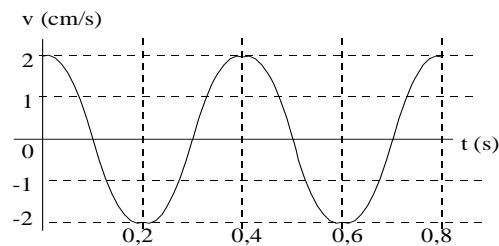
Y La ecuación del movimiento es:  $y = 10 \cdot \cos(5 \cdot t + \pi/2)$

Construyendo la correspondiente tabla de valores, se tiene:

t (s)	0	$T'/4 = \pi/10$	$T'/2 = \pi/5$	$3 \cdot T'/4 = 3 \cdot \pi/10$	$T' = 2 \cdot \pi/5$
$\omega' \cdot t$ (rad)	0	$\pi/2$	$\pi$	$3 \cdot \pi/2$	$2 \cdot \pi$
$\omega' \cdot t + \phi_0$ (rad)	$\pi/2$	$\pi$	$3 \cdot \pi/2$	$2 \cdot \pi$	$2 \cdot \pi + \pi/2$
y' (m)	0	-10	0	10	0



8. La figura adjunta representa gráficamente la velocidad frente al tiempo del movimiento vibratorio armónico de una partícula de 0,1 kg de masa a lo largo al eje OX. Escribe la ecuación de la elongación de la partícula en función del tiempo.



El período del movimiento son 0,4 s, por lo que la frecuencia angular es:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{0,4} = 5 \cdot \pi \text{ rad/s}$$

La amplitud se calcula con su relación con la velocidad máxima:  $v_{\text{máxima}} = 2 \text{ cm/s}$

$$v_{\text{máxima}} = A \cdot \omega; 2 \text{ cm/s} = A \cdot 5 \cdot \pi \text{ rad} \Rightarrow A = 0,127 \text{ cm}$$

Como la velocidad inicial es máxima, la partícula está situada, en ese instante, en la posición central y se dirige hacia elongaciones positivas. Por tanto, si se usa la función seno entonces la fase inicial es  $\phi_0 = 0 \text{ rad}$ .

$$x = 0,127 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}(5 \cdot \pi \cdot t) \text{ m} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{t=0,05 \text{ s}} = 0,127 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}(5 \cdot \pi \cdot 0,05) = 9,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$v = 0,127 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot \pi \cdot \cos(5 \cdot \pi \cdot t) \text{ m/s} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{t=0,05 \text{ s}} = 1,99 \cdot 10^{-2} \cdot \cos(5 \cdot \pi \cdot 0,05) = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$$

9. Colgado de un soporte hay un resorte de constante  $K = 40 \text{ N/m}$  del que cuelga una masa de 1 kg. En estas circunstancias y en equilibrio, la masa dista 1 m del soporte. ¿Cuál es la longitud del resorte cuando no suspende ninguna masa? Ahora se incrementa la masa con otra de 0,5 kg. Partiendo del punto anterior, se libera el sistema. ¿Cuál es la frecuencia de la oscilación?

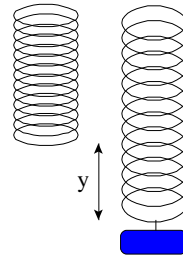
a) La deformación del resorte se determina aplicando la ley de Hooke:

$$F = K \cdot y \rightarrow m \cdot g = K \cdot y$$

$$\text{Despejando: } y = \frac{m \cdot g}{K} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{40 \text{ N/m}} = 0,245 \text{ m}$$

La longitud del resorte cuando no se suspende ningún cuerpo es:

$$\text{longitud} = 1 \text{ m} - 0,245 \text{ m} = 0,755 \text{ m}$$



$$\text{b) La frecuencia es: } \left. \begin{array}{l} K = m \cdot \omega^2 \\ \omega = 2 \pi \cdot \nu \end{array} \right\} \Rightarrow f = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{40 \text{ N/m}}{1,5 \text{ kg}}} = 0,82 \text{ Hz}$$

**10. Una partícula inicia un movimiento armónico simple en el extremo de su trayectoria y tarda 0,1 s en llegar al centro de la misma. Si la distancia entre ambas posiciones es de 20 cm, calcule: el período del movimiento y la pulsación. ¿Cuál es la posición de la partícula 1 s después de iniciado el movimiento?**

La distancia entre el extremo y el centro de la trayectoria es igual a la amplitud del movimiento y el tiempo que tarda en recorrer esa distancia es la cuarta parte del período, por tanto:

$$A = 20 \text{ cm}; T = 4 \cdot 0,1 \text{ s} = 0,4 \text{ s}$$

$$\text{La pulsación del movimiento es: } \omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi \text{ rad}}{0,4 \text{ s}} = 5 \cdot \pi \text{ rad/s}$$

La ecuación general de la posición en un movimiento vibratorio armónico simple es:

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0)$$

La diferencia de fase se calcula aplicando las condiciones iniciales del ejercicio, inicialmente su posición es el extremo de su trayectoria que supongamos es el positivo.

$$y(t=0) = A = A \cdot \cos(\omega \cdot 0 + \phi_0); \cos \phi_0 = 1 \quad \phi_0 = 0 \text{ rad}$$

$$\text{La ecuación del movimiento es: } y(t) = 20 \text{ cm} \cdot \cos(5 \cdot \pi \text{ rad/s} \cdot t)$$

Y en el instante pedido resulta que:

$$y(t=1 \text{ s}) = 20 \text{ cm} \cdot \cos(5 \cdot \pi \text{ rad/s} \cdot 1 \text{ s}) = -20 \text{ cm}$$

La partícula está en el otro extremo de la trayectoria.

En efecto la relación entre el tiempo transcurrido y el período es:

$$t = 1 \text{ s} = \frac{1 \text{ s}}{0,4 \text{ s}} T = 2,5 T$$

Han transcurrido dos períodos y medio, por lo que la partícula está en oposición de fase con el instante inicial, en el otro extremo de la trayectoria.

**11. Calcula en función de la amplitud la elongación de un movimiento vibratorio armónico simple en el instante en el que la velocidad es igual a la mitad de su valor máximo.**

Las ecuaciones generales de la posición y velocidad del movimiento son:

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_0); v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0) \rightarrow v_{\text{máx}} = A \cdot \omega$$

Cuando la velocidad tiene la mitad de su valor máximo:

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0) = \frac{A \cdot \omega}{2} \rightarrow \cos(\omega \cdot t + \phi_0) = \frac{1}{2}$$

$$\text{Y posición es: } x = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_0) = A \cdot \sqrt{1 - \cos^2(\omega \cdot t + \phi_0)} = A \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**12. Una partícula describe un movimiento armónico simple de 20 cm de amplitud. Si alcanza su velocidad máxima, de  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , en el instante inicial, ¿Cuál será la aceleración máxima de la partícula? ¿Cuáles serán la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula en el instante  $t = 1 \text{ s}$ ?**

La amplitud es:  $A = 20 \text{ cm}$

Las expresiones generales de la elongación, velocidad y aceleración de la partícula son:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_0);$$

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0);$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -A \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_0)$$

Como en el instante inicial la velocidad es máxima, se tiene que la fase inicial es:

$$\cos(\omega \cdot 0 + \phi_0) = 1 \rightarrow \phi_0 = 0 \text{ rad}$$

Del valor de la máxima velocidad se deducen el resto de las constantes del movimiento.

$$v_{\text{máxima}} = A \cdot \omega = 5 \text{ m/s} \rightarrow \omega = \frac{v_{\text{máx}}}{A} = \frac{5 \text{ m/s}}{0,2 \text{ m/rad}} = 25 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Las expresiones de la elongación, velocidad y aceleración y sus valores en el instante  $t = 1 \text{ s}$  son:

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_0) = 20 \text{ cm} \cdot \sin(25 \text{ rad/s} \cdot t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{t=1\text{s}} = 20 \text{ cm} \cdot \sin(25 \text{ rad/s} \cdot 1 \text{ s}) = -2,65 \text{ cm}$$



$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 20 \text{ cm} \cdot 25 \text{ s}^{-1} \cdot \cos(25 \text{ rad/s} \cdot t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{t=1s} = 500 \text{ cm/s} \cdot \cos(25 \text{ rad/s} \cdot 1 \text{ s}) = 495,6 \text{ cm/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -500 \text{ cm/s} \cdot 25 \text{ s}^{-1} \cdot \sin(25 \text{ rad/s} \cdot t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_{t=1s} = -1,25 \cdot 10^4 \text{ cm/s} \cdot \sin(25 \text{ rad/s} \cdot 1 \text{ s}) = -1,656 \cdot 10^3 \text{ cm/s}^2$$

Y cuyo valor máximo es:  $a_{\text{máxima}} = 1,25 \cdot 10^4 \text{ cm/s}^2$

**13. Un objeto realiza un movimiento vibratorio armónico simple. Escriba la ecuación de dicho movimiento en unidades del SI, si su aceleración máxima es igual a  $5\pi^2 \text{ cm/s}^2$ , el periodo de las oscilaciones es 2 s y la elongación del punto al iniciarse el movimiento era 2,5 cm.**

a) La expresión general de un movimiento vibratorio armónico simple es:

$$x_t = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi_0)$$

La frecuencia angular es:  $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{2 \text{ s}} = \pi \text{ s}^{-1}$

La amplitud del movimiento se deduce de la expresión de la aceleración máxima:

$$a_{\text{máxima}} = A \cdot \omega^2 \Rightarrow A = \frac{a_{\text{máxima}}}{\omega^2} = \frac{5 \cdot \pi^2 \text{ cm/s}^2}{\pi^2 \text{ s}^{-1}} = 5 \text{ cm}$$

La fase inicial se calcula sustituyendo las condiciones iniciales en la ecuación general:

$$x_{x=0} = 5 \text{ cm} \cdot \sin(\omega \cdot 0 \text{ s} + \phi_0) = 2,5 \text{ cm}; \sin \phi_0 = 0,5 \Rightarrow \phi_0 = \pi/6 \text{ rad}$$

La expresión pedida es:  $x_t = 5 \text{ cm} \cdot \sin(\pi \text{ s}^{-1} \cdot t + \pi/6 \text{ rad})$

**14. Escribe la ecuación general del movimiento vibratorio armónico de una partícula sabiendo que su velocidad es 3 cm/s cuando la elongación es 2,4 cm, que la velocidad es 2 cm/s cuando su elongación es 2,8 cm y que la elongación al iniciarse el movimiento era nula.**

Para resolver esta cuestión hay que expresar la velocidad en función de la posición. En ausencia de rozamiento la energía mecánica del oscilador se conserva, por lo que para cualquier posición se tiene:

$$1/2 \cdot K \cdot A^2 = 1/2 \cdot m \cdot v^2 + 1/2 \cdot K \cdot x^2$$

Como  $K = m \cdot \omega^2$ , se obtiene la expresión:  $v^2 = \omega^2 \cdot (A^2 - x^2)$

Sustituyendo los valores del ejercicio, resulta que:

$$\left. \begin{aligned} (3 \text{ cm/s})^2 &= \omega^2 \cdot [A^2 - (2,4 \text{ cm})^2] \\ (2 \text{ cm/s})^2 &= \omega^2 \cdot [A^2 - (2,8 \text{ cm})^2] \end{aligned} \right\} \frac{9}{4} = \frac{A^2 - 5,76 \text{ cm}^2}{A^2 - 7,84 \text{ cm}^2}$$

Operando:

$$9 \cdot A^2 - 70,56 \text{ cm}^2 = 4 \cdot A^2 - 23,04 \text{ cm}^2; 5 \cdot A^2 = 47,52 \text{ cm}^2 \Rightarrow A = 3,08 \text{ cm}$$

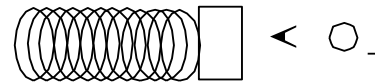
Sustituyendo en una de las ecuaciones del sistema, resulta que la frecuencia angular es:  $(3 \text{ cm/s})^2 = \omega^2 [(3,08 \text{ cm})^2 - (2,4 \text{ cm})^2] \Rightarrow \omega = 1,55 \text{ rad/s}$

Eligiendo la función seno para describir el movimiento, en el instante inicial la fase es igual a 0 rad, la expresión del movimiento es:

$$x_t = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi_0) = 3,08 \text{ cm} \cdot \text{sen}(1,55 \text{ rad/s} \cdot t)$$

**15. Un objeto que tiene una masa de 20 g choca contra un bloque, que inicialmente está en reposo, quedando adherido a él. El bloque tiene una masa de 1,98 kg y está unido a un resorte que se puede desplazar horizontalmente sin rozamiento. De resultados del choque el conjunto se pone a vibrar con una frecuencia de 3 Hz y una amplitud de 50 cm. Calcula la velocidad del objeto pequeño antes del choque y la velocidad y aceleración máximas del sistema después del choque.**

La ecuación general de la posición de un movimiento vibratorio armónico simple es:



$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi_0)$$

Y la de la velocidad es:  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0)$

Cuyo valor máximo es:

$$v_{\text{máximo}} = A \cdot \omega = A \cdot 2 \cdot \pi \cdot f = 0,5 \text{ m} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 3 \text{ Hz} = 3 \cdot \pi \text{ m/s}$$

La velocidad máxima del conjunto se logra en el momento del impacto.

La ecuación de la aceleración es:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = A \cdot \omega^2 \cdot (-\text{sen}(\omega \cdot t + \phi_0))$

Cuyo valor máximo es:

$$a_{\text{máximo}} = A \cdot \omega^2 = A \cdot (2 \cdot \pi \cdot f)^2 = 0,5 \text{ m} \cdot (2 \cdot \pi \cdot 3 \text{ Hz})^2 = 18 \cdot \pi^2 \text{ m/s}^2$$

En el momento del choque se conserva la cantidad de movimiento del sistema. Se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal, por lo que:

$$\Delta \vec{p} = 0; \vec{p}_{\text{antes}} = \vec{p}_{\text{después}} \Rightarrow \vec{p}_{\text{objeto}} + \vec{p}_{\text{bloque}} = \vec{p}_{\text{conjunto}}$$

Como el bloque está inicialmente en reposo y asignando el signo positivo al sentido inicial de la bala, resulta que:

$$m_{\text{objeto}} \cdot v_{\text{objeto}} = m_{\text{conjunto}} \cdot v_{\text{conjunto}}; 0,02 \text{ kg} \cdot v_{\text{objeto}} = (1,98 \text{ kg} + 0,02 \text{ kg}) \cdot 3 \cdot \pi \text{ m/s}$$

Despejando, la velocidad del objeto antes del choque es:  $v_{\text{objeto}} = 300 \cdot \pi \text{ m/s}$

16. Un oscilador tiene una constante recuperadora  $K = 4 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$  y oscila con un período de 2,0 s cuando se le une a una masa  $M$ . En el supuesto de que se duplique la masa de la partícula, ¿qué valor tiene el período? ¿Qué masa se debe colocar para que el período se duplique?

a) El período de un oscilador armónico es:  $T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

Si se duplica la masa entonces:  $T' = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{2 \cdot m}{k}} = \sqrt{2} \cdot T$

El nuevo período es:  $T' = \sqrt{2} \cdot 2,0 \text{ s} = 2,8 \text{ s}$

b) El período se duplica cuando la masa se multiplica por cuatro, en efecto:

$$T' = 2 \cdot T = 2 \cdot 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{4 \cdot m}{k}} = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{m'}{k}} \rightarrow m' = 4 \cdot m$$

17. La elongación de una partícula que describe un movimiento armónico queda determinada por la ecuación:  $y = 0,2 \cdot \sin(6 \cdot \pi \cdot t + \pi) \text{ m}$ . Calcula la amplitud, la pulsación, el período, la frecuencia y la fase inicial del movimiento. ¿En qué instantes pasa la partícula por el origen? Determina la velocidad inicial, la velocidad máxima y la velocidad cuando  $t = 0,5 \text{ s}$ .

a) Comparando la ecuación general  $y = A \cdot \sin(\omega \cdot t + v_0)$  con la ecuación del movimiento se tiene:

$$A = 0,2 \text{ m}; \omega = 6 \cdot \pi \text{ rad/s}; f = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = \frac{6 \cdot \pi \text{ rad/s}}{2 \cdot \pi \text{ rad}} = 3 \text{ Hz}; T = \frac{1}{f} = \frac{1}{3 \text{ Hz}} = \frac{1}{3} \text{ s};$$

$$v_0 = \pi \text{ rad.}$$

b) Cuando la partícula pase por el origen su elongación es:  $y = 0 \text{ m}$ .

$$y = 0,2 \cdot \sin(6 \cdot \pi \cdot t + \pi) = 0; \sin(6 \cdot \pi \cdot t + \pi) = 0 \rightarrow 6 \cdot \pi \cdot t + \pi = n \cdot \pi$$

$$\text{Pasa por el origen en los instantes: } t = \frac{1}{6} \cdot (n - 1) \text{ s, con } n = 1, 2, 3, \dots$$

Es decir pasa por el origen en el instante inicial, en la mitad del período, en el período, etc.

d) La expresión de la velocidad es:

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 0,2 \cdot \cos(6 \cdot \pi \cdot t + \pi) \cdot 6 \cdot \pi = 1,2 \cdot \pi \cdot \cos(6 \cdot \pi \cdot t + \pi) \text{ m/s}$$

Cuyo valor máximo es:  $v_{\text{máxima}} = 1,2 \cdot \pi \text{ m/s}$

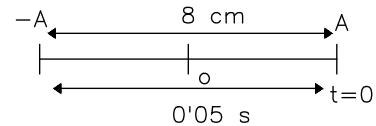
En el instante inicial  $v_0 = 1,2 \cdot \pi \cdot \cos(6 \cdot \pi \cdot 0 + \pi) = 1,2 \cdot \pi \cdot \cos \pi = -1,2 \cdot \pi \text{ m/s}$

En el instante  $t = 0,5 \text{ s}$ :  $v_{0,5 \text{ s}} = 1,2 \cdot \pi \cdot \cos(6 \cdot \pi \cdot 0,5 + \pi) = 1,2 \cdot \pi \cdot \cos(4 \cdot \pi) = 1,2 \cdot \pi \text{ m/s}$

18. Una partícula recorre un segmento de 8 cm de longitud en 0,05 s, animada con un movimiento vibratorio armónico. Si en el instante inicial su elongación es máxima, calcula: la ecuación del movimiento, la posición en el instante 1,85 s y la diferencia de fase con el instante inicial.

La amplitud es la mitad del segmento recorrido:  $A = 4 \cdot 10^{-2}$  m.

Si recorre el segmento en 0,05 s, para volver a la posición inicial tarda el doble  $T = 2 \cdot 0,05$  s = 0,1 s



La pulsación es:  $\omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = 20 \cdot \pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

a) Para conocer la fase inicial se tiene en cuenta que en el instante inicial la partícula se encuentra en la posición  $y = A$ .

Aplicando la ecuación general del movimiento, resulta que:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + v_0); A = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot 0 + v_0); \text{sen } v_0 = 1 \rightarrow v_0 = \pi/2 \text{ rad}$$

a) La ecuación de la elongación es:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + v_0) = 4 \cdot 10^{-2} \text{sen}(20 \cdot \pi \cdot t + \pi/2) \text{ m}$$

b) Sustituyendo el tiempo por el instante pedido, se tiene que:

$$\begin{aligned} y_{1,85} &= 4 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}(20 \cdot \pi \cdot 1,85 + \pi/2) = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}(37,5 \cdot \pi) = \\ &= 4 \cdot 10^{-2} \text{sen}(36 \cdot \pi + 3\pi/2) = -4 \cdot 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

La partícula se encuentra en el otro extremo del segmento.

La diferencia de fase entre esos instantes es:

$$\begin{aligned} \Delta v &= v_{1,85} - v_0 = (20 \cdot \pi \cdot 1,85 + \pi/2) \text{ rad} - (20 \cdot \pi \cdot 0 + \pi/2) \text{ rad} = \\ &= 37 \cdot \pi = 18 \cdot 2 \cdot \pi + \pi \text{ radianes.} \end{aligned}$$

Los instantes están en oposición de fase.

19. Una partícula que describe un movimiento armónico simple con una amplitud de 4 mm y una frecuencia de 2 Hz está en el instante inicial en la posición más alejada de la posición central. Escribe las ecuaciones de la posición, velocidad y aceleración y represéntalas gráficamente frente al tiempo transcurrido.

La frecuencia angular es:  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu = 2 \cdot \pi \cdot 2 \text{ Hz} = 4 \cdot \pi \text{ rad/s}$

Si se utiliza la función coseno para describir la vibración, la fase inicial es  $\phi_0 = 0$  rad.

$$y_t = A \cdot \cos(\omega \cdot t) = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ m}$$

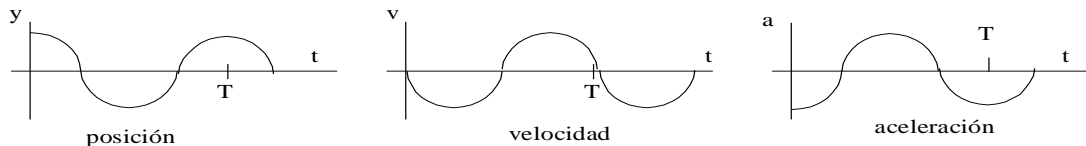
$$v_t = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 4 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot \pi [-\text{sen}(4 \cdot \pi \cdot t)] = -16 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot \text{sen}(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ m/s}$$

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = -16 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot 4 \cdot \pi \cos(4 \cdot \pi \cdot t) = -64 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot t) \text{ m/s}^2$$

Sus valores máximos son:

$$y_{\text{máximo}} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}; v_{\text{máximo}} = 16 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \text{ m/s}; a_{\text{máximo}} = 64 \cdot 10^{-3} \cdot \pi^2 \text{ m/s}^2$$

Para las representaciones gráficas se tiene en cuenta que todas las gráficas se reproducen en un tiempo igual al período y que están comprendidas entre sus valores máximos. Además la posición inicial es máxima y con signo positivo, la aceleración es máxima y con signo negativo y la velocidad es cero, pero como el objeto se dirige hacia el origen el valor de la velocidad aumenta hacia valores negativos.



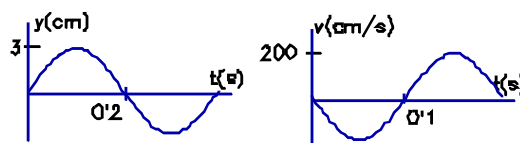
**20. Se tiene un reloj de péndulo que atrasa y otro que adelanta, ¿qué se debe hacer para que midan el tiempo correctamente? Si puestos correctamente se trasladan a lo alto de una montaña, ¿atrasarán o adelantarán, en el nuevo emplazamiento?**

El período de oscilación de un péndulo es:  $T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$

Si el reloj atrasa, es porque su período es mayor que el correcto y por tanto se debe acortar la longitud del péndulo. Si el reloj adelanta se debe hacer su período más grande, lo que se consigue alargando la longitud del péndulo.

Al trasladarlos a lo alto de una montaña, disminuye el valor de la aceleración de la gravedad y por tanto sus períodos se hacen más largos, por lo que atrasan. Para ponerlos correctamente hay que disminuir su período, acortando la longitud del péndulo.

**21. Deduce la ecuación de la elongación para las vibraciones representadas en las figuras.**



a) La ecuación general de la posición es:  $y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + v_0)$

De la gráfica se deduce que:

$$A = y_{\text{máx}} = 3 \text{ cm}; T/2 = 0,2 \text{ s} \rightarrow T = 0,4 \text{ s}; \omega = 2 \cdot \pi/T = 5 \cdot \pi \text{ rad/s}; v_0 = 0 \text{ rad.}$$

La ecuación pedida es:  $y = 3 \cdot 10^{-2} \cdot \text{sen}(5 \cdot \pi \cdot t) \text{ m}$

b) Al utilizar como expresión de la posición  $y = A \cdot \cos(\omega \cdot t + v_0)$ , la ecuación de la velocidad es:

$$v = \frac{\Delta y}{\Delta t} = -A \cdot \omega \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + v_0)$$

Y los valores de las distintas constantes son:

$$T/2 = 0,1 \text{ s} \rightarrow T = 0,2 \text{ s}; \omega = 2 \cdot \pi/T = 10 \cdot \pi \text{ rad/s}; v_0 = 0;$$

$$v_{\text{máx}} = A \cdot \omega = 200 \text{ cm/s} \rightarrow A = \frac{20 \text{ cm}}{\pi} = \frac{0,2}{\pi} \text{ m}$$

La ecuación pedida es:  $y = \frac{0,2}{\pi} \cdot \cos(10 \cdot \pi \cdot t) \text{ m}$

**22. Un péndulo simple está formado por un hilo de longitud  $L = 99,2 \text{ cm}$  y una bolita que oscila en horizontal con una amplitud  $A = 6,4 \text{ cm}$  y un período  $T = 2,00 \text{ s}$ . Calcula la intensidad del campo gravitatorio,  $g$ , en ese lugar. Determina y representa de forma gráfica la velocidad de la bolita en función del tiempo,  $v(t)$ . Toma como origen de tiempo,  $t = 0$ , cuando la bolita pasa por su posición central de equilibrio.**

a) El período de oscilación de un péndulo para pequeñas amplitudes es:

$$T = 2 \cdot \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$\text{Despejando: } g = 4 \cdot \pi^2 \frac{L}{T^2} = 4 \cdot \pi^2 \frac{0,992 \text{ m}}{(2,00 \text{ s})^2} = 9,79 \text{ m/s}^2 = 9,79 \text{ N/kg}$$

b) Para ángulos pequeños, se puede considerar que el movimiento de la bolita del péndulo es un movimiento armónico simple, por lo que su posición en el tiempo es:

$$x_t = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \phi_0)$$

Y su velocidad:  $v_t = \frac{\Delta x}{\Delta t} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi_0)$

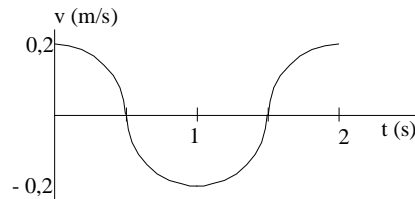
$$\text{La pulsación es: } \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{2 \cdot \pi}{2,00 \text{ s}} = \pi \text{ rad/s}$$

Como en el instante inicial la bolita pasa por la posición más baja, su velocidad es máxima y por ello la fase inicial es:  $\phi_0 = 0 \text{ rad}$ .

La expresión de la velocidad es:  $v_t = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \pi \text{ rad/s} \cdot \cos(\pi \cdot t)$

Y en el instante inicial su velocidad es:  $v_{t=0} = \pi \cdot 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ m/s} = 0,20 \text{ m/s}$

Al representar gráficamente la función  $v(t)$ , se tiene presente que la velocidad está comprendida entre los valores máximos  $v_{\text{máxima}} = \rightarrow 0,20 \text{ m/s}$ . Inicialmente la partícula tiene su velocidad máxima y que sus sucesivos valores se repiten con un período de 2,00 s.



**23. Un péndulo simple que realiza pequeñas oscilaciones tiene un período de 2,000 s cuando está situado en un punto al nivel del mar. Cuando lo situamos en lo alto de una montaña, su período es de 2,002 s. Calcula la altura de la montaña.  $R_T = 6\,370 \text{ km}$ .**

El período de oscilación de un péndulo simple para ángulos muy pequeños depende de la aceleración de la gravedad del lugar. La aceleración de la gravedad de un lugar depende de su distancia respecto del centro de la Tierra, por lo que conocida la relación entre los períodos de un péndulo en dos lugares, se puede conocer la relación entre sus distancias al centro de la Tierra.

Aplicando las relaciones:  $T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$ ;  $g = \frac{G \cdot M_T}{r^2}$  a los dos lugares resulta que:

$$\frac{T_{\text{mar}}}{T_{\text{montaña}}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g_0}}}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g_{\text{montaña}}}}} = \sqrt{\frac{g_{\text{montaña}}}{g_0}} = \sqrt{\frac{\frac{G \cdot M_T}{r^2}}{\frac{G \cdot M_T}{R_T^2}}} = \frac{R_T}{r}$$

Despejando y sustituyendo:

$$r = R_T \cdot \frac{T_{\text{montaña}}}{T_{\text{mar}}} = 6370 \text{ km} \cdot \frac{2,002 \text{ s}}{2,000 \text{ s}} = 6376,37 \text{ km}$$

Y restando el radio de la Tierra:

$$h = r - R_T = 6\,376,37 \text{ km} - 6\,370 \text{ km} = 6,37 \text{ km} = 6\,370 \text{ m}$$

## UNIDAD 12: Leyes de la dinámica

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 245

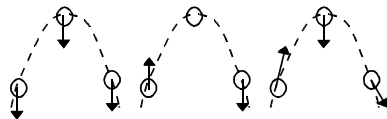
1. ¿Qué tipo de movimiento tiene un objeto al que se le aplica continuamente una fuerza constante en la dirección y sentido del movimiento?

El objeto sigue una trayectoria en línea recta y su velocidad es cada vez mayor, el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado.

2. ¿Por qué es obligatorio colocarse el cinturón de seguridad en cualquier viaje en automóvil?

Por la ley de la inercia, los objetos no agarrados a la carrocería del coche siguen movimientos incontrolados cuando acelera o frena el vehículo.

3. Un balón de fútbol después de golpearlo, con el pie, sigue una trayectoria parabólica. ¿Cuál de los siguientes esquemas describe mejor las fuerzas que actúan sobre él.



El esquema correcto es el primero. Si se prescinde de la fricción con el aire, sobre el balón actúa exclusivamente su peso.

### ACTIVIDADES-PÁG. 246

1. Calcula la cantidad de movimiento de un automóvil de 1200 kg de masa cuando lleva una velocidad de 30 m/s. ¿Qué velocidad debe poseer un balón de 400 g de masa para tener la misma cantidad de movimiento?

Aplicando la definición de cantidad de movimiento:

$$p_{\text{automóvil}} = m_{\text{automóvil}} \cdot v_{\text{automóvil}} = 1\,200 \text{ kg} \cdot 30 \text{ m/s} = 36\,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

Para el balón se tiene que:

$$p_{\text{balón}} = m_{\text{balón}} \cdot v_{\text{balón}}; 36\,000 \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 0,4 \text{ kg} \cdot v_{\text{balón}} \Rightarrow v_{\text{balón}} = 90\,000 \text{ m/s}$$

2. Un objeto de 2 kg de masa se traslada con una velocidad determinada por la expresión:  $\vec{v} = 2 \cdot t \cdot \vec{i} + t \cdot \vec{j}$ , en unidades del SI. Calcula la variación que experimenta la cantidad de movimiento entre los instantes  $t_1 = 2 \text{ s}$  y  $t_2 = 3 \text{ s}$ .

La velocidad del objeto en los instantes indicados es:

$$\vec{v}_1 = (4 \cdot \vec{i} + 2 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}; \vec{v}_2 = (6 \cdot \vec{i} + 3 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$$

Aplicando la definición de cantidad de movimiento:



$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m \cdot \vec{v}_2 - m \cdot \vec{v}_1 = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 2 \text{ kg}(2 \vec{i} + \vec{j}) \text{ m/s} = (4 \vec{i} + 2 \vec{j}) \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

#### ACTIVIDADES-PÁG. 247

3. Un automóvil de 1200 kg de masa arranca desde el reposo y alcanza una velocidad de 72 km/h en 6 s. Calcula la variación de su cantidad de movimiento, la aceleración y la fuerza con la que actúa su motor, supuesta constante.

El módulo de la velocidad expresada en unidades del SI es:  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ .

Se elige como origen de un sistema de referencia un punto del arcén y el eje X la carretera y su sentido positivo el del movimiento. La variación de la cantidad de movimiento del vehículo es:

$$\Delta \vec{p} = m \cdot \Delta \vec{v} = m \cdot (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = 1200 \text{ kg}(20 \vec{i} \text{ m/s} - 0) = 24\,000 \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

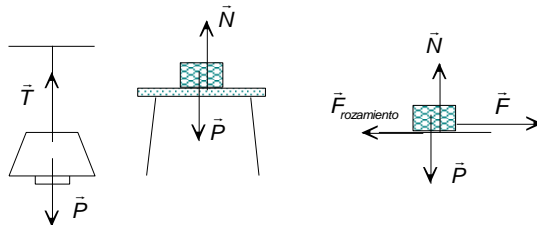
La aceleración es: 
$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{20 \cdot \vec{i} \text{ m/s}}{6 \text{ s}} = 3,3 \cdot \vec{i} \text{ m/s}^2$$

Aplicando la Segunda ley de Newton: 
$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{24\,000 \cdot \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{6 \text{ s}} = 4\,000 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

#### ACTIVIDADES-PÁG. 248

4. Dibuja en un diagrama todas las fuerzas que actúan sobre una lámpara que cuelga del techo, sobre un libro colocado encima de una mesa y sobre una caja que es arrastrada por el suelo. ¿Qué objetos interaccionan con los enumerados?

Con una lámpara que cuelga del techo interaccionan la Tierra, que actúa con la fuerza peso, y la cuerda que cuelga de la escarpia del techo que tira hacia arriba de ella con una fuerza denominada tensión.



Con un libro colocado encima de una mesa interacciona la Tierra, que actúa con la fuerza peso, y la mesa que empuja hacia arriba para que el libro no se caiga.

Con una caja que es arrastrada por el suelo interacciona la Tierra, que actúa con la fuerza peso, el suelo que empuja hacia arriba con la fuerza normal, la fuerza aplicada por la persona que arrastra al objeto y la fuerza de rozamiento con la que actúa el suelo y que se opone al deslizamiento.

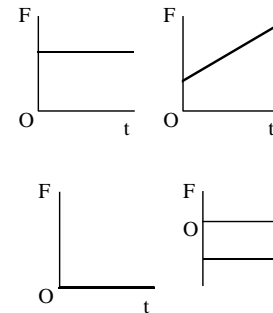
5. Las gráficas de la figura del margen representan la fuerza que actúa, en la misma dirección del movimiento, sobre un objeto que se mueve en línea recta y con velocidad constante. Indica cómo se modifica el movimiento del objeto.

La figura A corresponde a un movimiento con aceleración constante y positiva.

El diagrama B indica la aceleración es variable y cada vez mayor.

El esquema C representa un móvil está en reposo o si se mueve lo hace en línea recta y con velocidad constante, ya que la aceleración es igual a cero.

La figura la D muestra a un móvil que se frena.

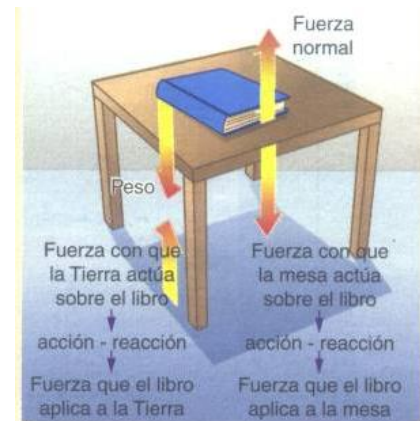


### ACTIVIDADES-PÁG. 253

#### 6. Identifica las fuerzas que actúan sobre un libro colocado encima de una mesa y sus correspondientes pares de acción y reacción.

Sobre un libro situado sobre una mesa actúan su peso, producto de la interacción con la Tierra, y la fuerza normal que es el resultado de la interacción con la superficie de la mesa.

La reacción al peso es la fuerza con que el libro actúa sobre la Tierra. La reacción a la fuerza normal es la fuerza con que el libro empuja a la mesa hacia abajo y que tiene el mismo módulo que el peso del libro.



#### 7. El peso y la fuerza normal tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos opuestos. ¿Forman estas dos fuerzas un par de fuerzas de acción y reacción?

Las fuerzas de acción y reacción actúan sobre objetos diferentes. Por ello el peso y la fuerza normal no son un par de fuerzas de acción y reacción, ya que actúan sobre el mismo objeto.

#### 8. Dos personas de 70 kg y 40 kg de masa, están patinando sobre hielo. Si en un instante la persona adulta empuja a la otra con una fuerza de 20 N, describe el movimiento de las dos personas.

Por la ley de acción y reacción, sobre cada una de las personas actúa una fuerza del mismo módulo y dirección, pero de sentidos opuestos. Por tanto, las dos personas se mueven en sentidos contrarios con aceleraciones distintas. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$a_{\text{adulto}} = \frac{F}{m_{\text{adulto}}} = \frac{20 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = 0,29 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \quad a_{\text{niña}} = \frac{F}{m_{\text{niña}}} = \frac{20 \text{ N}}{40 \text{ kg}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

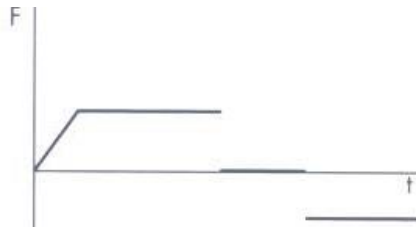
ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 268

1. ¿Por qué es imposible mover un vehículo, situado sobre la horizontal, empujando desde el interior?

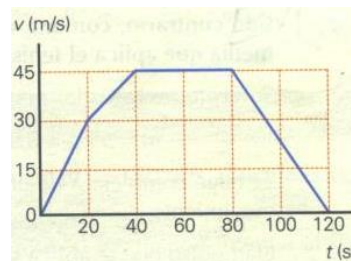
El coche con las personas dentro es un sistema aislado por lo que la cantidad de movimiento del conjunto se conserva. Para modificar su velocidad, se debe modificar su cantidad de movimiento y para ello es necesario aplicar una fuerza externa.

2. Representa gráficamente la fuerza resultante, en función del tiempo, que actúa sobre un objeto que sigue la secuencia de movimientos siguiente en línea recta: arranca desde el reposo con una aceleración cada vez mayor, a continuación sigue con movimiento uniformemente acelerado, posteriormente continúa con velocidad constante y por último se frena uniformemente hasta detenerse.

A partir de la proporcionalidad entre la fuerza aplicada y la aceleración se deduce que inicialmente la fuerza aplicada aumenta, a continuación la fuerza es constante, posteriormente la fuerza es igual a cero y por último la fuerza aplicada es constante y de signo negativo.



3. La gráfica adjunta representa la velocidad, en el transcurso del tiempo, de un móvil de 4 kg de masa que recorre una trayectoria en línea recta. A partir de ella representa gráficamente la fuerza resultante respecto del tiempo.



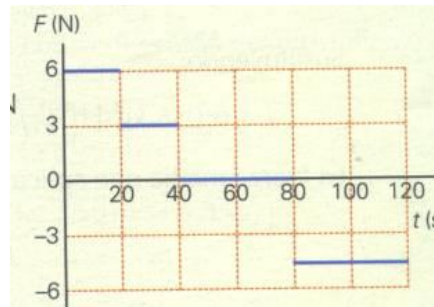
El módulo de la aceleración, en cada uno de los tramos de la gráfica, es igual a la pendiente de la recta y el módulo de la fuerza resultante se calcula aplicando la segunda ley de Newton.

$$a_A = \frac{30 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{20 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 1,5 \text{ m/s}^2 ; F_A = 4 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 = 6 \text{ N}$$

$$a_B = \frac{45 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{40 \text{ s} - 20 \text{ s}} = 0,75 \text{ m/s}^2 ; F_B = 4 \text{ kg} \cdot 0,75 \text{ m/s}^2 = 3 \text{ N}$$

$$a_C = 0 \text{ m/s}^2 ; F_C = 0 \text{ N}$$

$$a_D = \frac{0 \text{ m/s} - 45 \text{ m/s}}{120 \text{ s} - 80 \text{ s}} = -1,125 \text{ m/s}^2 ; F_D = 4 \text{ kg} \cdot (-1,125 \text{ m/s}^2) = -4,5 \text{ N}$$



**4. Al botar una pelota en la Tierra, aparentemente no se conserva la cantidad de movimiento. Justifica esta observación. ¿La pelota actúa con alguna fuerza sobre la Tierra?**

Como en todo tipo de choque en el instante del mismo se conserva la cantidad de movimiento. Pero como la Tierra tiene una masa enorme, el efecto de la fuerza con la que actúa la pelota sobre la Tierra es inobservable.

**5. Un camión que tiene una masa de 20000 kg y se desplaza con una velocidad de 72 km/h, frena y se detiene en 15 s. Calcula la fuerza media con la que actúan sus frenos.**

La velocidad en unidades del SI es:  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$

Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento del camión. El impulso con el que actúa la fuerza es igual a la variación de la cantidad de movimiento.

$$\vec{I} = \Delta \vec{p}; \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta (m \cdot \vec{v}) = m \cdot \vec{v}_{\text{final}} - m \cdot \vec{v}_{\text{inicial}}$$

Como todas las magnitudes tienen la misma dirección:

$$F \cdot 15 \text{ s} = 20\,000 \text{ kg} (0 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}) \Rightarrow F = -26\,667 \text{ N}; \text{ de sentido contrario al movimiento.}$$

**6. Un taco de billar actúa con una fuerza de 30 N durante 0,06 s sobre una bola de 400 g de masa que está en reposo. Calcula el impulso que recibe la bola y la velocidad con la que sale despedida.**

Aplicando la definición de impulso:

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t; I = F \cdot \Delta t = 30 \text{ N} \cdot 0,06 \text{ s} = 1,8 \text{ N} \cdot \text{s}, \text{ de dirección y sentido los de la fuerza.}$$

El impulso que actúa sobre la bola es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

$$\vec{I} = \Delta \vec{p} = \Delta (m \cdot \vec{v}) = m \cdot \vec{v}_{\text{final}} - m \cdot \vec{v}_{\text{inicial}}$$

$$\text{Como la bola está inicialmente en reposo: } \vec{v}_{\text{final}} = \frac{\vec{I}}{m}; v_{\text{final}} = \frac{I}{m} = \frac{1,8 \text{ N} \cdot \text{s}}{0,4 \text{ kg}} = 4,5 \text{ m/s}$$

Cuya dirección y sentido son los de la fuerza aplicada.

**7. Un arma de fuego de 4 kg de masa dispara balas de 8 g de masa con una velocidad de 400 m/s. Calcula la velocidad de retroceso del arma.**

Las fuerzas que se generan durante la explosión de la pólvora del cartucho son fuerzas internas al sistema fusil-bala. El peso y la normal tienen el mismo módulo y sentidos opuestos, por lo que la suma de las fuerzas exteriores al sistema es igual a cero. En estas condiciones, en el momento de la explosión se conserva la cantidad de movimiento del conjunto.

Se elige como sistema de referencia uno con el eje X coincidente con la dirección del movimiento y su sentido positivo el sentido del movimiento de la bala.

$$\sum \vec{F}_{\text{exteriores}} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{constante} \Rightarrow \vec{p}_{\text{antes}} = \vec{p}_{\text{despues}}$$

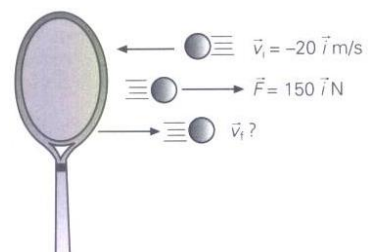
$$\left. \begin{array}{l} \vec{p}_{\text{antes}} = 0 \\ \vec{p}_{\text{despues}} = m_{\text{bala}} \cdot \vec{v}_{\text{bala}} + m_{\text{fusil}} \cdot \vec{v}_{\text{fusil}} \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 400 \text{ m/s} \cdot \vec{i} + 4 \text{ kg} \cdot \vec{v}_{\text{fusil}}$$

Despejando la velocidad del fusil:  $\vec{v}_{\text{fusil}} = -0,8 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$

Lo que indica que el fusil se mueve en sentido contrario al de la bala.

**8. Un tenista recibe una pelota, de 55 g de masa, con una velocidad de 20 m/s. El tenista actúa sobre la pelota con una fuerza de 150 N, contra el movimiento, durante 0,01 s. Calcula la velocidad con que devuelve la pelota.**

Supóngase que la pelota se mueve inicialmente hacia la izquierda y elige el eje X de un sistema de referencia la dirección del movimiento.



se

El impulso que actúa sobre la pelota es igual a la variación de su cantidad de movimiento.

$$\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = \vec{p}_{\text{final}} - \vec{p}_{\text{inicial}} = m \cdot \vec{v}_{\text{final}} - m \cdot \vec{v}_{\text{inicial}}$$

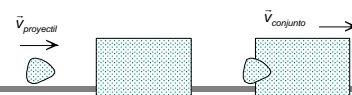
Sustituyendo:

$$150 \cdot \vec{i} \text{ N} \cdot 0,01 \text{ s} = 0,055 \text{ kg} \cdot \vec{v}_f - 0,055 \text{ kg} \cdot (-20) \cdot \vec{i} \text{ m/s} \Rightarrow \vec{v}_f = 7,3 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$$

La velocidad final tiene la misma dirección y sentido que la fuerza aplicada, es decir sentido contrario al de la velocidad inicial.

**9. Un proyectil de 12 g de masa que tiene una velocidad de 200 m/s choca y queda incrustado en un bloque de madera de 3 kg de masa que se encuentra en reposo. Calcula la velocidad del conjunto después del choque.**

El sistema permanece aislado durante el choque, por lo que su cantidad de movimiento total permanece constante. Se elige un



sistema de referencia con la parte positiva del eje X el sentido de la velocidad inicial del proyectil.

La cantidad de movimiento antes de la interacción es:

$$\vec{p}_{\text{antes}} = \vec{p}_{\text{proyectil}} + \vec{p}_{\text{bloque}} = m_{\text{proyectil}} \cdot \vec{v}_{\text{proyectil}} + m_{\text{bloque}} \cdot \vec{v}_{\text{bloque}} = 12 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 200 \cdot \vec{i} \text{ m/s} + 0 = 2,4 \cdot \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

La cantidad de movimiento después de la interacción es:

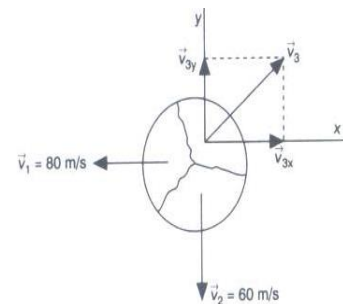
$$\vec{p}_{\text{después}} = \vec{p}_{\text{conjunto}} = m_{\text{conjunto}} \cdot \vec{v}_{\text{conjunto}} = 3,012 \text{ kg} \cdot \vec{v}_{\text{conjunto}}$$

Aplicando la ley de conservación de la cantidad de movimiento, resulta que:

$$\vec{p}_{\text{antes}} = \vec{p}_{\text{después}}; 2,4 \cdot \vec{i} \text{ kg} \cdot \text{m/s} = 3,012 \text{ kg} \cdot \vec{v}_{\text{conjunto}} \Rightarrow \vec{v}_{\text{conjunto}} = 0,8 \cdot \vec{i} \text{ m/s}$$

**10. Un petardo de ferias está en reposo y explota en tres fragmentos iguales. El uno sale hacia el oeste a 80 m/s, otro hacia el sur a 60 m/s, ¿cuál es la velocidad y dirección del tercero?**

Las fuerzas de la explosión son internas al sistema, por tanto durante explosión se conserva la cantidad de movimiento del petardo. Como explosión se produce en el plano, se conserva la componente x y la componente y de la cantidad de movimiento.



la  
la

$$\Sigma \vec{F} = 0; \Delta \vec{p} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Delta \vec{p}_x = 0 \\ \Delta \vec{p}_y = 0 \end{cases}$$

Se elige un sistema de referencia con su origen en el petardo en el instante de la explosión y el eje X la dirección oeste-este, el eje Y es la dirección sur-norte. Sea m la masa de cada fragmento y v el ángulo que forma el vector velocidad del tercer fragmento con el eje X.

$$\left. \begin{aligned} -m \cdot v_1 \cdot \vec{i} + m \cdot \vec{v}_{3x} &= 0 \Rightarrow \vec{v}_{3x} = 80 \cdot \vec{i} \text{ m/s} \\ -m \cdot v_2 \cdot \vec{j} + m \cdot \vec{v}_{3y} &= 0 \Rightarrow \vec{v}_{3y} = 60 \cdot \vec{j} \text{ m/s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{v}_3 = (80 \cdot \vec{i} + 60 \cdot \vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\text{El módulo de la velocidad es: } v_3 = \sqrt{v_{3x}^2 + v_{3y}^2} = \sqrt{(80 \text{ m/s})^2 + (60 \text{ m/s})^2} = 100 \text{ m/s}$$

Y el ángulo que forma con el eje de abscisas es:

$$\text{tg } \varphi = \frac{v_{3y}}{v_{3x}} = \frac{60 \text{ m/s}}{80 \text{ m/s}} = \frac{3}{4} \rightarrow \varphi = 36^\circ 52' 12''$$

**11. Un automóvil de 1500 kg de masa circula a 120 km/h por una carretera y se salta una señal de stop. De resultas de la infracción de tráfico choca lateralmente contra un camión, de 8 000 kg que circula perpendicularmente a 36 km/h. Si quedan enganchados después del choque calcula el módulo, dirección y sentido de la velocidad del conjunto.**

Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento del automóvil y el eje Y la del camión. Durante el choque el sistema permanece aislado por lo que se conservan las componentes de la cantidad de movimiento del conjunto formado por el automóvil y el camión.

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0; m_a \cdot \vec{v}_a + m_c \cdot \vec{v}_c = (m_a + m_c) \cdot \vec{v}$$

Sustituyendo:

$$1500 \text{ kg} \cdot 120 \cdot \vec{i} \text{ km/h} + 8000 \text{ kg} \cdot 36 \cdot \vec{j} \text{ km/h} = 9500 \text{ kg} \cdot \vec{v}$$

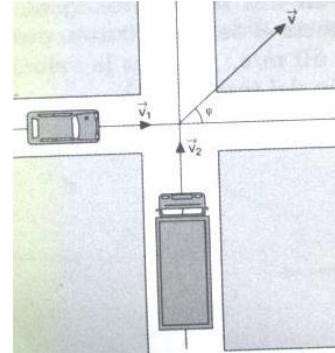
$$\text{Despejando: } \vec{v} = (19 \cdot \vec{i} + 30,3 \cdot \vec{j}) \text{ km/h}$$

El módulo es la velocidad es:

$$|\vec{v}| = \sqrt{(19 \text{ km/h})^2 + (30,3 \text{ km/h})^2} = 35,8 \text{ km/h}$$

El vector velocidad forma con el eje X un ángulo:

$$\varphi = \arctg \frac{v_y}{v_x} = \arctg \frac{30,3 \text{ km/h}}{19 \text{ km/h}} = 57^\circ 54' 35''$$



**12. Un niño que tiene una masa de 35 kg está patinando sobre una superficie helada con su padre que tiene una masa de 70 kg. Si cuando se encuentran los dos en reposo, el padre empuja a su hijo con una fuerza de 140 N, determina el estado de movimiento de cada uno de ellos.**

Al empujar el adulto al niño, por la ley de acción y reacción sobre cada una de las personas actúa una fuerza del mismo módulo y dirección, pero de sentidos opuestos. Por tanto las dos personas se mueven con velocidades de la misma dirección y sentidos opuestos.

Aplicando la segunda ley de Newton:

$$a_{\text{adulto}} = \frac{F}{m_{\text{adulto}}} = \frac{140 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \quad a_{\text{niño}} = \frac{F}{m_{\text{niño}}} = \frac{140 \text{ N}}{35 \text{ kg}} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

**13. Un muelle tiene una longitud en reposo de 5 cm y una constante de 4 N/cm. El límite de elasticidad se sobrepasa cuando la longitud del muelle es 25 cm. Calcula la fuerza máxima que le podremos aplicar sin inutilizarlo. ¿Qué fuerza se aplica cuando el muelle mide 15 cm? ¿Cuánto se estira el muelle al aplicarle 48 N?**

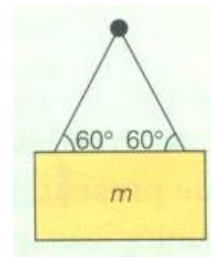
En todos los casos se aplica la ley de Hooke.

$$\text{a) } F_{\text{máxima}} = K \cdot (L - L_0) = 4 \text{ N/cm} \cdot (25 \text{ cm} - 5 \text{ cm}) = 80 \text{ N}$$

$$\text{b) } F_{x=15 \text{ cm}} = K \cdot (L - L_0) = 4 \text{ N/cm} \cdot (15 \text{ cm} - 5 \text{ cm}) = 40 \text{ N}$$

$$\text{c) } F = K \cdot \Delta L; 48 \text{ N} = 4 \text{ N/cm} \cdot \Delta L \rightarrow \Delta L = 12 \text{ cm}$$

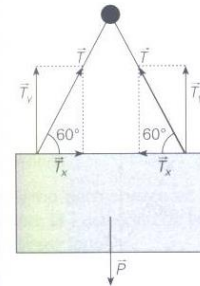
14. Un cuadro que tiene una masa de 3 kg se cuelga de una escarpia que está incrustada en una pared, tal y como muestra la figura adjunta. Determina la tensión que soporta cada uno de los hilos y la fuerza que actúa sobre la escarpia.



y su  
En

Sobre el objeto actúan las tensiones de los hilos que tienen la dirección de estos peso. Si los hilos están uniformemente distribuidos, soportan la misma tensión. estas condiciones el cuadro está en equilibrio.

a) Se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Aplicando la condición de equilibrio:

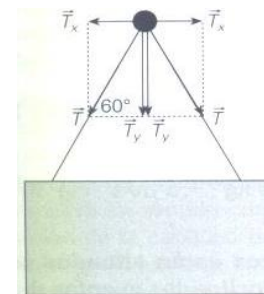


$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = 0 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

Descomponiendo las tensiones en sus componentes:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{P} + 2 \cdot \vec{T}_y = 0; 2 \cdot T \cdot \sin \varphi = m \cdot g \Rightarrow T = \frac{m \cdot g}{2 \cdot \sin \varphi} = \frac{3 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{2 \cdot \sin 60^\circ} = 17 \text{ N}$$

b) Aplicando la ley de acción y reacción, se deduce que sobre la escarpia actúan los dos hilos con una fuerza, cada uno de ellos, del mismo módulo la tensión que soportan y de dirección la de ellos mismos. Por tanto los actúan, sobre la escarpia, con una fuerza igual al peso del cuadro.



que  
hilos

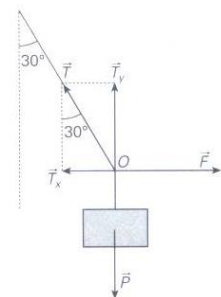
$$\Sigma \vec{F}_{\text{hilos}} = 2 \cdot \vec{T}_y = \vec{P}$$

Como la escarpia está en equilibrio la pared tiene que actuar con una fuerza mismo módulo y dirección, pero de sentido opuesto.

del

15. Una lámpara que tiene una masa de 6 kg cuelga del techo mediante un cable. ¿Qué fuerza hay que aplicar horizontalmente para que la cuerda forme un ángulo de 30° con la vertical?

El punto O de la figura, en el que se une la cuerda horizontal con el cable vertical, está en equilibrio y en él concurren las siguientes fuerzas: la tensión de la cuerda T, el peso de la lámpara y la fuerza, F, que hay que aplicar horizontalmente.



Se elige un sistema de referencia con el origen en el punto O, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Descomponiendo la tensión de la cuerda en componentes y aplicando la primera condición de equilibrio al punto O, se tiene:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{T}_x = 0; F = T \cdot \cos 30^\circ$$

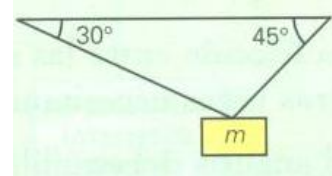
$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T}_y + \vec{P} = 0; m \cdot g = T \sin 30^\circ$$



Dividiendo la segunda ecuación entre la primera, se tiene:

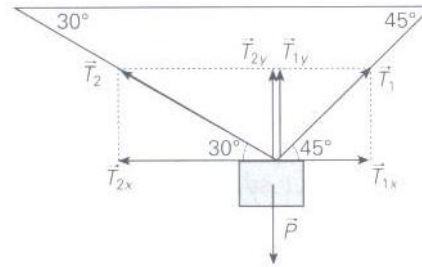
$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{m \cdot g}{F} \Rightarrow F = \frac{6 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 101,8 \text{ N}$$

**16. Un objeto de 40 kg de masa cuelga del techo mediante dos cabos como muestra la figura adjunta. Determina la intensidad de las fuerzas con las que actúan los cabos de cuerda sobre el techo.**



tal

Sobre el objeto actúan las tensiones de los hilos que tienen la dirección de estos y su peso. En estas condiciones el objeto está en equilibrio. Se elige un sistema de referencia con su origen en el punto en que se unen los hilos con el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.



está en el

Aplicando la condición de equilibrio:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = 0 \\ \Sigma \vec{F}_y = 0 \end{cases}$$

Descomponiendo las tensiones en sus componentes:

$$\Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{T}_{1x} + \vec{T}_{2x} = 0; T_1 \cdot \cos 45^\circ = T_2 \cdot \cos 30^\circ$$

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y} + \vec{P} = 0; T_1 \cdot \sin 45^\circ + T_2 \cdot \sin 30^\circ = m \cdot g$$

Despejando  $T_1$  en la primera ecuación:  $T_1 = 1,225 \cdot T_2$

Sustituyendo en la segunda:  $0,866 \cdot T_2 + 0,5 T_2 = 40 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \rightarrow T_2 = 287 \text{ N}$

Sustituyendo en la primera:  $T_1 = 1,225 \cdot T_2 = 351,6 \text{ N}$

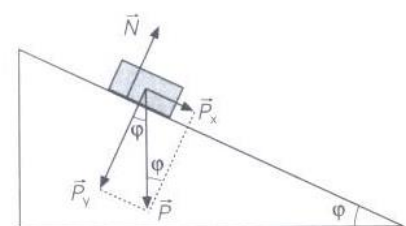
Aplicando la ley de acción y reacción, sobre el techo actúan los cabos con unas fuerzas del mismo módulo que  $T_1$  y  $T_2$  según la dirección de los mismos hilos.

**17. Determina la aceleración con la que se desliza un objeto de masa  $m$  colocado sobre una superficie exenta de rozamiento y que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. ¿Con qué aceleración se deslizará un objeto que tiene una masa el doble que el anterior?**

Sobre el objeto actúan su peso y la fuerza normal. Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie del plano inclinado y el eje Y perpendicular a la misma.

En el eje Y, el objeto está en equilibrio.

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

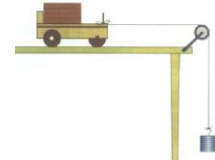


En el eje X, el objeto se mueve con aceleración constante.

$$\Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{p}_x = m \cdot \vec{a}; m \cdot g \cdot \text{sen } v = m \cdot a \rightarrow a = g \cdot \text{sen } v$$

La aceleración con que se desliza el objeto es independiente de su masa.

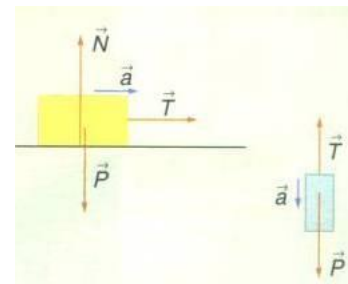
**18. Un carrito de 100 g de masa está colocado encima de una mesa y unido una cuerda que pasa por una polea a otro objeto de 50 g de masa y que cuelga, tal y como se representa en la figura adjunta. Prescindiendo de la fricción con la mesa, calcula la tensión del hilo y la aceleración del sistema.**



por

Sobre el objeto que cuelga actúan su peso y la tensión de la cuerda que lo sostiene. Sobre el colocado en la superficie horizontal actúan su peso, la fuerza normal y la tensión de la cuerda que tira de él. La tensión de la cuerda que actúa sobre los dos objetos es la misma, al igual que la aceleración con la que se mueven.

Para cada objeto se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical y se aplican las leyes de la dinámica a objetos considerados individualmente.



los

Sobre el carrito:  $\Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{T} = m_{\text{carrito}} \cdot \vec{a} \Rightarrow T = m_{\text{carrito}} \cdot a$

Sobre las pesas:

$$\Sigma \vec{F}_y = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m_{\text{pesas}} \cdot \vec{a} \Rightarrow T - P_{\text{pesas}} = m_{\text{pesas}} (-a)$$

Restando de la primera ecuación la segunda, resulta que:

$$P_{\text{pesas}} = m_{\text{carrito}} \cdot a + m_{\text{pesas}} \cdot a$$

Despejando:

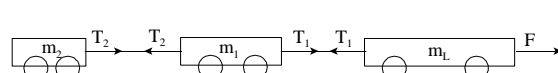
$$a = \frac{P_{\text{pesas}}}{m_{\text{carrito}} + m_{\text{pesas}}} = \frac{m_{\text{pesas}} \cdot g}{m_{\text{carrito}} + m_{\text{pesas}}} = \frac{0,05 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{0,100 \text{ kg} + 0,050 \text{ kg}} = 3,27 \text{ m/s}^2$$

Y la tensión del hilo:  $T = m_{\text{carrito}} \cdot a = 0,100 \text{ kg} \cdot 3,27 \text{ N} = 0,327 \text{ N}$

**19. Una locomotora, que tiene una masa de 70000 kg, arrastra por una vía horizontal dos vagones de masas 20000 kg y 10000 kg respectivamente. Despreciando el rozamiento con la vía, calcula la fuerza con la que actúa la locomotora y las tensiones entre los enganches de los vagones cuando arranca con una aceleración de 1,5 m/s<sup>2</sup>.**

Sobre la locomotora y los vagones actúan sus pesos, las fuerzas normales. Además, cada enganche actúa con dos fuerzas: una para arrastrar al correspondiente vagón y otra que impide el movimiento del que le precede

Del último vagón tira la tensión del enganche por lo que:



T<sub>2</sub>,

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_2 = m_2 \cdot \vec{a}; T_2 = m_2 \cdot a = 10\,000 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 = 15\,000 \text{ N}$$

Sobre el primer vagón actúa la fuerza que tira de él  $T_1$  y la tensión del enganche  $T_2$ , que arrastra al último vagón y que se opone al movimiento.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m_1 \cdot \vec{a}; T_1 - T_2 = m_1 \cdot a;$$

$$T_1 = 15\,000 \text{ N} + 20\,000 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 = 45\,000 \text{ N}$$

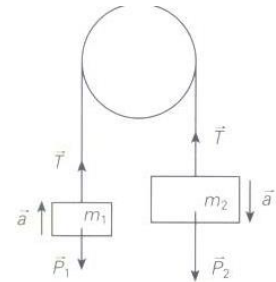
Sobre la locomotora actúa la fuerza del motor y la tensión del enganche  $T_1$ , que arrastra al primer vagón y que se opone al movimiento.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{F} + \vec{T}_1 = m_L \cdot \vec{a}; F - T_1 = m_L \cdot a;$$

$$F = 45\,000 \text{ N} + 70\,000 \text{ kg} \cdot 1,5 \text{ m/s}^2 = 150\,000 \text{ N}$$

**20. Por la garganta de la polea pasa una cuerda inextensible, y de masa despreciable, de la que penden dos objetos de masas:  $m_1 = 40 \text{ g}$  y  $m_2 = 50 \text{ g}$ . Determina la aceleración con la que evoluciona el sistema y la tensión del hilo. Si se deja en libertad al sistema cuando los dos objetos están a la misma altura, determina la distancia que los separa al cabo de un segundo.**

La aceleración con la que sube un objeto es la misma con la que baja el otro y la cuerda, si es inextensible y de masa despreciable, está sometida a la misma tensión en todos sus puntos.



a) Si se consideran los objetos individualmente, las fuerzas que actúan sobre cada uno de ellos son su peso y la tensión de la cuerda. Se elige un sistema de referencia con el eje  $Y$  en la vertical y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia abajo. Aplicando la Segunda ley de Newton a cada objeto, se tiene:

$$\text{Para el objeto de masa } m_1: \vec{F}_{\text{resultante } 1} = m_1 \cdot \vec{a}; P_1 - T = m_1 \cdot (-a);$$

$$\text{Para el objeto de masa } m_2: \vec{F}_{\text{resultante } 2} = m_2 \cdot \vec{a}; P_2 - T = m_2 \cdot a$$

$$\text{Restando, queda: } P_2 - P_1 = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \rightarrow a = \frac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g_0$$

$$\text{Sustituyendo: } a = \frac{0,05 \text{ kg} - 0,04 \text{ kg}}{0,05 \text{ kg} + 0,04 \text{ kg}} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,09 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

b) La tensión de la cuerda se determina sustituyendo el valor de la aceleración en una de las dos ecuaciones de los objetos.

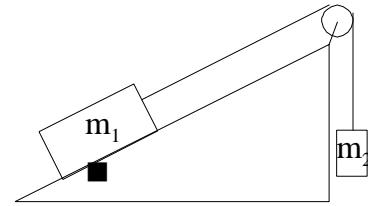
$$P_2 - T = m_2 \cdot a; T = P_2 - m_2 \cdot a = m_2 (g - a) = 0,05 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 - 1,09 \text{ m/s}^2) = 0,44 \text{ N}$$

c) La distancia que les separa en 1 s es el doble que la que recorre cada uno de ellos.

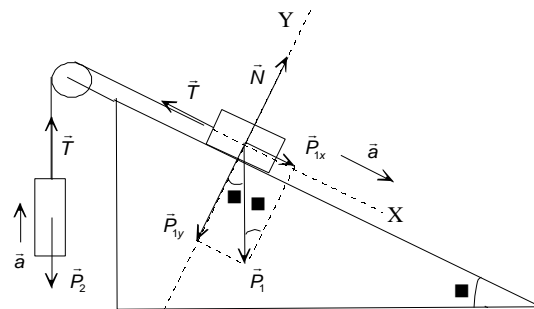
$$h = 2 \cdot \Delta y = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,09 \text{ m/s}^2 \cdot (1 \text{ s})^2 = 1,09 \text{ m}$$

21. Los objetos de la figura tienen masas de  $m_1 = 6 \text{ kg}$  y  $m_2 = 2 \text{ kg}$  y están colocados en un plano inclinado que forma un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Calcula la aceleración del sistema.

Sobre el objeto que cuelga actúa su peso y la tensión de la cuerda. Sobre el apoyado en el plano inclinado actúan su peso, la fuerza normal y la tensión de la cuerda. La tensión de la cuerda es la misma en todos sus puntos y los dos objetos están animados con la misma aceleración.



Se aíslan los dos objetos, para el objeto que cuelga se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y el otro objeto se elige el eje X paralelo a la superficie deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma y se aplican las leyes de la dinámica.



para de

Objeto que cuelga:

$$\Sigma \vec{F}_y = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P}_2 = m_2 \cdot \vec{a} \Rightarrow T - P_2 = m_2 \cdot a; T - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a \Rightarrow T = m_2 \cdot (g + a)$$

Objeto apoyado sobre el plano inclinado:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_1 + \vec{P}_{1y} = 0; N_1 = P_{1y} = m_1 \cdot g \cdot \cos \phi \\ \Sigma \vec{F}_x = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{P}_{1x} + \vec{T} = m_1 \cdot \vec{a}; P_{1x} - T = m_1 \cdot a; P_1 \cdot \sin \phi - T = m_1 \cdot a \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T = m_1 \cdot (g \cdot \sin \phi - a)$$

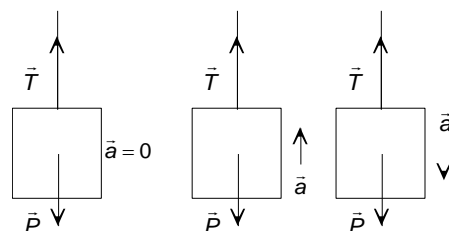
Igualando las dos ecuaciones que contienen la tensión:

$$m_2 \cdot g + m_2 \cdot a = m_1 \cdot g \cdot \sin \phi - m_1 \cdot a \Rightarrow$$

$$a = \frac{g(m_1 \cdot \sin \phi - m_2)}{m_1 + m_2} = \frac{9,8 \text{ m/s}^2 (6 \text{ kg} \cdot \sin 30^\circ - 2 \text{ kg})}{6 \text{ kg} + 2 \text{ kg}} = 1,2 \text{ m/s}^2$$

22. Una grúa traslada paquetes de 200 kg de masa. Calcula la tensión del cable cuando el paquete está colgado en los siguientes casos: parado, al subir con una velocidad de 4 m/s, al arrancar con una aceleración de 1 m/s<sup>2</sup> y al frenar con una aceleración de 1 m/s<sup>2</sup>.

Sobre el paquete actúa su peso y la tensión de la cuerda. Se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y se aplican las leyes de la dinámica.



a) Parado y con velocidad constante.

En los dos casos la aceleración es igual al cero y el objeto está en equilibrio.

$$\sum \vec{F} = 0; \vec{T} + \vec{P} = 0; T - P = 0; T = m \cdot g = 200 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1960 \text{ N}$$

b) Aceleración hacia arriba.

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; T - P = m \cdot a;$$

$$T = m \cdot g + m \cdot a = 200 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 + 1 \text{ m/s}^2) = 2160 \text{ N}$$

b) Aceleración hacia abajo.

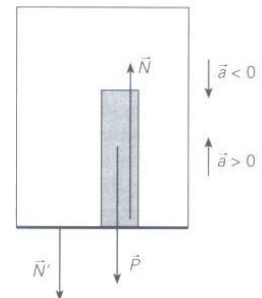
$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a};$$

$$T - P = m \cdot (-a); T = m \cdot g - m \cdot a = 200 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 - 1 \text{ m/s}^2) = 1760 \text{ N}$$

**23. Una persona de 70 kg de masa utiliza un ascensor que tiene una masa de 500 kg. Calcula la fuerza con la que actúa la persona sobre el suelo del ascensor en los siguientes casos: cuando está parado, al arrancar hacia arriba con una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup>, al ascender con velocidad constante y al frenar con una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup>.**

Sobre la persona actúan dos fuerzas su peso y la fuerza normal  $\vec{N}_0$  con que actúa el suelo del ascensor. Aplicando la ley de acción y reacción, si el ascensor actúa sobre la persona con una fuerza  $\vec{N}_0$ , la persona actúa sobre el suelo con una fuerza  $\vec{N}'_0$ , de la misma dirección y módulo y de sentido opuesto.

Por ello, basta en todos los casos con calcular el módulo de la fuerza normal,  $\vec{N}_0$ , que actúa sobre la persona. La dirección de la fuerza con la que actúa la persona es la vertical y sentido hacia abajo, en todos los casos.



Se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y se asigna el signo positivo a las magnitudes que tienen sentido hacia arriba.

a) Cuando está parado o se mueve con velocidad constante, la persona está en equilibrio.

$$\sum \vec{F} = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g = 70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 686 \text{ N}$$

En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es:  $N' = 686 \text{ N}$

b) Aceleración hacia arriba.

Aplicando la segunda ley de Newton, a la persona:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{N} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; N - P = m \cdot a; N = m \cdot g + m \cdot a = m(a + g)$$

$$\text{Sustituyendo: } N = 70 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s}^2 + 9,8 \text{ m/s}^2) = 826 \text{ N}$$

En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es:  $N = 826 \text{ N}$

c) Aceleración hacia abajo.

Aplicando la segunda ley de Newton, a la persona:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{N} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}; N - P = m(-a); \quad N = m \cdot g - m \cdot a = m(g - a)$$

Sustituyendo:  $N = 70 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 - 2 \text{ m/s}^2) = 546 \text{ N}$

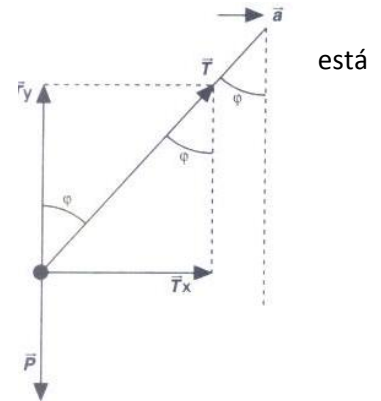
En módulo de la fuerza con que actúa la persona sobre el suelo es:  $N = 546 \text{ N}$

**24. Colgando del techo de un automóvil se coloca un péndulo de masa  $m$ . Deduce la relación entre la aceleración del vehículo y el ángulo que se desvía la cuerda del péndulo de la vertical.**

Para un observador inercial, situado fuera del vehículo, las fuerzas que actúan sobre el péndulo son el peso y la tensión de la cuerda. El cuerpo no en equilibrio y aplicando la segunda ley de Newton:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Se descompone la tensión en la componente horizontal y vertical y como en la dirección vertical el objeto está equilibrio siempre que la aceleración sea constante, resulta que:



$$\left. \begin{array}{l} \sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{T}_x = m \cdot \vec{a} \Rightarrow T \cdot \text{sen } \varphi = m \cdot a \\ \sum \vec{F}_y = 0; \vec{T}_y + \vec{P} = 0 \Rightarrow T \cdot \text{cos } \varphi = m \cdot g \end{array} \right\} \Rightarrow \text{tg } \varphi = \frac{a}{g}$$

**25. Una persona de 70 kg de masa utiliza un ascensor que tiene una masa de 500 kg. El ascensor tarda 1 s en pasar desde el reposo hasta velocidad constante de 2 m/s, y otro segundo en frenar y detenerse. Calcula la fuerza que soporta el suelo del ascensor y la tensión de los cables en los siguientes casos: al arrancar ascendiendo, cuando lleva velocidad constante y al parar ascendiendo.**

La aceleración que posee el ascensor al arrancar o parar es:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 \text{ m/s}}{1 \text{ s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

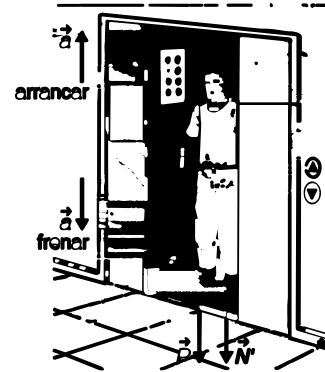
a) Fuerza que soporta el suelo del ascensor.

Las fuerzas que actúan sobre la persona son su peso y la fuerza normal que aplica el suelo. Sobre el suelo del ascensor actúa una fuerza del mismo módulo que la fuerza normal que aplica sobre la persona (acción y reacción). En módulo  $N = N'$

Un observador exterior elige como referencia la vertical y aplicando la segunda ley de Newton a la persona.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{N} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}$$

- Al arrancar hacia arriba:  $N - m \cdot g = m \cdot a$ ;  
 $N = m (g + a) = 70 \text{ kg} \cdot (9,8 + 2) \text{ m/s}^2 = 826 \text{ N}$
- Con velocidad constante:  $N - m \cdot g = 0$ ;  
 $N = m \cdot g = 70 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 686 \text{ N}$
- Al frenar subiendo:  $N - m \cdot g = m \cdot (-a)$ ;  
 $N = m (g - a) = 70 \text{ kg} \cdot (9,8 - 2) \text{ m/s}^2 = 546 \text{ N}$

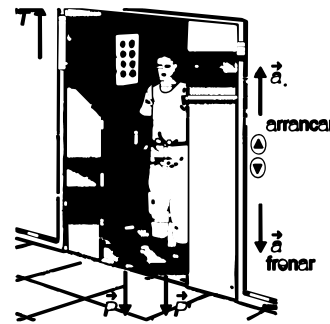


b) Las fuerzas que actúan sobre el sistema formado por el ascensor y la persona son: el peso del ascensor, el peso de la persona y la tensión del cable.

Un observador exterior elige como referencia la vertical y aplicando la segunda ley de Newton.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P} + \vec{P}' = m \cdot \vec{a}$$

- Al arrancar hacia arriba:  
 $T - m \cdot g - m' \cdot g = (m + m') \cdot a$ ;  
 $T = (m + m') \cdot (a + g) = 570 \text{ kg} \cdot 11,8 \text{ m/s}^2 = 6726 \text{ N}$
- Con velocidad constante:  $T - m \cdot g - m' \cdot g = 0$ ;  
 $T = (m + m') \cdot g = 570 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 5586 \text{ N}$
- Al frenar subiendo:  
 $T - m \cdot g - m' \cdot g = (m + m') \cdot (-a)$ ;  
 $T = (m + m') \cdot (g - a) = 570 \text{ kg} \cdot 7,8 \text{ m/s}^2 = 4446 \text{ N}$

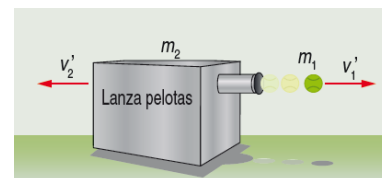


c) Al romperse el cable el ascensor desciende con la aceleración de la gravedad y la fuerza que soporta es cero:

$$N - P = m \cdot (-a);$$

$$N = m \cdot g - m \cdot g = 0 \text{ N}$$

26. Un jugador de béisbol utiliza una máquina lanzadora para ayudarse a mejorar su promedio de bateo. Coloca la máquina de 50 kg sobre una superficie lisa pulida para despreciar el efecto del rozamiento. La máquina dispara horizontalmente una bola de béisbol de 0,15 kg con una velocidad de 36 m/s. ¿Cuál es la velocidad de retroceso de la máquina?



Cuando la pelota de béisbol se lanza horizontalmente hacia la derecha, la máquina lanzadora retrocede hacia la izquierda. El momento lineal total del sistema antes y después del lanzamiento es cero.

$$m_1 = \text{masa de la bola de béisbol} = 0,15 \text{ kg}$$

$v'_1$  = velocidad que adquiere la pelota = 36 m/s hacia la derecha.

$m_2$  = masa de la máquina lanzadora de pelotas de béisbol = 50 kg

$v'_2$  = velocidad de retroceso de la máquina lanzadora de pelotas, cuyo sentido es hacia la izquierda.

El momento lineal total del sistema antes del lanzamiento es cero:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = 0$$

El momento lineal total del sistema después del lanzamiento es cero:

$$m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2 = 0$$

$0,15 \text{ kg} \cdot 36 \text{ m/s} + 50 \text{ kg} \cdot v'_2 = 0 \Rightarrow v'_2 = -0,11 \text{ m/s}$ , donde el signo negativo significa que la máquina lanzadora se mueve hacia la izquierda después del lanzamiento.

En términos de la tercera ley de Newton, para toda fuerza (hacia la izquierda) sobre la máquina lanzadora hay una fuerza igual pero opuesta (a la derecha). Debido a que la máquina lanzadora tiene más masa que la pelota, la aceleración y la velocidad de la máquina lanzadora son más pequeñas que la aceleración y la velocidad de la pelota de béisbol.

**27. Un automóvil de 1800 kg está detenido en un semáforo y es golpeado por atrás por otro automóvil de 900 kg y los dos quedan enganchados. Si el automóvil más pequeño tenía una velocidad de 20 m/s antes del choque. ¿Cuál es la velocidad del conjunto enganchado después de la colisión?**

El momento lineal total del sistema (los dos automóviles) antes del choque es igual al momento lineal total del sistema después del choque, debido a que el momento lineal se conserva en cualquier tipo de colisión.

Antes del choque:

$m_1$  = masa del automóvil que está detenido = 1800 kg

$v_1$  = velocidad del automóvil que está detenido = 0.

$m_2$  = masa del automóvil que golpea = 900 kg

$v_2$  = velocidad del automóvil que golpea = 20 m/s

Después del choque:

$$m_T = m_1 + m_2 = 1800 \text{ kg} + 900 \text{ kg} = 2700 \text{ kg}$$

$v_F$  = velocidad con la cual se desplazan los dos automóviles unidos después del choque.

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_T \cdot v_F \text{ y como } v_1 = 0, \text{ entonces: } m_2 \cdot v_2 = m_T \cdot v_F$$

$$\text{Luego: } 900 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s} + 2700 \text{ kg} \cdot v_F \Rightarrow v_F = 6,67 \text{ m/s}$$

Debido a que la velocidad final es positiva, el sentido de la velocidad final es el mismo que el de la velocidad inicial del automóvil en movimiento.

¿Qué pasaría si invertimos las masas de los automóviles, es decir, el automóvil estacionario tiene 900 kg y es golpeado por un automóvil de 1800 kg?

Antes del choque:



$m_1$  = masa del automóvil que está detenido = 900 kg

$v_1$  = velocidad del automóvil que está detenido = 0.

$m_2$  = masa del automóvil que golpea = 1800 kg

$v_2$  = velocidad del automóvil que golpea = 20 m/s

Después del choque:

$m_T = m_1 + m_2 = 1800 \text{ kg} + 900 \text{ kg} = 2700 \text{ kg}$

$v_F$  = velocidad con la cual se desplazan los dos automóviles unidos después del choque.

$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_T \cdot v_F$  y como  $v_1 = 0$ , entonces:  $m_2 \cdot v_2 = m_T \cdot v_F$

Luego:  $1800 \text{ kg} \cdot 20 \text{ m/s} + 2700 \text{ kg} \cdot v_F \Rightarrow v_F = 13,33 \text{ m/s}$ , que es una velocidad más alta que la velocidad previa.

**28. Un observador que está en un globo aerostático, ve que otro globo está subiendo. ¿Puede estar seguro de que realmente es el otro globo el que asciende?**

No, pues depende del sistema de referencia escogido, pues si el globo en el que está el observador está bajando ve que el otro globo está ascendiendo, aunque esté quieto parado suspendido en el aire.

UNIDAD 13: Aplicaciones de la dinámica

CUESTIONES INICIALES-PÁG. 271

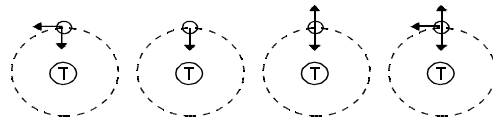
1. Encima de una mesa horizontal se deja un libro y un lápiz. Haz un esquema de las fuerzas que actúan sobre cada objeto y estima su módulo. ¿Será muy grande el módulo de la fuerza de rozamiento?

Las únicas fuerzas que actúan son el peso y la fuerza normal. Si no se aplica ninguna fuerza para desplazar a los objetos, entonces la fuerza de rozamiento es igual a cero.

2. Dos niñas se columpian en un balancín. La mayor está situada a una cierta distancia del punto de apoyo. ¿Dónde se colocará la menor, cuya masa es igual a la mitad de la de la mayor, para que la barra del balancín permanezca horizontal?

La niña menor se debe colocar a una distancia igual al doble de la de la mayor (2 d), para que el producto de sus pesos por las respectivas distancias sea el mismo y, así, el columpio esté en equilibrio.

3. La Luna describe una trayectoria, alrededor de la Tierra, que se puede considerar circular y la recorre con rapidez constante. ¿Cuál de los siguientes esquemas crees que representa mejor las fuerzas que actúan sobre la Luna?

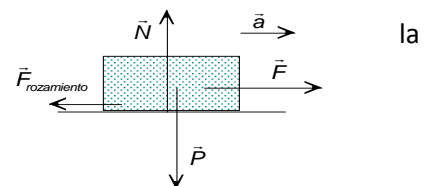


La única fuerza que actúa sobre la Luna es la atracción gravitatoria que aplica la Tierra. Por tanto, el esquema correcto es el segundo.

ACTIVIDADES-PÁG. 273

1. Un objeto de 8 kg de masa se desliza por una superficie horizontal con una aceleración de 3 m/s<sup>2</sup>, por la acción de una fuerza de 40 N. Calcula el módulo de la fuerza de rozamiento al deslizamiento. ¿Qué fuerza se aplicará para que el objeto se deslice con velocidad constante?

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza horizontal y fuerza de rozamiento.



a) Aplicando la segunda ley de Newton en la dirección del movimiento, se tiene que:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; F - F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a$$

Sustituyendo:  $40 \text{ N} - F_{\text{rozamiento}} = 8 \text{ kg} \cdot 3 \text{ m/s}^2 \Rightarrow F_{\text{rozamiento}} = 16 \text{ N}$

b) Cuando el objeto se desliza con velocidad constante, la fuerza resultante es igual a cero y la fuerza aplicada es igual a la fuerza de rozamiento.

$$\sum \vec{F} = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F - F_{\text{rozamiento}} = 0 \Rightarrow F = F_{\text{rozamiento}} = 16 \text{ N}$$

ACTIVIDADES-PÁG. 276

2. Escribe la expresión de la fuerza centrípeta en función de la velocidad angular de un objeto que recorre un movimiento circular uniforme.

Aplicando las relaciones:  $v = \omega \cdot R$ ;  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ , se tiene:

$$F_n = m \cdot a_n = m \frac{v^2}{R} = m \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R = 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot R$$

ACTIVIDADES-PÁG. 288

3. Un tornillo ofrece una resistencia a ser soltado de  $250 \text{ m} \cdot \text{N}$ . ¿Cuál es el módulo de la fuerza que se debe aplicar en el extremo de una llave de  $30 \text{ cm}$  de largo para soltarlo?

El momento de la fuerza aplicada respecto del eje del tornillo tiene que ser mayor que el momento de la fuerza resistente. Si se aplica la fuerza perpendicularmente al extremo de la llave, resulta que:

$$M_0 = r \cdot F; 250 \text{ m} \cdot \text{N} = 0,3 \text{ m} \cdot F \rightarrow F = 833,3 \text{ N}$$

ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 296

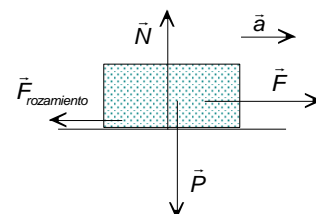
1. Al arrastrar un objeto por el suelo, ¿por qué es más fácil mantener su movimiento que iniciarlo?

Es más fácil mantener un objeto en movimiento que iniciarlo porque el coeficiente de rozamiento estático es mayor que el coeficiente de rozamiento dinámico.

2. Sobre una superficie horizontal está situado un objeto de  $20 \text{ kg}$  de masa y se observa que para ponerlo en movimiento debe actuar una fuerza de  $80 \text{ N}$ , mientras si el objeto está en movimiento solamente debe actuar una fuerza de  $40 \text{ N}$  para mantener la velocidad constante. Calcula los valores de los coeficientes de rozamiento estático y dinámico. Calcula la aceleración del movimiento cuando actúa una fuerza de  $100 \text{ N}$ . Si con el objeto en movimiento se abandona a su suerte, calcula la aceleración con la que se frena.

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento estática o dinámica según si no se desliza o si se desliza.

a) El objeto está en equilibrio tanto al iniciar el movimiento como cuando no se desliza por efecto de la fuerza aplicada.



$$\left. \begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F - F_{\text{rozamiento}} = 0; F = F_{\text{rozamiento}} \end{array} \right\} \Rightarrow F = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

El coeficiente de rozamiento estático se calcula con la fuerza necesaria para iniciar el movimiento.

$$F_{\text{iniciar el movimiento}} = \mu_{\text{estático}} \cdot m \cdot g; 80 \text{ N} = \mu_{\text{estático}} \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \mu_{\text{estático}} = 0,41$$

El coeficiente de rozamiento dinámico se calcula con la fuerza aplicada mantener la velocidad constante.

$$F_{\text{mantener velocidad}} = \mu_{\text{dinámico}} \cdot m \cdot g; 40 \text{ N} = \mu_{\text{dinámico}} \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \mu_{\text{dinámico}} = 0,2$$

b) Al aplicar una fuerza de 100 N el objeto está en movimiento y su aceleración es:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot a; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; F - F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; \end{array} \right\}$$

$$F = \mu_{\text{dinámico}} \cdot N + m \cdot a = \mu_{\text{dinámico}} \cdot m \cdot g + m \cdot a$$

$$\text{Sustituyendo: } 100 \text{ N} = 0,2 \cdot 20 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 + 20 \text{ kg} \cdot a \Rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

c) Al abandonar el objeto a su suerte la fuerza de rozamiento lo frena.

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot a; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; -F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; \end{array} \right\}$$

$$-\mu_{\text{dinámico}} \cdot N = m \cdot a; -\mu_{\text{dinámico}} \cdot g = a$$

$$\text{Sustituyendo: } a = -0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,96 \text{ m/s}^2$$

**3. ¿En qué unidades se mide el coeficiente de rozamiento? ¿El coeficiente de rozamiento puede tener un valor mayor que la unidad?**

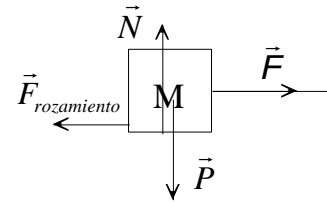
El coeficiente de rozamiento no tiene dimensiones, ya que es la constante de proporcionalidad entre los módulos de dos fuerzas:  $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N$ .

El coeficiente de rozamiento puede tener cualquier valor positivo.

**4. Un objeto de 2 kg de masa está situado sobre una superficie horizontal. El coeficiente de rozamiento estático es 0,5 y el coeficiente de rozamiento dinámico es 0,1. Calcula el módulo de la fuerza mínima que se debe aplicar para iniciar el movimiento y para mantenerlo con velocidad constante. Si el objeto está en movimiento, ¿con que aceleración se deslizará al aplicar una fuerza, en el sentido del movimiento, de 15 N de módulo?**

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X horizontal y el eje Y la vertical. Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento.

El objeto está en equilibrio tanto al iniciar el movimiento como cuando se desliza con velocidad constante.



la

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F - F_{\text{rozamiento}} = 0; F = F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = \mu \cdot m \cdot g$$

Para iniciar el movimiento hay que vencer la fuerza de rozamiento estático.

$$F = \mu_{\text{estático}} \cdot m \cdot g = 0,5 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 9,8 \text{ N}$$

Para mantener el movimiento hay que vencer la fuerza de rozamiento dinámico:

$$F = \mu \cdot m \cdot g = 0,1 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 1,96 \text{ N}$$

c) Aplicando la Segunda ley de Newton:

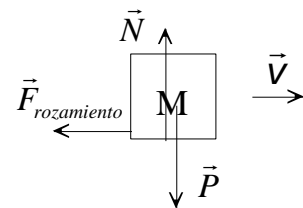
$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N - P = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; F - F_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; F - \mu \cdot N = m \cdot \vec{a} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow F - \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a$$

$$\text{Despejando: } a = \frac{F - \mu \cdot m \cdot g}{m} = \frac{15 \text{ N} - 0,1 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{2 \text{ kg}} = 6,5 \text{ m/s}^2$$

**5. Un objeto de 200 g de masa se desliza por una superficie horizontal con una velocidad de 4 m/s. Si se detiene después de recorrer una distancia de 5 m, calcula el coeficiente de rozamiento entre las superficies que se deslizan.**

Las fuerzas que actúan sobre un objeto que se desliza por una superficie con rozamiento son: su peso, la fuerza normal y la fuerza rozamiento. La fuerza de rozamiento es la que produce la aceleración necesaria para que el cuerpo se detenga. Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto en el instante de comenzar la observación, el eje X la superficie de deslizamiento y la vertical y se aplican las leyes de Newton:



de

eje Y

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; \mu \cdot N = m \cdot \vec{a} \end{aligned} \right\} \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow a = \mu \cdot g$$

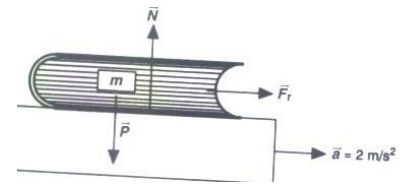
La aceleración con que se frena el objeto es independiente de su masa. Aplicando las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, y como la aceleración es negativa, se tiene:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \Delta x;$$

$$0 \text{ m/s} - (4 \text{ m/s})^2 = -2 \cdot \mu \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m} \Rightarrow \mu = 0,82$$

**6. En la repisa posterior de un coche descansa un libro de 250 g de masa. ¿Cuál debe ser el valor del coeficiente de rozamiento, entre el libro y la repisa, para que al arrancar el coche con una aceleración de 2 m/s<sup>2</sup> no se deslice?**

El libro es arrastrado gracias a la fuerza de rozamiento con la que actúa la superficie sobre él. Las otras fuerzas que actúan son su peso y la fuerza normal. Para que el objeto no se deslice debe poseer la misma aceleración que el coche.

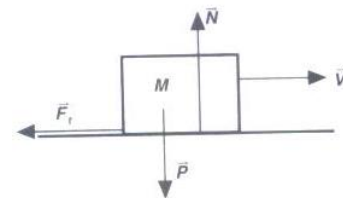


Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento, la horizontal y el eje Y la vertical y se aplica la segunda ley de Newton:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a} \end{array} \right\} F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow \mu = \frac{a}{g} = \frac{2 \text{ m/s}^2}{9,8 \text{ m/s}^2} = 0,2$$

**7. Dos objetos contruidos con el mismo material y que tienen una masa de m y 2m, se deslizan por una superficie horizontal con una velocidad de 72 km/h. Si el coeficiente de rozamiento con la superficie es  $\mu = 0,5$ , ¿Cuál recorre más distancia antes de detenerse? Calcula esas distancias.**

Las fuerzas que actúan sobre un objeto que se desliza por una superficie con rozamiento son: su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. La fuerza de rozamiento es la que produce la aceleración necesaria para que el cuerpo se detenga.



Se elige un sistema de referencia con el origen en el objeto en el instante de comenzar la observación, el eje X la superficie de deslizamiento y eje Y la vertical y se aplican las leyes de Newton:

$$\left. \begin{array}{l} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; \mu \cdot N = m \cdot a \end{array} \right\} \mu \cdot m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow a = \mu \cdot g;$$

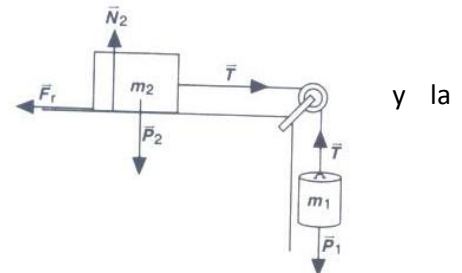
La aceleración con que se frenan los dos objetos es independiente de sus masas respectivas. Por tanto, emplean la misma distancia para detenerse. Aplicando las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado, y como la aceleración es negativa, se tiene:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta x = 2 \cdot \mu \cdot g \cdot \Delta x; 0 \text{ m/s} - (20 \text{ m/s})^2 = -2 \cdot 0,5 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Delta x = 40 \text{ m}$$

8. Un objeto de 20 kg de masa se encuentra sobre en una mesa horizontal con la que presenta un coeficiente de rozamiento  $\mu = 0,2$ . El objeto está unido mediante un hilo, que pasa por la garganta de una polea, a otro objeto que cuelga y de masa  $m$ . Calcula la masa  $m$  del objeto que cuelga para que: el sistema comience a deslizarse ¿Con qué aceleración se deslizará el sistema cuando  $m$  sea igual a 8 kg? Calcula la tensión del hilo en los dos casos.

Sobre el objeto que cuelga actúan: su peso y la tensión de la cuerda que lo sostiene. Sobre el colocado en la superficie horizontal actúan su peso, la fuerza normal, la tensión de la cuerda fuerza de rozamiento. Como la cuerda y polea son ideales, la tensión que actúa sobre los dos cuerpos es la misma y la aceleración con la que se mueven también.



Para cada objeto se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical. Aplicando las leyes de la dinámica a los dos objetos considerados individualmente, se tiene:

Objeto apoyado sobre la superficie de la mesa:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_2 + \vec{P}_2 = 0; N_2 = P_2 = m_2 \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m_2 \cdot \vec{a}; T - F_{\text{rozamiento}} = m_2 \cdot a \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$T - \mu \cdot N_2 = m_2 \cdot a; T - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$$

Objeto que cae:

$$\Sigma \vec{F}_y = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{P}_1 = m_1 \cdot \vec{a}; T - P_1 = m_1 \cdot (-a); m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a$$

Sumando la dos ecuaciones, se elimina la tensión:

$$m_1 \cdot g - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a \rightarrow a = \frac{g(m_1 - \mu \cdot m_2)}{m_1 + m_2}$$

a) Cuando el objeto comienza a deslizarse y cuando lo hace con velocidad constante, la aceleración es igual a cero.

$$a = 0 \rightarrow g(m_1 - \mu \cdot m_2) = 0 \rightarrow m_1 = \mu \cdot m_2 = 0,2 \cdot 20 \text{ kg} = 4 \text{ kg}$$

La tensión de la cuerda es:

$$m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a = 0 \rightarrow T = m_1 \cdot g = 4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 39,2 \text{ N}$$

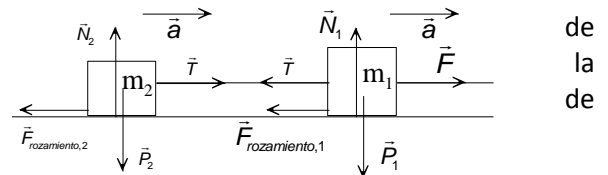
b) Al colocar el objeto de masa igual a 8 kg, se tiene que el sistema se desliza con un movimiento uniformemente acelerado:

$$a = \frac{g(m_1 - \mu \cdot m_2)}{m_1 + m_2} = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \frac{8 \text{ kg} - 0,2 \cdot 20 \text{ kg}}{8 \text{ kg} + 20 \text{ kg}} = 1,4 \text{ m/s}^2$$

La tensión de la cuerda es:  $T = m_1 \cdot (g + a) = 8 \text{ kg} \cdot (9,8 \text{ m/s}^2 + 1,4 \text{ m/s}^2) = 89,6 \text{ N}$

9. En una superficie horizontal está situado un objeto de 6 kg de masa que arrastra con una cuerda a otro de 3 kg de masa. Si el coeficiente de rozamiento es 0,2, calcula el módulo de la fuerza que actuará sobre el objeto mayor y el de la tensión de la cuerda para que el conjunto se deslice con una aceleración de 3 m/s<sup>2</sup>.

Sobre los dos objetos actúan sus pesos, las fuerzas normales y las fuerzas de rozamiento. Sobre el objeto masa  $m_1$  actúa la fuerza que tira de él y la tensión de cuerda que se opone al movimiento, Y sobre el objeto masa  $m_2$  actúa la tensión de la cuerda que tira de él.



La tensión que actúa sobre los dos objetos es la misma aceleración con la que se mueven también.

Para cada objeto se elige un sistema de referencia con el eje X la horizontal y el eje Y la vertical y se aplican las leyes de la dinámica a los dos objetos considerados individualmente.

Sobre el objeto de masa  $m_2$ :

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_2 + \vec{P}_2 = 0; N_2 - P_2 = 0; N_2 = P_2 = m_2 \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento}2} = m_2 \cdot \vec{a}; T - F_{\text{rozamiento}2} = m_2 \cdot a \end{aligned} \right\}$$

$$T - \mu \cdot N_2 = m_2 \cdot a; T - \mu \cdot m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$$

Operando y sustituyendo:

$$T = m_2 \cdot (a + \mu \cdot g) = 3 \text{ kg} \cdot (3 \text{ m/s}^2 + 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) = 14,9 \text{ N}$$

Sobre el objeto de masa  $m_1$ :

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_1 + \vec{P}_1 = 0; N_1 - P_1 = 0; N_1 = P_1 = m_1 \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{F} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento}1} = m_1 \cdot \vec{a}; F - T - F_{\text{rozamiento}1} = m_1 \cdot a \end{aligned} \right\}$$

$$F - T - \mu \cdot m_1 \cdot g = m_1 \cdot a$$

$$\text{Operando: } F = T + m_1 \cdot (a + \mu \cdot g) = 14,9 \text{ N} + 6 \text{ kg} \cdot (3 \text{ m/s}^2 + 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2) = 44,7 \text{ N}$$

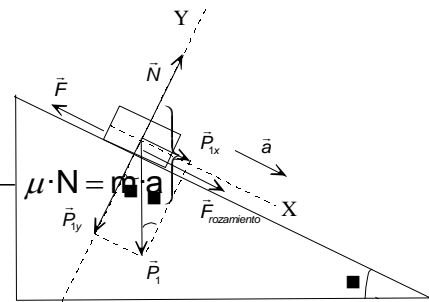
10. Calcula la aceleración con la que se desliza un objeto situado sobre un plano inclinado que forma un ángulo de 60º con la horizontal cuando el coeficiente de rozamiento es  $\mu = 0,2$ . Calcula el módulo dirección y sentido de la fuerza mínima que se debe aplicar sobre el objeto para que no se deslice.

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma.



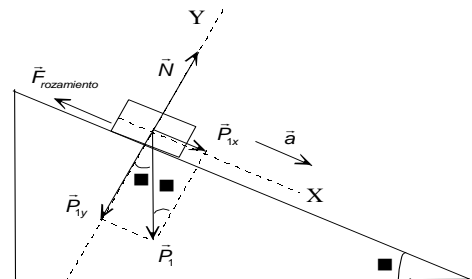
a) Sobre el objeto actúa su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento y se aplican las leyes de la dinámica.

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N - P_y = 0; N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}; \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}; P_x - F_{\text{rozamiento}} = m \cdot a; P \cdot \sin \varphi \end{aligned}$$



Operando:  $m \cdot g \cdot \sin \varphi - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi = m \cdot a \Rightarrow a = g \cdot (\sin \varphi - \mu \cdot \cos \varphi)$

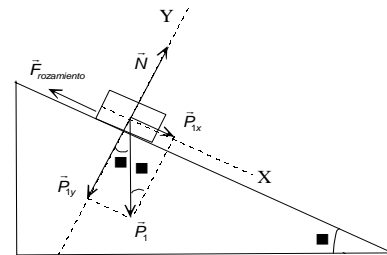
Sustituyendo:  $a = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (\sin 60^\circ - 0,2 \cdot \cos 60^\circ) = 7,5 \text{ m/s}^2$



b) Ahora la fuerza de rozamiento tiene sentido hacia abajo, contrario al del movimiento.

Para que el objeto no se deslice hay que aplicar una fuerza paralela al plano inclinado y de sentido hacia arriba.

Como el objeto asciende con velocidad constante está en equilibrio.



$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N = P_y = m \cdot g \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{P}_x + \vec{F}_r = 0 \Rightarrow F = P_x + F_{\text{rozamiento}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow F = m \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi = m \cdot g (\sin \varphi + \mu \cdot \cos \varphi)$$

Sustituyendo:  $F = m \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (\sin 60^\circ + 0,2 \cdot \cos 60^\circ) = 9,5 \cdot m \text{ N}$

**11. ¿Cuál debe ser la inclinación de una superficie con la horizontal para que un objeto se deslice cuando el coeficiente de rozamiento es  $\mu = 0,4$ ?**

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma.

Sobre el objeto actúa su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. Cuando el objeto comienza a deslizarse está en equilibrio.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N - P_y = 0; N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; P_x - F_{\text{rozamiento}} = 0; P \cdot \sin \varphi = \mu \cdot N \end{aligned} \right\}$$

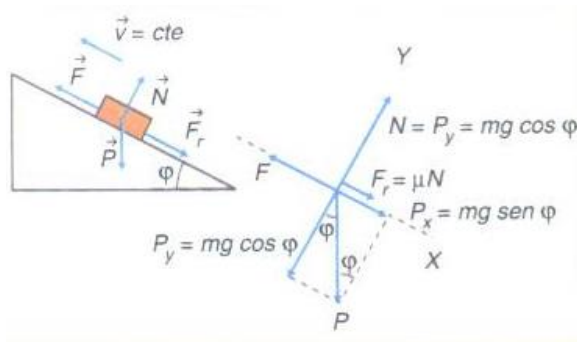
Operando:  $m \cdot g \cdot \sin \varphi = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi; \text{tg } \varphi = \mu = 0,4 \Rightarrow \varphi = 21^\circ 48' 5,1''$

12. Un objeto de masa  $m$  está situado sobre la superficie de un plano inclinado que forma un ángulo  $\nu$  con la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre las superficies es igual a  $\mu$ , deduce la expresión de la fuerza mínima que hay que aplicar, paralelamente al plano inclinado, sobre el objeto para que ascienda con velocidad constante.

Se elige un sistema de referencia con su origen en el objeto, el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma.

Sobre el objeto actúa su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento de sentido contrario a la fuerza aplicada.

Cuando el objeto asciende con velocidad constante está en equilibrio.



$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0 \Rightarrow N = P_y = m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

$$\Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{P}_x + \vec{F}_r = 0 \Rightarrow F = P_x + F_{\text{rozamiento}}$$

$$P_x = m \cdot g \cdot \sin \varphi$$

$$F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

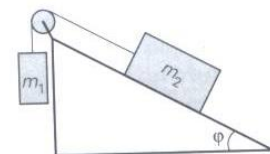
$$\Rightarrow F = m \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \varphi$$

Sacando factor común:  $F = m \cdot g (\sin \nu + \mu \cdot \cos \nu)$

En el supuesto de que el coeficiente de rozamiento sea igual a cero, la fuerza aplicada es igual a la componente del peso en la dirección del plano inclinado:

$$F = m \cdot g \cdot \sin \nu$$

13. Estudia el sistema de la figura adjunta. ¿En qué condiciones, en función de la masa de los objetos, del coeficiente de rozamiento y del ángulo del plano inclinado, el sistema evoluciona hacia la derecha, hacia la izquierda o permanece en equilibrio?

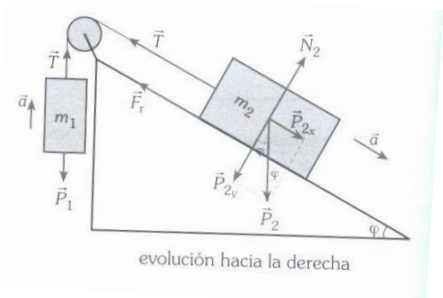


Sobre el objeto que cuelga actúa su peso y la tensión de la cuerda. Sobre el objeto apoyado en el plano inclinado actúan su peso, la fuerza normal, la tensión de la cuerda y la fuerza de rozamiento. La fuerza de rozamiento siempre va contra el movimiento y la tensión de la cuerda es la misma en los dos objetos, si la cuerda y poleas son ideales. En el caso de que el sistema esté en movimiento los dos objetos están animados con la misma aceleración.

a) Evoluciona el sistema descendiendo el objeto situado sobre el plano inclinado.

Se aíslan los dos objetos, para el objeto que cuelga se elige un sistema de referencia con el eje Y la vertical y para el otro objeto se elige el eje X paralelo a la superficie de deslizamiento y el eje Y perpendicular a la misma. Aplicando las leyes de la dinámica, se tiene:

Cuerpo que cuelga:



$$\Sigma \vec{F}_y = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{p}_1 = m_1 \cdot \vec{a}; T - P_1 = m_1 \cdot a; T - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \rightarrow T = m_1 \cdot (g + a)$$

Cuerpo apoyado sobre el plano inclinado:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_2 + \vec{P}_{2y} = 0; N_2 = P_{2y} = m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{P}_{2x} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m_2 \cdot \vec{a}; P_{2x} - T - F_{\text{rozamiento}} = m_2 \cdot a; P_2 \cdot \sin \varphi - T - \mu \cdot N_2 = m_2 \cdot a \end{aligned} \right\}$$

Operando:

$$m_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - T - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi = m_2 \cdot a \rightarrow T = m_2 \cdot (g \cdot \sin \varphi - \mu \cdot g \cdot \cos \varphi - a)$$

Igualando las dos ecuaciones que contienen la tensión:

$$m_1 \cdot g + m_1 \cdot a = m_2 \cdot g \cdot \sin \varphi - \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi - m_2 \cdot a$$

La aceleración con que evoluciona el sistema es:

$$a = \frac{g(m_2 \cdot \sin \varphi - \mu \cdot m_2 \cdot \cos \varphi - m_1)}{m_1 + m_2}$$

b) Evoluciona el sistema ascendiendo el objeto situado sobre el plano inclinado.

Se aíslan los objetos y se eligen los sistemas de referencias ya indicados.

Cuerpo que cuelga:

$$\Sigma \vec{F}_y = m_1 \cdot \vec{a}; \vec{T} + \vec{p}_1 = m_1 \cdot \vec{a};$$

$$T - P_1 = m_1 \cdot (-a); m_1 \cdot g - T = m_1 \cdot a \Rightarrow T = m_1 \cdot (g - a)$$

Cuerpo apoyado sobre el plano inclinado:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_2 + \vec{P}_{2y} = 0; N_2 = P_{2y} = m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = m_2 \cdot \vec{a}; \vec{P}_{2x} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; P_{2x} + F_{\text{rozamiento}} - T = m_2(-a); P_2 \cdot \sin \varphi + \mu \cdot N_2 - T = m_2(-a) \end{aligned} \right\}$$

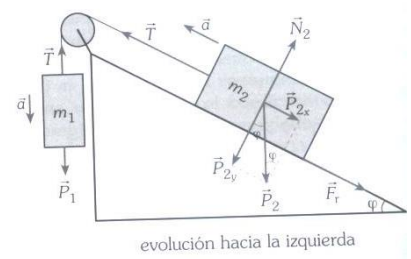
Operando:

$$m_2 \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi - T = -m_2 \cdot a \rightarrow T = m_2 \cdot (g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot g \cdot \cos \varphi + a)$$

Igualando las dos ecuaciones que contienen la tensión:

$$m_1 \cdot g - m_1 \cdot a = m_2 \cdot g \cdot \sin \varphi + \mu \cdot m_2 \cdot g \cdot \cos \varphi + m_2 \cdot a$$

La aceleración con que evoluciona el sistema es:



$$a = \frac{g(m_1 - m_2 \cdot \sin \varphi - \mu \cdot m_2 \cdot \cos \varphi)}{m_1 + m_2}$$

c) Si el sistema permanece en equilibrio, no evoluciona ni hacia la derecha, ni hacia la izquierda.

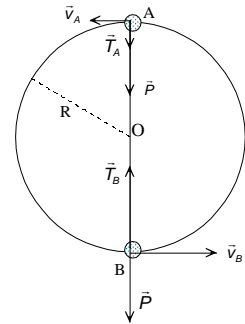
**14. En el plano vertical se hace girar un objeto de 40 g de masa atado a una cuerda de 60 cm de longitud. Si el objeto gira con una frecuencia constante de 60 r.p.m, calcula la tensión de la cuerda en el punto más alto y en el más bajo de la trayectoria.**

La frecuencia en unidades del SI es:  $f = 60 \text{ rpm} = 1 \text{ Hz}$

Aplicando las relaciones entre las magnitudes angulares y lineales, resulta que la velocidad del objeto es:

$$v = \omega \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot R = 2 \cdot \pi \cdot 1 \text{ Hz} \cdot 0,60 \text{ m} = 3,8 \text{ m/s}$$

Sobre el objeto, y en cualquier punto de la trayectoria, actúan su peso y la tensión de la cuerda de dirección radial y sentido hacia el centro de la circunferencia. Se elige un sistema de referencia con el origen en el centro de la circunferencia y un eje coincidente con la dirección radial en el punto considerado.



En el punto más alto de la trayectoria, punto A, la tensión y el peso tienen la misma dirección y sentido y su resultante es la fuerza centrípeta.

$$\Sigma \vec{F}_A = m \cdot \vec{a}_n; \vec{T}_A + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_n; T_A + P = m \cdot \frac{v_A^2}{R} \Rightarrow T_A = m \cdot \frac{v_A^2}{R} - m \cdot g$$

$$\text{Sustituyendo: } T_A = 0,04 \text{ kg} \cdot \left( \frac{(3,8 \text{ m/s})^2}{0,6 \text{ m}} - 9,8 \text{ m/s}^2 \right) = 0,57 \text{ N}$$

En el punto más bajo, punto B, el peso y la tensión tienen sentidos opuestos.

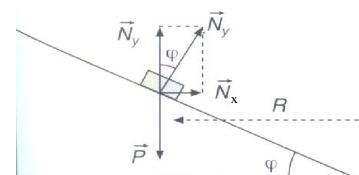
$$\Sigma \vec{F}_B = m \cdot \vec{a}_n; \vec{T}_B + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_n; T_B - P = m \cdot \frac{v_B^2}{R} \Rightarrow T_B = m \cdot \frac{v_B^2}{R} + m \cdot g$$

$$\text{Sustituyendo: } T_B = 0,04 \text{ kg} \cdot \left( \frac{(3,8 \text{ m/s})^2}{0,6 \text{ m}} + 9,8 \text{ m/s}^2 \right) = 1,4 \text{ N}$$

**15. Calcula el peralte que deberá tener una curva de 40 m de radio para que se pueda tomar a una velocidad de 50 km/h, aunque esté cubierta con placas de hielo.**

La velocidad en unidades del SI es:  $v = 50 \text{ km/h} = 13,9 \text{ m/s}$

Supongamos que el firme de la carretera forma un ángulo  $\nu$  con la horizontal y en el peor de los supuestos que la fricción entre las ruedas y el firme de la calzada es igual a cero.



Sobre el vehículo actúan su peso y la fuerza normal. La composición de estas fuerzas proporciona la fuerza centrípeta, perpendicular a la trayectoria, necesaria para tomar la curva. Un observador inercial elige como sistema de referencia uno centrado en el coche, con el eje X la dirección radial y el eje Y la vertical. El vehículo está en equilibrio en el eje Y y en el eje X la trayectoria es circular.

Descomponiendo la normal en componentes.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N}_y + \vec{P} = 0; N \cdot \cos \varphi = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x; \vec{N}_x = m \cdot \vec{a}_n; N \cdot \sin \varphi = m \frac{v^2}{R} \end{aligned} \right\} \operatorname{tg} \varphi = \frac{v^2}{g \cdot R}$$

Con lo que el peralte de la curva es:

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{v^2}{g \cdot R} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{(13,9 \text{ m/s})^2}{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 40 \text{ m}} = 26^\circ 14' 16''$$

**16. Un satélite de 800 kg de masa describe una órbita circular de 600 km sobre la superficie de la Tierra. Calcula la aceleración normal, la velocidad y el período del satélite.  $R_{\text{Tierra}} = 6\,400 \text{ km}$ ;  $m_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .**

El radio de la órbita es:  $r = R_T + 400 \text{ km} = 6\,400 \cdot 10^3 \text{ m} + 600 \cdot 10^3 \text{ m} = 7 \cdot 10^6 \text{ m}$

Aplicando la segunda ley de Newton al movimiento del satélite en su órbita circular, resulta que:

$$\Sigma \vec{F} = m_{\text{ISS}} \cdot \vec{a}_n; G \frac{m_T \cdot m_{\text{ISS}}}{r^2} = m_{\text{ISS}} \cdot a_n \Rightarrow a_n = G \frac{m_T}{r^2} = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{(7 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 8,14 \text{ m/s}^2$$

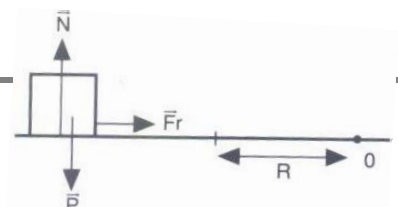
$$\text{De igual forma: } \Sigma \vec{F} = m_{\text{ISS}} \cdot \vec{a}_n; G \frac{m_T \cdot m_{\text{ISS}}}{r^2} = m_{\text{ISS}} \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{m_T}{r} = v^2$$

$$\text{Despejando: } v = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2 \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{7 \cdot 10^6 \text{ m}}} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

El satélite recorre la distancia de una órbita completa en un tiempo igual al período, por lo que:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{T} \Rightarrow T = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 7 \cdot 10^6 \text{ m}}{7,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}} = 5,9 \cdot 10^3 \text{ s}$$

**17. Un método para medir coeficientes de rozamiento consiste en cubrir un disco que gira, en torno a un eje perpendicular a su superficie y que pasa por su punto medio, con una de las superficies a investigar y colocar encima un objeto construido con el otro material. Si este objeto sale despedido cuando se coloca a 20 cm del eje y el disco gira con una frecuencia de 45 r.p.m, describe la trayectoria que sigue el objeto y el valor del coeficiente de rozamiento.**



En primer lugar se expresan las magnitudes en unidades del SI.

$$R = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}; f = 45 \text{ r.p.m.} = 0,75 \text{ Hz}$$

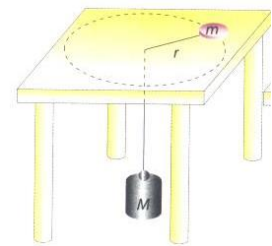
Cuanto mayor es la distancia del objeto al eje de giro mayor es la velocidad del mismo. Llega un momento en que la velocidad es tal que la fuerza de rozamiento no es capaz de suministrar la aceleración normal suficiente para modificar la dirección del vector velocidad y el objeto sale despedido, por inercia, en la dirección tangente a la trayectoria de la posición que ocupe en ese momento.

Las fuerzas que actúan sobre el objeto son: el peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. Un observador externo elige un sistema de referencia centrado en el objeto, el eje Y la vertical y el eje X la horizontal que pasa por el centro de giro. Aplicando la segunda ley de Newton:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P} = 0; N = P = m \cdot g \\ \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x; \vec{F}_{\text{rozamiento}} = m \cdot \vec{a}_n; \mu \cdot N = m \frac{v^2}{R} \end{aligned} \right\} \mu \cdot m \cdot g = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow \mu = \frac{v^2}{R \cdot g} = \frac{\omega^2 \cdot R^2}{R \cdot g} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot R}{g}$$

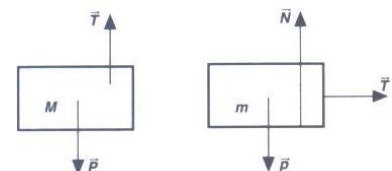
Sustituyendo:  $\mu = \frac{4 \cdot \pi^2 (0,75 \text{ Hz})^2 \cdot 0,20}{9,8 \text{ m/s}^2} = 0,45$

**18. Dos objetos están unidos con una cuerda que pasa a través de un agujero practicado en una mesa. Uno de ellos cuelga y el otro apoya en la mesa. Si no hay rozamiento entre la mesa y el objeto, calcula la velocidad a la que debe girar este objeto para que el que cuelga permanezca en reposo.**



Las fuerzas que actúan sobre el objeto que cuelga son su peso y la tensión de la cuerda. Las que actúan sobre el cuerpo apoyado son su peso, la fuerza normal y la tensión de la cuerda.

Como en el agujero de la mesa no hay rozamiento, la cuerda está sometida a la misma tensión en todos sus puntos.



Sea M la masa del objeto que cuelga y m la del objeto apoyado sobre la mesa. Aislando cada uno de los objetos, un observador externo elige para el objeto que cuelga como referencia la vertical y para el cuerpo apoyado un sistema de referencia con el eje Y la vertical y el eje X la horizontal radialmente. Aplicando las leyes de la dinámica a los dos objetos, se tiene:

$$\text{Objeto que cuelga: } \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{T} + \vec{P} = 0; T = P = M \cdot g$$

$$\text{Objeto apoyado: } \Sigma \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x; \vec{T} = m \cdot \vec{a}_n; T = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

$$\text{Igualando las dos ecuaciones: } M \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{v^2}{g \cdot R}$$

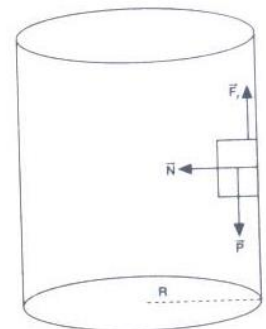
Que relaciona las masas de los objetos con el radio R de la trayectoria circular que describe el objeto apoyado sobre la mesa.

**19. Explica el funcionamiento del proceso de centrifugar la ropa en una lavadora.**

Al girar el tambor de una lavadora comunica una velocidad a la ropa tanto mayor cuanto más rápidamente gire. En cada instante, la ropa tiende a seguir con su estado de movimiento, en línea recta y con velocidad constante. El propio tambor impide que la ropa se escape, sin embargo el agua que la empapa se escapa por los agujeros, debido a la inercia.

**20. Una atracción de feria consiste en un tubo de paredes verticales. Dentro del tubo un motorista describe trayectorias paralelas al suelo. ¿Cuál es la mínima velocidad que llevará el motorista para no caer?**

Sobre el motorista actúan su peso, la fuerza de rozamiento que impide que caiga y la fuerza normal que aplica la superficie y dirigida hacia el centro de la trayectoria.



Un observador externo elige un sistema de referencia con el origen en el motorista, el eje Y la vertical y el eje X la horizontal, que pasa por el centro de la trayectoria que sigue el motorista en ese instante. En el eje vertical el motorista está en equilibrio y en el horizontal la fuerza normal proporciona la aceleración centrípeta necesaria para modificar la dirección de la velocidad.

Aplicando la segunda ley de Newton.

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_x &= m \cdot \vec{a}_x; \vec{N} = m \cdot \vec{a}_n \Rightarrow N = m \frac{v^2}{R} \\ \Sigma \vec{F}_y &= 0; \vec{F}_{\text{rozamiento}} + \vec{P} = 0 \Rightarrow F_{\text{rozamiento}} = P; \mu \cdot N = m \cdot g \end{aligned} \right\} \mu \cdot m \frac{v^2}{R} = m \cdot g \Rightarrow v = \sqrt{\frac{R \cdot g}{\mu}};$$

Se observa que la velocidad precisa es independiente de la masa del motorista.

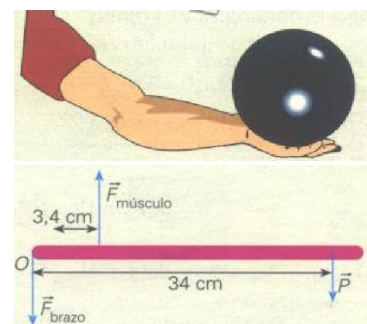
**21. ¿Qué tipo de movimiento produce en un objeto la aplicación de un par de fuerzas?**

Un par de fuerzas produce un movimiento circular uniformemente acelerado.

**22. Una persona sostiene en la palma de su mano un objeto de 1 kg de masa con el codo apoyado en la superficie de una mesa. La distancia desde la palma de mano al codo es de 34 cm y el músculo bíceps se inserta en el hueso a 3,4 cm del codo. Si se desprecia el peso del brazo, calcula la fuerza con la que actúa el bíceps el elevar el objeto.**

El brazo es como una barra con su punto fijo, O, en el codo. El sistema está en equilibrio de rotación y se considera que el músculo actúa con una fuerza que es perpendicular al antebrazo.

Sobre el antebrazo actúan el peso del objeto, la fuerza del bíceps y una fuerza aplicada en el codo por la parte superior del brazo y de sentido hacia abajo. Si no actuara esta fuerza, el sistema no podría estar en equilibrio de traslación. El peso del objeto hace girar al antebrazo en un sentido y la fuerza con la que actúa el músculo, en sentido contrario.



Aplicando la condición de equilibrio de rotación:

$$\sum \vec{M}_{\text{codo}} = 0; P_{\text{objeto}} \cdot 34 \text{ cm} - F_{\text{músculo}} \cdot 3,4 \text{ cm} + F_{\text{brazo}} \cdot 0 \text{ cm} = 0$$

$$\text{Despejando: } F_{\text{músculo}} = 10 \cdot P_{\text{objeto}} = 10 \cdot m \cdot g = 10 \cdot 1 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 98 \text{ N}$$

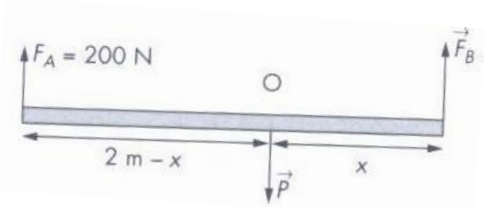
Como el sistema tiene que estar en equilibrio de traslación:

$$\sum \vec{F} = 0; \vec{P} + \vec{F}_{\text{brazo}} + \vec{F}_{\text{músculo}} = 0 \rightarrow F_{\text{músculo}} = F_{\text{brazo}} + P_{\text{objeto}}; 98 \text{ N} = F_{\text{brazo}} + 10 \text{ N} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_{\text{brazo}} = 88 \text{ N}$$

**23. Dos personas transportan un paquete que tiene una masa de 80 kg agarrando por los extremos de una barra de 2 m de longitud y de masa despreciable de la que cuelga el paquete. Si una de las personas actúa con una fuerza de 200 N, calcula la fuerza con la que actúa la otra persona y la posición del paquete en la barra.**

Sobre la barra actúan el peso del paquete, que se aplica a una distancia  $x$  de un extremo, y las fuerzas con las que actúan las personas  $F_A$  y  $F_B$ , que se aplican en los extremos de la barra.



Aplicando la condición de equilibrio de traslación:

$$\sum \vec{F} = 0; \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{P} = 0;$$

$$F_A + F_B - P = 0; 200 \text{ N} + F_B - 80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 0 \rightarrow F_B = 584 \text{ N}$$

Aplicando la condición de equilibrio de rotación respecto del punto O en el que se aplica el peso:

$$\sum \vec{M}_O = 0; 200 \text{ N} (2 \text{ m} - x) = 584 \text{ N} \cdot x \Rightarrow x = 0,51 \text{ m}$$

Por tanto, el objeto está situado a 51 cm de la persona que actúa con la fuerza de mayor módulo.

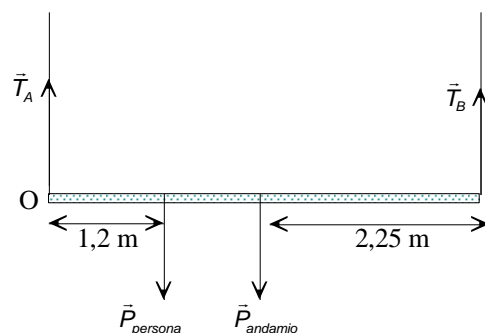
**24. Un andamio de 4,5 m de longitud y 60 kg de masa cuelga horizontalmente del alero de un edificio mediante dos cables verticales enganchados en sus extremos. Si una persona de 60 kg de masa se coloca a 1,2 m de un extremo, calcula la tensión que soporta cada cable.**

Sobre el andamio actúan su peso, el peso de la persona y las fuerzas con las que actúan los cables de los extremos.

El andamio está en equilibrio de rotación y de traslación.

Aplicando la condición de equilibrio de rotación respecto del punto O de un extremo:

$$\sum \vec{M}_O = 0;$$



$$T_A \cdot 0 \text{ m} - P_{\text{persona}} \cdot 1,2 \text{ m} - P_{\text{andamio}} \cdot 2,25 \text{ m} + T_B \cdot 4,5 \text{ m} = 0$$



$$T_B \cdot 4,5 \text{ m} = 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,2 \text{ m} + 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 2,25 \text{ m} \Rightarrow T_B = 450,8 \text{ N}$$

Aplicando la condición de equilibrio de traslación:

$$\sum \vec{F} = 0; \vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{P}_{\text{persona}} + \vec{P}_{\text{andamio}} = 0;$$

$$T_A + T_B - P_{\text{persona}} - P_{\text{andamio}} = 0$$

$$\text{Sustituyendo: } T_A + 450,8 \text{ N} - 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 - 60 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 = 0 \Rightarrow T_A = 725,2 \text{ N}$$

**25. Qué tipo de movimiento sigue una partícula cuya velocidad es constante y tiene un momento angular igual a cero respecto de un punto?**

El momento angular de una partícula con respecto de un punto se determina con la expresión:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times (m \cdot \vec{v})$$

Si el momento angular de la partícula respecto de un punto es igual a cero, entonces el producto vectorial anterior es igual a cero y, como el módulo de la velocidad es distinto de cero, los vectores de posición y velocidad son paralelos. Por tanto, la partícula se mueve en línea recta y el movimiento es rectilíneo uniforme.

**26. Los planetas que giran en torno a otras estrellas distintas del Sol, ¿Obedecen la tercera ley de Kepler? Razona tu respuesta.**

La tercera ley de Kepler dice que los cuadrados de los períodos del movimiento de los planetas alrededor del Sol son proporcionales a los cubos de sus distancias medias al Sol.

La tercera ley de Kepler es una consecuencia de la ley de Gravitación Universal y por tanto tiene validez para cualquier sistema de satélites.

Lo que se modifica de un sistema de satélites a otro es el valor de la constante, que depende de la masa del cuerpo central.

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{\text{cuerpo central}}}$$

**27. La distancia desde el Sol a Mercurio es 58 millones de km y la distancia desde la Tierra al Sol es 150 millones de km. Considerando que las órbitas de los planetas son circulares, ¿con qué velocidad gira Mercurio en torno al Sol?**

Aplicando la tercera ley de Kepler, se deducen la relación entre los períodos.

$$\frac{T_M^2}{r_M^3} = \frac{T_T^2}{r_T^3} \Rightarrow T_M = T_T \sqrt{\frac{r_M^3}{r_T^3}} = 365,26 \text{ días} \sqrt{\frac{(58 \cdot 10^6 \text{ km})^3}{(150 \cdot 10^6 \text{ km})^3}} = 87,8 \text{ días}$$

Con lo que la velocidad de traslación del planeta Mercurio es:

$$v = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{T} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 58 \cdot 10^9 \text{ m}}{87,8 \text{ días} \cdot 24 \text{ h/día} \cdot 3600 \text{ s/h}} = 4,8 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

**28. Un satélite artificial de 500 kg de masa gira alrededor de la Tierra en una órbita de 8000 km de radio. Calcula el momento angular del satélite respecto de la Tierra.**

Aplicando la segunda ley de Newton, resulta que la velocidad orbital del satélite es:

$$\Sigma \vec{F} = m_s \cdot \vec{a}_n; G \frac{m_T \cdot m_s}{r^2} = m_s \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{m_T}{r} = v^2$$

Aplicando la relación  $g_0 = G \frac{m_T}{R_T^2}$  y sustituyendo, resulta que:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot m_T}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{8 \cdot 10^6 \text{ m}}} = 7,05 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

El momento angular del satélite respecto de la Tierra es un vector perpendicular al plano de la órbita y su sentido es el indicado por la regla de Maxwell, que coincide con el del avance de un tornillo que gira según el sentido del movimiento del satélite.

Su módulo es:

$$L = r \cdot m \cdot v \cdot \text{sen } 90^\circ = 8 \cdot 10^6 \text{ m} \cdot 500 \text{ kg} \cdot 7,05 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 2,82 \cdot 10^{13} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

## UNIDAD 14: Trabajo y energía

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 299

**1. Describe las transformaciones de la energía que se realizan en la cama elástica de las atracciones de ferias.**

Al dejarse una persona caer su energía potencial gravitatoria disminuye y se transforma en energía potencial elástica que almacenan los resortes de la cama elástica al deformarse.

Al salir despedida la persona se transforma la energía potencial elástica en energía cinética de la persona. Según asciende la persona disminuye su energía cinética que se transforma en energía potencial gravitatoria, hasta que llega al punto más elevado de su recorrido.

Al bajar, disminuye su energía potencial gravitatoria y aumenta la energía cinética. Al entrar en contacto con la cama la persona se frena y se deforman los resortes y se transforma la energía cinética en energía potencial elástica. A continuación se repite el ciclo.

**2. Dos personas trasladan objetos iguales desde el suelo hasta la misma plataforma tal y como se muestra en la figura adjunta. ¿Cual de las dos personas trabaja más?**

En ausencia de fricción, el trabajo realizado por las dos personas es el mismo. La situación inicial y final de los objetos elevados es la misma.



**3. Al botar una pelota, se observa que cada bote es de menor altura que el anterior. ¿Eres capaz de explicar este hecho?**

En cada uno de los botes parte de la energía cinética de la pelota se transforma calor, por lo que la altura alcanzada es cada vez menor.

### ACTIVIDADES-PÁG. 301

**1. Indica si en las siguientes actividades se realiza trabajo o solamente esfuerzo: empujar una pared, colocar un libro en una estantería, bajar un libro de una estantería, llevar el libro debajo del brazo por el pasillo.**

Se realiza trabajo al colocar un libro en una estantería y al bajarlo de la misma. Al empujar una pared no se realiza trabajo, ya que la fuerza no se desplaza.

Tampoco se realiza trabajo al llevar un libro debajo de brazo por una superficie horizontal, ya que la fuerza es perpendicular al desplazamiento.

### ACTIVIDADES-PÁG. 304

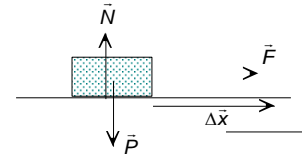
**2. Justifica que la unidad de energía cinética es el julio.**

Aplicando la definición de energía cinética:  $E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$ , resulta que:

$$\text{kg} \cdot (\text{m/s})^2 = \text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

**3. Sobre un objeto, de 20 kg de masa, que está inicialmente en reposo, actúa una fuerza resultante de 5 N desplazándolo 6 m. Calcula el trabajo que realiza la fuerza y la velocidad que adquiere el objeto.**

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza aplicada. Si el objeto se desplaza por la horizontal, el trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero.



a) Aplicando la definición de trabajo:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \phi = 5 \text{ N} \cdot 6 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 30 \text{ J}$$

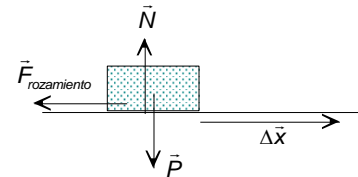
b) El trabajo que realiza la fuerza resultante es igual a la variación de la energía cinética.

$$W_F = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0;$$

$$30 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 20 \text{ kg} \cdot v^2 \Rightarrow v = 1,73 \text{ m/s}$$

**4. Un objeto de 2 kg de masa lleva una velocidad de 4 m/s. Si sobre él actúa una fuerza de rozamiento de 3,2 N, calcula la distancia que recorre para detenerse.**

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. Si el objeto se desplaza por la horizontal, el trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero.



El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética.

$$W_F = \Delta E_c; F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = 0 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$\text{Sustituyendo: } 3,2 \text{ N} \cdot \Delta x \cdot (-1) = -\frac{1}{2} \cdot 2 \text{ kg} \cdot (4 \text{ m/s})^2 \Rightarrow \Delta x = 5 \text{ m}$$

### ACTIVIDADES-PÁG. 307

**5. Justifica que la unidad de energía potencial gravitatoria y de energía potencial elástica es el julio.**

De la definición de energía potencial gravitatoria:  $E_p = m \cdot g \cdot h$ , se deduce que:

$$\text{kg} \cdot \text{m/s}^2 \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

De la definición de energía potencial elástica:  $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$ , se deduce que:

$$\text{N/m} \cdot \text{m}^2 = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

**6. Un muelle tiene una constante elástica de 2 N/cm. Calcula la energía potencial elástica cuando la deformación es de 4 cm. ¿Qué trabajo realiza la fuerza elástica para producir esa deformación?**

Las magnitudes en unidades del SI son:  $\Delta x = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$ ;  $K = 2 \text{ N/cm} = 200 \text{ N/m}$

a) Aplicando la definición de energía potencial elástica:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta x^2 = \frac{1}{2} \cdot 200 \text{ N/m} \cdot (0,04 \text{ m})^2 = 0,16 \text{ J}$$

b) El trabajo que realiza la fuerza elástica es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

$$W_{F \text{ elástica}} = - \Delta E_{p \text{ elástica}} = - (E_{p \text{ elástica final}} - E_{p \text{ elástica inicial}}) = - (0,16 \text{ J} - 0) = - 0,16 \text{ J}$$

### ACTIVIDADES-PÁG. 310

**7. Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica deduce que la velocidad con la que llega al suelo un objeto que se deja caer desde una altura h es:  $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$**

La única fuerza que actúa sobre un objeto que cae es su peso y, por tanto, se conserva su energía mecánica. Aplicando la ley de conservación de la energía mecánica entre el punto desde el que se deja caer y el suelo y eligiendo como nivel de referencia de la energía potencial el suelo, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2 - m \cdot g \cdot h = 0 \Rightarrow v_{\text{suelo}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

**8. ¿Hasta qué altura asciende una pelota que se lanza verticalmente con una velocidad de 12 m/s? ¿A qué altura sobre el suelo estará cuando su velocidad sea igual a 6 m/s? ¿Qué velocidad llevará cuando esté a 5 m del suelo?**

La única fuerza que actúa sobre la pelota es su peso y por ello se conserva su energía mecánica durante todo el recorrido. Se elige como origen de energía potencial gravitatoria el suelo.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0$$

a) La energía cinética en el suelo se transforma en energía potencial gravitatoria.

$$E_{c \text{ suelo}} + E_{p \text{ suelo}} = E_{c \text{ arriba}} + E_{p \text{ arriba}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2 + 0 = 0 + m \cdot g \cdot h; \frac{1}{2} \cdot (12 \text{ m/s})^2 = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot h \Rightarrow h = 7,35 \text{ m}$$

b) Un parte de la energía cinética se transforma en energía potencial gravitatoria.

$$E_{c \text{ suelo}} + E_{p \text{ suelo}} = E_c + E_p$$

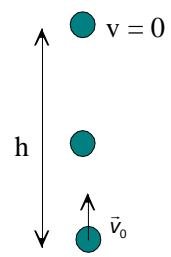
$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h; \frac{1}{2} \cdot (12 \text{ m/s})^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (6 \text{ m/s})^2 + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot h \Rightarrow h = 5,51 \text{ m}$$

b) De igual forma:  $E_{c \text{ suelo}} + E_{p \text{ suelo}} = E_{c \text{ 5m}} + E_{p \text{ 5m}}$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{suelo}}^2 + 0 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + m \cdot g \cdot h; \frac{1}{2} \cdot (12 \text{ m/s})^2 = \frac{1}{2} \cdot v^2 + 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow v = 6,78 \text{ m/s}$$



**ACTIVIDADES-PÁG. 320**

**9. Justifica que la unidad de medida de la energía eléctrica kW·h es una unidad de energía y no de potencia y expresa su equivalencia en julios.**

Teniendo en cuenta la definición de vatio:

$$1 \text{ kW}\cdot\text{h} = 1000 \text{ J/s} \cdot 3600 \text{ s} = 3600000 \text{ J}$$

**ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 322**

**1. Dos objetos que tienen la misma cantidad de movimiento, ¿tienen la misma energía cinética?**

La cantidad de movimiento es una magnitud vectorial que se define:  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Y la energía cinética es una magnitud escalar que se define:  $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Aunque los módulos de la cantidad de movimiento de dos objetos sean iguales, no tienen por qué tener la misma energía cinética.

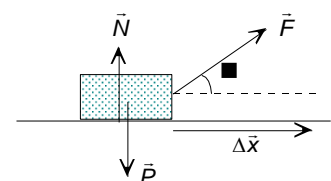
**2. En lo alto de un plano inclinado hay dos objetos en reposo, uno se deja caer verticalmente y el otro se resbala sin rozamiento a lo largo de la rampa. ¿Cuál llega antes al suelo? ¿Cuál adquiere más energía cinética al llegar al suelo?**

Los objetos se deslizan por un plano inclinado con una aceleración mayor cuanto más pendiente sea el plano, luego llega antes al suelo el que se deja caer verticalmente.

Si no hay rozamiento, los dos objetos llegan al suelo con la misma velocidad. En los dos casos la energía potencial gravitatoria se transforma íntegramente en energía cinética.

**3. Un objeto que tiene una masa de 2 kg se desliza, sin rozamiento por una superficie horizontal, por la acción de una fuerza de intensidad igual a 6 N que forma un ángulo de 30° con la citada superficie. Determina el trabajo que realiza cada una de las fuerzas que actúan sobre el objeto para recorrer una distancia de 4 m.**

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza aplicada. El peso y la fuerza normal no realizan trabajo pues son perpendiculares al desplazamiento.

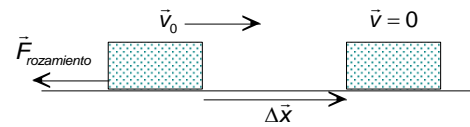


El trabajo que realiza la fuerza aplicada es igual que el que realiza su componente en la dirección del desplazamiento. Aplicando la definición de trabajo:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = F \cdot \Delta x \cdot \cos \nu = 6 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 20,8 \text{ J}$$

**4. Un vehículo de masa 900 kg que va a una velocidad de 25 m/s frena bruscamente y se desliza hasta pararse. Si el coeficiente de rozamiento es igual a 0,2, determina la distancia recorrida hasta detenerse.**

Sobre el vehículo actúan su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento. La fuerza resultante que actúan sobre el objeto es igual a la fuerza de rozamiento. Durante el recorrido del objeto solamente se modifica su velocidad y no hay variación de su posición respecto de la Tierra.



Aplicando la ley de la energía cinética: el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía cinética asociada al objeto.

$$W_{F_{\text{rozamiento}}} = \Delta E_c = 0 - \frac{1}{2} m \cdot v^2; F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ =$$

$$= -\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2; \mu \cdot N \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

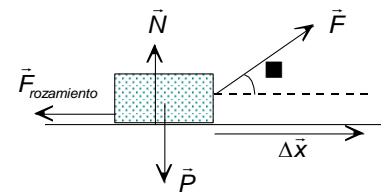
En una superficie horizontal el peso y la fuerza normal tienen el mismo módulo, por lo que:

$$\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2; 0,2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot \Delta x = \frac{1}{2} \cdot (25 \text{ m/s})^2 \Rightarrow \Delta x = 159,4 \text{ m}$$

La energía cinética asociada al objeto se transfiere en forma de calor con el entorno.

**5. Un objeto de 8 kg de masa se traslada por una superficie horizontal por la acción de una fuerza de 60 N que forma un ángulo de 30° con la citada horizontal. Si el objeto arranca desde el reposo y el coeficiente de rozamiento al deslizamiento es igual a 0,2, determina el trabajo que realiza cada una de las fuerzas y la velocidad del objeto después de recorrer 4 m.**

Sobre el objeto actúan su peso, la fuerza normal, la fuerza aplicada y la fuerza de rozamiento. Hay que determinar el módulo de cada una de las fuerzas. Se elige un sistema de referencia con el origen centrado en el objeto, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.



Como el objeto se desliza por la horizontal, en el eje Y está en equilibrio.

En este caso el módulo de la normal no es igual al peso del objeto, descomponiendo la fuerza aplicada en componentes, se tiene:

$$\sum \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{F}_y + \vec{P} = 0; N + F \cdot \sin \phi - P = 0$$

$$\text{Despejando: } N = m \cdot g - F \cdot \sin 30^\circ = 8 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 - 60 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 48,4 \text{ N}$$

$$\text{El módulo de la fuerza de rozamiento es: } F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 48,4 \text{ N} = 9,7 \text{ N}$$

La fuerza resultante tiene por dirección la del eje X:

$$\vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{F}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}};$$

$$F_{\text{resultante}} = F \cdot \cos 30^\circ - F_{\text{rozamiento}} = 60 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ - 9,7 \text{ N} = 42,3 \text{ N}$$

El trabajo que realizan el peso y la fuerza normal es igual a cero, ya que el desplazamiento de perpendicular a la dirección de las fuerzas.

$$W_p = W_N = 0$$

El trabajo que realiza la fuerza aplicada es:

$$W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{x} = 60 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ = 207,8 \text{ J}$$

Y el de la fuerza de rozamiento es:

$$W_{\text{rozamiento}} = \vec{F}_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta\vec{x} = 09,7 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 180^\circ = -38,8 \text{ J}$$

El trabajo total es la suma de los trabajos realizados por cada una de las fuerzas, que coincide con el trabajo realizado por la fuerza resultante

$$W_{\text{resultante}} = \vec{F}_{\text{resultante}} \cdot \Delta\vec{x} = 42,3 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} \cdot \cos 0^\circ = 169,2 \text{ J}$$

Para determinar la velocidad del móvil se aplica la ley de la energía cinética. El trabajo que realiza la fuerza resultante es igual a la variación de la energía cinética del objeto.

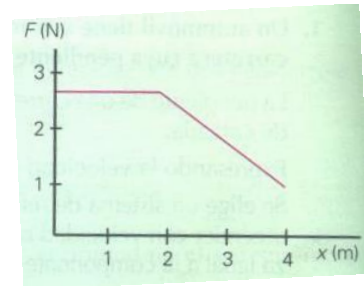
$$W_{\text{resultante}} = \Delta E_c; W_{\text{resultante}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0; 169,2 \text{ J} = \frac{1}{2} \cdot 8 \text{ kg} \cdot v^2 \rightarrow v = 6,5 \text{ m/s}$$

**6. La fuerza que actúa a lo largo de una distancia sobre una partícula, de 20 g de masa, está representada en la figura adjunta. Si la partícula está inicialmente en reposo, calcula la velocidad de la partícula al final del recorrido.**

El trabajo realizado por la fuerza es igual al área encerrada por la curva y el eje de las abscisas.

$$W_F = \text{área rectángulo} + \text{área trapecio} = 2 \text{ m} \cdot 2,5 \text{ N} + \frac{2,5 \text{ N} + 1 \text{ N}}{2} \cdot 2 \text{ m} = 8,5 \text{ J}$$

Aplicando la ley de la conservación de la energía cinética, el trabajo realizado por la fuerza resultante se emplea en modificar la energía cinética de la partícula.



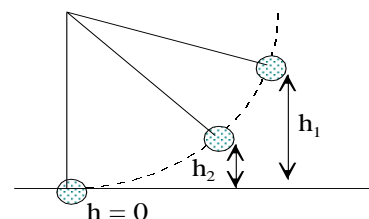
$$W_F = \Delta E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot W}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8,5 \text{ J}}{20 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}} = 29,15 \text{ m/s}$$

**7. Un péndulo consta de una esfera de 250 g de masa y una cuerda de 1 m de longitud que cuelga de un soporte. Calcula el trabajo realizado para separar al objeto lateralmente de la vertical una altura de 50 cm, manteniendo la cuerda tensa. ¿Qué velocidad lleva la esfera cuando está a una altura de 10 cm sobre el punto más bajo de la trayectoria? ¿Con qué velocidad pasa la esfera por el punto más bajo de la trayectoria?**

a) Al separar el objeto de la vertical, solamente hay variación de la posición respecto de la Tierra.

El trabajo que realiza la fuerza externa es igual a la variación de la energía potencial gravitatoria de la esfera.

$$W_F = \Delta E_p = m \cdot g \cdot \Delta h = 0,250 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = 1,225 \text{ J}$$





Al dejar el sistema en libertad, las fuerzas que actúan son su peso y la tensión de la cuerda que es perpendicular a la trayectoria y, por tanto, no realiza trabajo alguno.

b) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre la posición inicial y el punto situado a 10 cm de la posición más baja de la trayectoria y se elige el punto más bajo de la trayectoria como nivel de referencia de la energía potencial gravitatoria.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c,1} + E_{p,1} = E_{c,2} + E_{p,2} \rightarrow 0 + m \cdot g \cdot h_1 = 1/2 \cdot m \cdot v_2^2 + m \cdot g \cdot h_2$$

$$\text{Despejando: } v = \sqrt{2 \cdot g \cdot (h_1 - h_2)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (0,5 \text{ m} - 0,1 \text{ m})} = 2,8 \text{ m/s}$$

c) En el punto más bajo de la trayectoria la energía potencial gravitatoria inicial se ha transformado en energía cinética.

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c,1} + E_{p,1} = E_{c,0} + E_{p,0} \rightarrow 0 + m \cdot g \cdot h_1 = 1/2 \cdot m \cdot v_0^2 + 0$$

$$\text{Despejando: } v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 0,5 \text{ m}} = 3,1 \text{ m/s}$$

**8. La bola de un péndulo se desplaza de la vertical hasta que la cuerda queda horizontal y se deja oscilar. Calcula la velocidad de la bola y la tensión de la cuerda en el punto más bajo de la trayectoria.**

La energía potencial gravitatoria asociada a la posición inicial de la bola se transforma en energía cinética en el parte más baja de la trayectoria. Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica, resulta que:

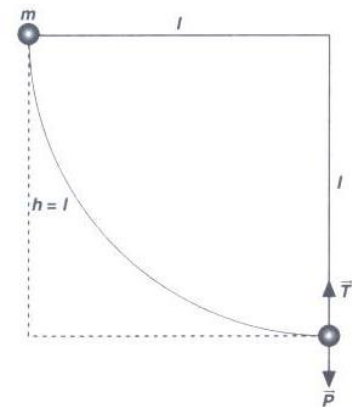
$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; 1/2 \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

El movimiento que describe la lenteja del péndulo es circular. Aplicando la segunda ley de Newton a esta posición, se tiene:

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}_n; \vec{T} + \vec{P} = m \cdot \vec{a}_n \Rightarrow T - P = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Despejando y sustituyendo y como la altura h es igual al radio R de la trayectoria:

$$T = m \cdot g + m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot g + m \cdot \frac{2 \cdot g \cdot h}{R} = 3 \cdot m \cdot g = 3 \cdot P$$

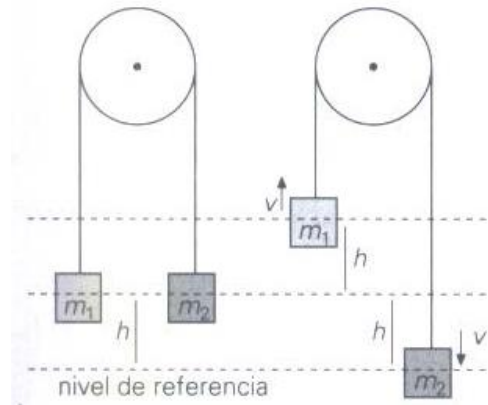


**9. Dos objetos de masas  $m_1 = 4 \text{ kg}$  y  $m_2 = 4,1 \text{ kg}$  están unidos a los extremos de una cuerda ligera que pasa por la garganta de una polea exenta de rozamiento. Inicialmente los objetos están a la misma altura sobre el suelo y se deja evolucionar al sistema. Calcula la velocidad de los objetos cuando están separados por una distancia de 2 m.**

Al liberar el sistema, los dos objetos se aceleran aumentando continuamente su velocidad. Ambos tienen la misma velocidad y la distancia que desciende el uno, es igual a la recorrida por el otro.

Al no existir fricción, la energía mecánica del sistema se conserva. La disminución de la energía potencial del objeto que desciende se transforma en energía potencial del objeto que asciende y en energía cinética de ambos.

Se elige como nivel de referencia de la energía potencial la posición del objeto de mayor masa en el instante en el que la separación de ambos



objetos es de 2 m. Respecto a esta referencia, la posición inicial de los dos objetos es 1 m y la posición final del objeto de menor masa es 2 m.

Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica:

$$\Delta E_p + \Delta E_c = 0; E_{pi,1} + E_{ci,1} + E_{pi,2} + E_{ci,2} = E_{pf,1} + E_{cf,1} + E_{pf,2} + E_{cf,2}$$

Por tanto:

$$m_1 \cdot g \cdot h + 0 + m_2 \cdot g \cdot h + 0 = m_1 \cdot g \cdot 2 \cdot h + 1/2 \cdot m_1 \cdot v^2 + 0 + 1/2 \cdot m_2 \cdot v^2$$

$$\text{Operando: } g \cdot h \cdot (m_2 - m_1) = 1/2 \cdot v^2 \cdot (m_1 + m_2)$$

El primer miembro es la pérdida de energía potencial del sistema y que el segundo miembro es la energía cinética ganada por el conjunto.

$$\text{Sustituyendo: } 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ m} \cdot (4,1 \text{ kg} - 4 \text{ kg}) = 1/2 (4 \text{ kg} + 4,1 \text{ kg}) \cdot v^2 \Rightarrow v = 0,24 \text{ m/s}$$

**10. Se comprime un muelle de constante recuperadora  $k = 50 \text{ N/m}$  y de longitud natural  $60 \text{ cm}$  hasta conseguir que su longitud sea  $40 \text{ cm}$ . ¿Qué trabajo hay que realizar para conseguirlo?**

Al alargamiento (acortamiento) del muelle es:

$$\Delta x = 40 \text{ cm} - 60 \text{ cm} = -20 \text{ cm} = -0,2 \text{ m}$$

El trabajo que realiza la fuerza externa se almacena en forma de energía potencial elástica.

$$W_F = \Delta E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta x)^2 = \frac{1}{2} \cdot 50 \text{ N/m} \cdot (-0,2 \text{ m})^2 = 1 \text{ J}$$

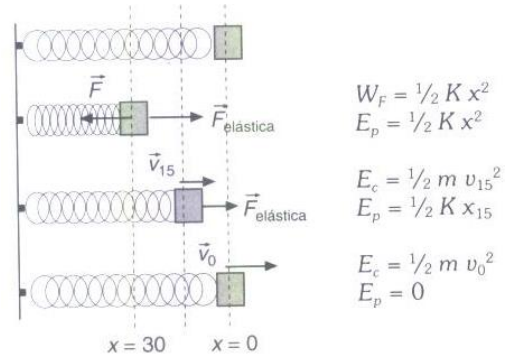
**11. Un objeto de  $500 \text{ g}$  de masa está unido a un resorte que tiene una constante elástica  $K = 100 \text{ N/m}$ . Determina el trabajo que hay que realizar para comprimirlo  $30 \text{ cm}$ . ¿Qué fuerza hay que aplicar y qué trabajo hay que realizar para mantenerlo comprimido? Si a continuación se suelta el objeto, determina el módulo de la fuerza elástica y la velocidad del objeto cuando la deformación es de  $15 \text{ cm}$ . ¿Con qué velocidad pasa el objeto cuando el resorte recupera su longitud normal?**

Si entre el objeto y el suelo no hay rozamiento, las únicas fuerzas que actúan sobre el objeto son la fuerza aplicada para estirar el muelle y la fuerza elástica que tiende a llevarlo a la situación inicial.

a) Como las fuerzas elásticas son conservativas y no hay variaciones en la velocidad del objeto, entonces se aplica la ley de la energía potencial.

El trabajo que realiza la fuerza que comprime al muelle es igual a la variación de la energía potencial elástica asociada al sistema.

$$W_F = \Delta E_p = 1/2 \cdot K \cdot x^2 = 1/2 \cdot 100 \text{ N/m} \cdot (0,30 \text{ m})^2 = 4,5 \text{ J}$$



b) El trabajo realizado por la fuerza externa se almacena en forma de energía potencial elástica. Al soltar el objeto la única fuerza que actúa es la fuerza elástica que lo lleva hacia la posición inicial y en el proceso se conserva la energía mecánica.

Según se acerca el objeto hacia la posición inicial se transforma la energía potencial elástica en energía cinética, el objeto se acelera y el módulo de la fuerza elástica disminuye a medida que disminuye el desplazamiento.

Cuando el objeto pasa por el origen la fuerza elástica y la energía potencial elástica son iguales a cero y la energía cinética tiene su máximo valor. Por inercia el objeto continúa moviéndose en línea recta. A medida que se aleja del origen, aumenta el módulo de la fuerza elástica que lo frena y se transforma su energía cinética en energía potencial elástica.

Cuando alcanza la máxima separación la energía potencial elástica es máxima y la energía cinética es igual a cero. A continuación, el objeto invierte la trayectoria y continúan las transformaciones energéticas.

Aplicando la ley de Hooke y como el desplazamiento y la fuerza elástica tienen sentidos contrarios, se tiene que:

$$\Delta \vec{x} = -0,3 \cdot \vec{i} \text{ m}; \quad \vec{F}_{\text{elástica}} = -K \cdot \Delta \vec{x} = -100 \text{ N/m} \cdot 0,30 (-\vec{i}) \text{ m} = 30 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

Mientras el muelle está comprimido, el objeto está en equilibrio y la fuerza aplicada es:

$$\sum \vec{F} = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{elástica}} = 0; \vec{F} = -\vec{F}_{\text{elástica}} = -30 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

El trabajo que realiza esta fuerza es igual a cero ya que el desplazamiento es cero. Es otro ejemplo para distinguir esfuerzo, fuerza aplicada, de trabajo.

c) El módulo de la fuerza elástica es:  $F_{\text{elástica}} = K \cdot \Delta x = 100 \text{ N/m} \cdot 0,15 \text{ m} = 15 \text{ N}$

Al pasar por la posición  $x = 15 \text{ cm}$ , la energía del sistema es la suma de la energía potencial elástica asociada a esa posición y la energía cinética del objeto.

Aplicando el Ley de la conservación de la energía mecánica entre el extremo y esta posición, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c, \text{extremo}} + E_{p, \text{extremo}} = E_{c, \text{posición}} + E_{p, \text{posición}}$$

$$\text{Operando: } 0 + 1/2 \cdot K \cdot x_{30}^2 = 1/2 m \cdot v_{15}^2 + 1/2 K \cdot x_{15}^2 \rightarrow m \cdot v_{15}^2 = K \cdot (x_{30}^2 - x_{15}^2)$$

$$\text{Despejando: } v_{15} = \sqrt{\frac{K(x_{30}^2 - x_{15}^2)}{m}} = \sqrt{\frac{100 \text{ N/m} \cdot [(0,30 \text{ m})^2 - (0,15 \text{ m})^2]}{0,500 \text{ kg}}} = 3,67 \text{ m/s}$$

d) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre la máxima separación y la posición central de la trayectoria, se tiene:

$$\Delta E_c + \Delta E_p = 0; E_{c, \text{extremo}} + E_{p, \text{extremo}} = E_{c, \text{central}} + E_{p, \text{central}} \rightarrow 0 + 1/2 K \cdot x_{30}^2 = 1/2 m \cdot v_0^2 + 0$$

$$\text{Despejando: } v_0 = \sqrt{\frac{K \cdot x_{30}^2}{m}} = \sqrt{\frac{100 \text{ N/m} (0,30 \text{ m})^2}{0,500 \text{ kg}}} = 4,24 \text{ m/s}$$

### 12. ¿Por qué es más fácil subir a una montaña por un camino sinuoso que verticalmente?

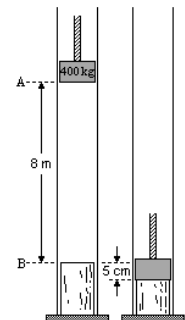
El trabajo que se realiza al subir a una montaña no depende de la trayectoria seguida. Sin embargo la fuerza aplicada es mayor cuanto más vertical sea el camino. Como el esfuerzo físico está relacionado con la fuerza aplicada, es más fácil ascender por el camino más tendido.

### 13. Se deja caer un mazo de hierro de 400 kg de masa desde una altura de 8 m sobre un pilote de madera que se clava en el suelo. Si el pilote se clava 5 cm en el suelo, calcula la fuerza con la que actúa el mazo sobre él.

La energía potencial gravitatoria asociada al mazo cuando está elevado se transforma en energía cinética a medida que desciende.

El suelo ofrece una resistencia a que se introduzca el pilote, por lo que la energía potencial gravitatoria se transforma en trabajo de fricción.

Por la ley de acción y reacción con la misma fuerza actúa el suelo sobre el pilote que el mazo sobre el pilote y el suelo. Considerando que esta fuerza es constante y aplicando la ley de conservación de la energía, se tiene:

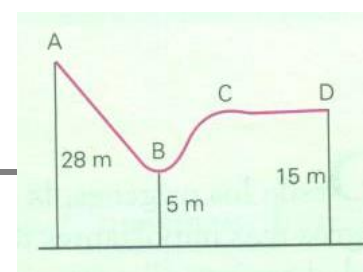


$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_p; F_{\text{rozamiento}} \cdot h_{\text{pilote}} \cos 180^\circ = 0 - m \cdot g \cdot h_{\text{mazo}}$$

$$\text{Despejando: } F_{\text{rozamiento}} = \frac{m \cdot g \cdot h_{\text{mazo}}}{h_{\text{pilote}}} = \frac{400 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (8 \text{ m} + 0,05 \text{ m})}{0,05 \text{ m}} = 631120 \text{ N}$$

### 14. En lo alto de una montaña rusa se encuentra un cochecito de 200 kg de masa en el que se sientan dos personas de 75 kg de masa cada una. El cochecito se pone en movimiento a partir del reposo, haciendo el recorrido desde A hasta C sin rozamiento, encontrándose finalmente con un freno a partir de C que le detiene en D. Sabiendo que las cotas de las posiciones citadas se indican en la figura y que la distancia de frenado CD es de 10 m, se pide: ¿Con qué velocidad llega el cochecito a las posiciones B y C? ¿Qué valor tiene la aceleración de frenado y el coeficiente de rozamiento en la superficie horizontal?

Desde el punto A hasta el punto C no hay rozamiento y por ello se conserva la energía mecánica. Desde C hasta D la energía mecánica se transforma en forma de calor. Se elige origen de la energía potencial gravitatoria la posición cero de la figura.



a) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre los puntos A y B, se tiene:

$$\Delta E_C + \Delta E_p = 0; E_{C,A} + E_{p,A} = E_{C,B} + E_{p,B}; 0 + m \cdot g \cdot h_A = 1/2 \cdot m \cdot v_B^2 + m \cdot g \cdot h_B$$

$$\text{Despejando: } v_B = \sqrt{2 \cdot g (h_A - h_B)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (28 \text{ m} - 5 \text{ m})} = 21,23 \text{ m/s}$$

b) Aplicando la ley de la conservación de la energía mecánica entre los puntos A y C, se tiene:

$$\Delta E_C + \Delta E_p = 0; E_{C,A} + E_{p,A} = E_{C,C} + E_{p,C}; 0 + m \cdot g \cdot h_A = 1/2 \cdot m \cdot v_C^2 + m \cdot g \cdot h_C$$

$$\text{Despejando: } v_C = \sqrt{2 \cdot g (h_A - h_C)} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (28 \text{ m} - 15 \text{ m})} = 15,96 \text{ m/s}$$

c) Aplicando la ley de la conservación de la energía a los puntos A y D, se tiene que el trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica:

$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_C + \Delta E_p = 0 + m \cdot g \cdot h_D - m \cdot g \cdot h_A = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$$

Como la fuerza de rozamiento solamente actúa desde C hasta D, resulta que:

$$F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$$

Aplicando la segunda ley de Newton:  $m \cdot a_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$

Despejando y sustituyendo:

$$a_{\text{rozamiento}} = \frac{g (h_D - h_A)}{\Delta x \cdot \cos 180^\circ} = \frac{9,8 \text{ m/s}^2 (15 \text{ m} - 28 \text{ m})}{10 \text{ m} \cdot (-1)} = 12,74 \text{ m/s}^2$$

El módulo de la fuerza de rozamiento es:  $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$

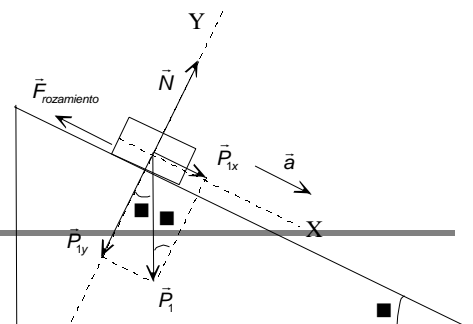
Operando:  $\mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = m \cdot g \cdot (h_D - h_A)$ ;  $\mu \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = h_D - h_A$

Sustituyendo:  $\mu \cdot 10 \text{ m} \cdot (-1) = 15 \text{ m} - 28 \text{ m} \Rightarrow \mu = 1,3$

**15. Desde lo alto de un plano inclinado, de 10 m de longitud y que forma un ángulo de 30° con la horizontal, se deja deslizarse un objeto de 6 kg de masa. Si el coeficiente cinético al deslizamiento entre el objeto y la superficie del plano es 0,1, calcula la velocidad con la que el objeto llega a la base del plano.**

Las fuerzas que actúan sobre el objeto son su peso, la fuerza normal y la fuerza de rozamiento y por lo tanto no se conserva la energía mecánica. Se elige un sistema de referencia con el eje X coincidente con la rampa del plano inclinado.

La fuerza normal no realiza trabajo porque es perpendicular al desplazamiento. Aplicando la ley de la conservación de la energía, el trabajo que realizan todas las fuerzas que actúan sobre un objeto, exceptuando su peso, es igual a la variación de su energía mecánica.



$$W_{F_{\text{rozamiento}}} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

El objeto arranca desde el reposo, desde una altura  $h$ , y se elige como nivel de referencia de la energía potencial gravitatoria la base de la rampa.

$$W_{F_{\text{rozamiento}}} = 1/2 \cdot m \cdot v^2 - 0 + 0 - m \cdot g \cdot h$$

La fuerza de rozamiento al deslizamiento es:  $F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \phi$

Y el trabajo que realiza:

$$W_{F_{\text{rozamiento}}} = \vec{F}_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta \vec{x} = F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta x \cdot \cos 180^\circ = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \phi \cdot \Delta x \cdot (-1)$$

Igualando ambas expresiones:  $-\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \phi \cdot \Delta x = 1/2 \cdot m \cdot v^2 - m \cdot g \cdot h$

Como la altura de la rampa es:  $h = \Delta x \cdot \sin \phi$ , resulta que:

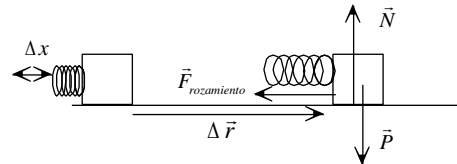
$$-\mu \cdot g \cdot \Delta x \cdot \cos \phi = 1/2 \cdot v^2 - g \cdot \Delta x \cdot \sin \phi \Rightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot \Delta x \cdot (\sin \phi - \mu \cdot \cos \phi)$$

La velocidad es independiente de la masa del objeto.

$$v = \sqrt{2 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m} (\sin 30^\circ - 0,1 \cdot \cos 30^\circ)} = 9 \text{ m/s}$$

**16. Se lanza horizontalmente un bloque de 2 kg por el procedimiento de soltar un muelle comprimido 20 cm que se había unido a él, y cuya constante elástica es de 500 N/m. Calcula la distancia que recorre el bloque por el suelo si el coeficiente de rozamiento con él es de 0,3.**

El muelle comprimido almacena energía potencial elástica. Al soltarlo se transforma en energía cinética del objeto, que se degrada por fricción debido al trabajo de rozamiento.



Aplicando la ley de conservación de la energía y como el desplazamiento se realiza por la horizontal, y la fuerza normal no realiza trabajo por ser perpendicular al desplazamiento, resulta que:

$$W_{F_{\text{rozamiento}}} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$W_{\text{fuerza rozamiento}} = E_{c, \text{ final}} - E_{c, \text{ inicial}} + E_{p \text{ elástica, final}} - E_{p \text{ elástica, inicial}}$$

Las energías cinéticas iniciales y finales son igual a cero, objeto parado, y energía potencial elástica final es igual a cero, muelle distendido.

$$F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta r \cdot \cos 180^\circ = - \frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta x^2$$

En una superficie horizontal la fuerza de rozamiento es:

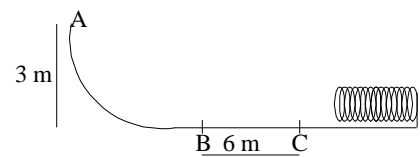
$$F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

$$\text{Por tanto: } \mu \cdot m \cdot g \cdot \Delta r \cdot (-1) = -\frac{1}{2} \cdot K \cdot \Delta x^2$$

$$\text{Despejando: } \Delta r = \frac{K \cdot \Delta x^2}{2 \cdot \mu \cdot m \cdot g} = \frac{500 \text{ N/m} \cdot (0,20 \text{ m})^2}{2 \cdot 0,3 \cdot 2 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 1,70 \text{ m}$$

**17. Un bloque de 10 kg de masa se suelta desde el punto A de un carril ABCD como se representa en la figura adjunta. El carril solamente presenta fricción en la parte BC que tiene una longitud de 6 m. Al final del carril el bloque encuentra un resorte de constante elástica  $K = 2\,250 \text{ N/m}$  y lo comprime una distancia de 30 cm hasta que se detiene de forma momentánea. Determina el coeficiente de rozamiento entre el bloque y el carril en el tramo BC del recorrido.**

La energía potencial gravitatoria asociada al bloque en la posición A, respecto de la horizontal del carril, se transforma en calor debido a la fricción en la parte BC del recorrido y en energía potencial elástica que se almacena de forma momentánea en el resorte.



El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento es igual a la variación de la energía mecánica asociada al objeto.

$$W_{\text{rozamiento}} = \Delta E_{p, \text{ gravitatoria}} + \Delta E_{p, \text{ elástica}}; F_{\text{rozamiento}} \cdot \Delta r_{BC} \cdot \cos 180^\circ =$$

$$= 0 - m \cdot g \cdot h_A + \frac{1}{2} \cdot K \cdot (\Delta x)^2$$

Sustituyendo:

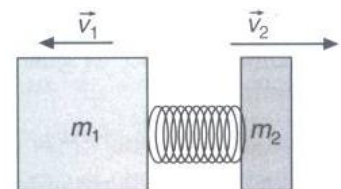
$$F_{\text{rozamiento}} \cdot 6 \text{ m} \cdot (-1) = -10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 3 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 2\,250 \text{ N/m} \cdot (0,30 \text{ m})^2$$

$$\text{Despejando: } F_{\text{rozamiento}} = 32,125 \text{ N}$$

$$\text{Como el tramo BC es horizontal: } F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$$

$$\text{Sustituyendo y despejando: } 32,125 \text{ N} = \mu \cdot 10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \mu = 0,33$$

**18. Un muelle tiene de constante elástica  $K = 2\,000 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$  y está comprimido 10 cm por dos bloques de 5 kg y 2 kg, situados en sus extremos. Si el sistema lo abandonamos en una superficie horizontal sin rozamiento, calcula la velocidad con que salen despedidos los bloques.**



Como no hay rozamiento, la energía potencial elástica del muelle comprimido se conserva y se transforma en energía cinética de los bloques. Como el sistema está aislado, la suma de las fuerzas externas es cero por lo que se conserva la cantidad de movimiento.

Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento.

$$\text{Conservación de la energía: } \Delta E_c + \Delta E_p = 0;$$

$$1/2 \cdot m_1 \cdot v_1^2 - 0 + 1/2 \cdot m_2 \cdot v_2^2 - 0 + 0 - 1/2 \cdot K \cdot x^2 = 0$$

Operando:  $1/2 \cdot K \cdot x^2 = 1/2 \cdot m_1 \cdot v_1^2 + 1/2 \cdot m_2 \cdot v_2^2$

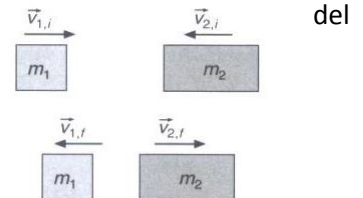
Conservación de la cantidad de movimiento:  $0 = m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2$

Sustituyendo las magnitudes se tiene:  $v_1 = -1,07 \text{ m/s}$  y  $v_2 = 2,67 \text{ m/s}$

**19. Un objeto de 2 kg de masa lleva una velocidad de 6 m/s y choca contra otro objeto de 4 kg de masa que lleva una velocidad de 2 m/s en la misma dirección y al encuentro del primero. Si el choque es elástico, se conserva la energía cinética, calcula la velocidad de cada objeto después del choque.**

Sea 1 el objeto de 2 kg de masa y 2 el otro objeto. Se elige un sistema de referencia con el eje X la dirección del movimiento.

Aplicando la ley de la conservación de la cantidad de movimiento al instante choque, se tiene:



$$\Delta \vec{p} = 0; m_1 \cdot \vec{v}_{1,i} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,i} = m_1 \cdot \vec{v}_{1,f} + m_2 \cdot \vec{v}_{2,f}$$

Asignando el signo positivo a la velocidad inicial del objeto 1 y como el choque se realiza en una dimensión y sustituyendo, se tiene:

$$2 \text{ kg} \cdot 6 \text{ m/s} + 4 \text{ kg} \cdot (-2 \text{ m/s}) = 2 \text{ kg} \cdot v_{1,f} + 4 \text{ kg} \cdot v_{2,f} \Rightarrow 2 \text{ m/s} = v_{1,f} + 2 \cdot v_{2,f}$$

En un choque elástico se conserva la energía en el instante del choque, por tanto:

$$1/2 \cdot m_1 \cdot v_{1,i}^2 + 1/2 \cdot m_2 \cdot v_{2,i}^2 = 1/2 \cdot m_1 \cdot v_{1,f}^2 + 1/2 \cdot m_2 \cdot v_{2,f}^2$$

Simplificando y sustituyendo:

$$2 \text{ kg} \cdot (6 \text{ m/s})^2 + 4 \text{ kg} \cdot (2 \text{ m/s})^2 = 2 \text{ kg} \cdot v_{1,f}^2 + 4 \text{ kg} \cdot v_{2,f}^2$$

Operando:  $44 \text{ (m/s)}^2 = v_{1,f}^2 + 2 \cdot v_{2,f}^2$

Con lo que se tiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\left. \begin{aligned} 2 &= v_{1,f} + 2 \cdot v_{2,f} \\ 44 &= v_{1,f}^2 + 2 \cdot v_{2,f}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{1f} = -4,6 \text{ m/s}; v_{2f} = 3,3 \text{ m/s}$$

Con lo que los objetos se mueven en sentido contrario a como lo hacían antes del choque.

**20. Determina la potencia del motor de una grúa, cuyo rendimiento es del 60 %, si eleva con velocidad constante objetos de 80 kg de masa a una altura de 30 m en 10 s.**

El trabajo que realiza el motor es igual a la variación de la energía potencial de los objetos:

$$W_{\text{motor}} = \Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 80 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 30 \text{ m} = 23 520 \text{ J}$$



La potencia teórica del motor es:  $P = \frac{W}{t} = \frac{23520\text{ J}}{10\text{ s}} = 2352\text{ W}$

Como el rendimiento es del 60 %, el motor que se precisa es:

$$P_{\text{real}} = 2352\text{ W} \cdot \frac{100}{60} = 3920\text{ W}$$

**21. Determina la potencia que desarrolla un ciclista, que tiene una masa de 70 kg, al pedalear con una velocidad de 18 km/h por una carretera horizontal que tiene un coeficiente de rozamiento igual a 0,2. ¿Cuál será la potencia cuando acceda a una rampa del 4%, si se mantiene la velocidad y con el mismo coeficiente de rozamiento?**

La velocidad en unidades del SI es:  $v = 18\text{ km/h} = 5\text{ m/s}$

a) Al pedalear por una carretera horizontal con velocidad constante el ciclista está en equilibrio, por lo que el módulo de la fuerza con la que actúa es igual a la fuerza de rozamiento.

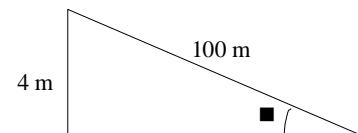
$$\Sigma \vec{F} = 0; \vec{F} + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0;$$

$$F = F_{\text{rozamiento}} = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g = 0,2 \cdot 70\text{ kg} \cdot 9,8\text{ m/s}^2 = 137,2\text{ N}$$

Como la fuerza aplicada y la velocidad son constantes y tienen la misma dirección y sentido, se tiene:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 137,2\text{ N} \cdot 5\text{ m/s} \cdot \cos 0^\circ = 686\text{ W}$$

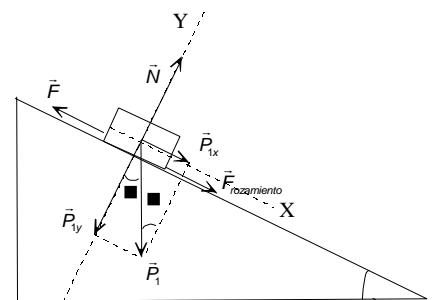
b) Una pendiente del 4 % significa que por cada 100 m de carretera se ascienden 4 m. Por tanto, para el ángulo que forma la carretera con la horizontal se tiene:



$$\text{sen } \varphi = 0,04; \text{cos } \varphi = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \varphi} = 0,999$$

Se elige un sistema de referencia con su origen en el propio ciclista, el eje X paralelo a la carretera y el eje Y perpendicular a la misma.

Para que el ciclista ascienda con velocidad constante, tiene que actuar con una fuerza de módulo igual a la suma de los módulos de la componente del peso paralela a la carretera y de la fuerza de rozamiento.



$$\left. \begin{aligned} \Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{N} + \vec{P}_y = 0; N = P \cdot \text{cos } \varphi = m \cdot g \cdot \text{cos } \varphi \\ \Sigma \vec{F}_x = 0; \vec{F} + \vec{P}_x + \vec{F}_{\text{rozamiento}} = 0; F = P \cdot \text{sen } \varphi + \mu \cdot N \end{aligned} \right\} F = m \cdot g \cdot \text{sen } \varphi + \mu \cdot m \cdot g \cdot \text{cos } \varphi$$

Operando:

$$F = m \cdot g \cdot (\text{sen } \varphi + \mu \cdot \text{cos } \varphi) = 70\text{ kg} \cdot 9,8\text{ m/s}^2 \cdot (0,04 + 0,2 \cdot 0,999) = 164,5\text{ N}$$

Como la fuerza aplicada y la velocidad son constantes y tienen la misma dirección y sentido, se tiene:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v} = 164,5 \text{ N} \cdot 5 \text{ m/s} \cdot \cos 0 = 822,5 \text{ W}$$

**22. Una partícula realiza un movimiento vibratorio armónico simple de periodo T y amplitud A. Calcula el cociente entre sus energías cinética y potencial cuando su elongación es:  $x = A/4$ ,  $x = A/2$  y  $x = A$ .**

Hay que encontrar una relación que ligue las expresiones de las energías en función de la posición. La energía total de un oscilador armónico es:  $E_T = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2$ , por lo que las expresiones generales de las energías potencial y cinética son:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2; E_c = E_T - E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2 - \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot K \cdot (A^2 - x^2)$$

Dividiendo término a término se tiene la relación entre las energías en función de la elongación:

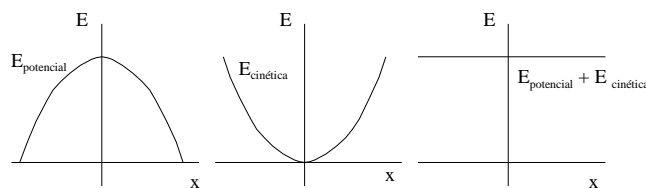
$$\frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2 - x^2}{x^2} = \frac{A^2}{x^2} - 1$$

$$\text{Si } x = A/4 \Rightarrow \frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2}{\left(\frac{A}{4}\right)^2} - 1 = 15;$$

$$\text{Si } x = A/2 \Rightarrow \frac{E_c}{E_p} = \frac{A^2}{\left(\frac{A}{2}\right)^2} - 1 = 3$$

Si  $x = A \Rightarrow$  Toda la energía está en forma de energía potencial, la elongación es máxima y la velocidad es igual a cero.

**23. ¿Cuál de las siguientes graficas representa mejor la energía frente a la posición para un oscilador armónico?**



La energía total asociada a una partícula que vibra con un movimiento armónico simple es:  $E = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2$

La energía total es independiente de la posición, luego la gráfica correcta es la tercera.

La energía potencial del oscilador es:  $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$ , por tanto, la primera gráfica es incorrecta porque la energía potencial es máxima en los extremos e igual a cero en el centro,  $x = 0$ .

La energía cinética de la partícula es:  $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ , por tanto, la segunda gráfica también es incorrecta porque la energía cinética es máxima en el centro, máxima velocidad, e igual a cero en los extremos.

24. Una masa de 1 kg oscila unida a un resorte de constante  $k = 5 \text{ N/m}$ , con un movimiento vibratorio armónico simple de amplitud  $10^{-2} \text{ m}$ . Cuando la elongación es la mitad de la amplitud, calcule que fracción de la energía mecánica es cinética y que fracción es potencial. ¿Cuánto vale la elongación en el punto en el cual la mitad de la energía mecánica es cinética y la otra mitad potencial?

a) La energía mecánica de un oscilador armónico es igual a la suma de su energía potencial elástica, asociada a la posición  $x$ , y de su energía cinética, asociada a su velocidad  $v$ .

Las expresiones de estas energías son:  $E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2$ ;  $E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

Cuando la partícula pasa por los extremos de la vibración toda la energía es de tipo potencial ( $v = 0$ ) y cuando pasa por el centro toda la energía es de tipo cinética ( $x = 0$ ). Por lo que la energía total de la partícula se puede escribir:

$$E_T = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{máxima}}^2$$

a) Cuando la elongación es la mitad de la amplitud,  $x = A/2$ , se tiene que:

$$E_p = \frac{1}{2} K \cdot x^2 = \frac{1}{2} K \left( \frac{A}{2} \right)^2 = \frac{1}{2} K \frac{A^2}{4} = \frac{E_T}{4}$$

La energía potencial es un cuarto de la energía total.

El resto corresponde a la energía cinética:  $E_c = \frac{3}{4} E_T$

b) Si los valores de la energía potencial y cinética son iguales, entonces la energía potencial es igual a la mitad de la energía mecánica.

$$E_p = \frac{E}{2}; \quad \frac{1}{2} \cdot K x^2 = \frac{\frac{1}{2} K \cdot A^2}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{A^2}{2}$$

Despejando, la elongación en la posición en la que se igualan las energías es:

$$x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} A = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} 10^{-2} \text{ m}$$

## UNIDAD 15: Electroestática

### CUESTIONES INICIALES-PÁG. 325

1. ¿Por qué razón unos trocitos de papel se adhieren a un bolígrafo previamente frotado en la manga de un jersey?

Si se frota el plástico con un paño de lana, se arrancan electrones de la lana que pasan a la barra de plástico. En el proceso, el plástico se carga negativamente, a la vez que la lana lo hace positivamente.

Al acercar el bolígrafo cargado a los pedacitos de papel hay una redistribución de las cargas dentro del material. El efecto es como si hubiera una separación de cargas, de modo que las cargas de distinto signo quedan enfrentadas y por ello ambos objetos se atraen inicialmente.

### 2. ¿Por qué los metales son buenos conductores de la corriente eléctrica?

En un metal los electrones de las capas más externas de los átomos tienen libertad de movimiento dentro de la red metálica y cualquier carga eléctrica se redistribuye por toda la superficie del objeto. Debido a esta movilidad de los electrones, los metales son sustancias conductoras y no se electrizan por frotamiento.

### 3. ¿A qué se llama campo eléctrico?

El **campo eléctrico** es un campo físico que es representado mediante un modelo que describe la interacción entre cuerpos y sistemas con propiedades de naturaleza eléctrica.

Se describe como un campo vectorial en el cual una carga eléctrica puntual de valor  $Q$  sufre los efectos de una fuerza eléctrica  $\vec{F}$  dada por la siguiente ecuación:  $\vec{F} = Q \cdot \vec{E}$

#### ACTIVIDADES-PÁG. 326

##### 1. Calcula la cantidad de electrones que tiene que ganar o perder un objeto para adquirir una carga eléctrica de + 1 C.

Para que un objeto adquiera carga eléctrica positiva tiene que perder electrones.

$$\text{electrones} = 1\text{C} \frac{1\text{electrón}}{1,6 \cdot 10^{-19}\text{C}} = 6,25 \cdot 10^{18} \text{ electrones}$$

#### ACTIVIDADES-PÁG. 329

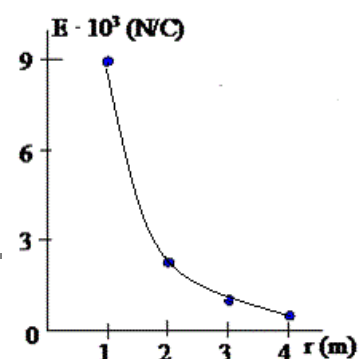
##### 2. Calcula el módulo del campo eléctrico a una distancia de 1 m, 2 m, 3 m y 4 m de una carga eléctrica de 1 $\mu\text{C}$ situada en el vacío. Representa gráficamente el módulo del campo eléctrico en función de la distancia.

El módulo del campo eléctrico a las distancias pedidas es:

$$E = K \frac{|Q|}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{1 \cdot 10^{-6}\text{C}}{(r \text{ m})^2}$$

Al sustituir  $r$  por sus correspondientes valores, se obtiene la tabla:

$r$ (m)	1	2	3	4
236				



E (N/C)	$9 \cdot 10^3$	$2,25 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$	$0,56 \cdot 10^3$
---------	----------------	-------------------	----------------	-------------------

### ACTIVIDADES FINALES-PÁG. 336

1. Determina el número de electrones que tiene en exceso una esfera cuya carga es  $-2 \mu\text{C}$ .

Para que un objeto adquiera carga eléctrica negativa tiene que ganar electrones y en una cantidad de:

$$\text{número de electrones} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \frac{1 \text{ electrón}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,25 \cdot 10^{13} \text{ electrones}$$

2. ¿Puede tener un objeto una carga eléctrica de 2,5 electrones?

La carga eléctrica que adquiere un objeto tiene que ser un múltiplo de la carga del electrón, luego un objeto no puede tener una carga eléctrica de 2,5 electrones.

3. ¿Qué semejanzas y qué diferencias hay entre la ley que rige la interacción entre las masas y la ley que rige la interacción entre las cargas eléctricas?

La ley que rige el comportamiento de las cargas puntuales es, en cierto modo, análoga a la de las masas puntuales. En ambas, el módulo de la fuerza es directamente proporcional al producto de las propiedades que las crean, masa o carga eléctrica, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa; pero existen dos diferencias fundamentales:

Las fuerzas entre masas son siempre atractivas, mientras que las fuerzas entre cargas pueden ser atractivas o repulsivas. La constante G de la ley de gravitación es una constante universal e independiente del medio, mientras que la constante K de la ley de Coulomb depende del medio en el que se sitúen las cargas eléctricas.

4. Justifica, en términos de la fuerza eléctrica, la dirección y sentido en que se mueven de forma espontánea un protón y un electrón colocados en reposo dentro de un campo eléctrico.

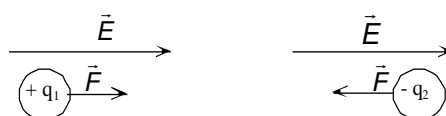
El campo eléctrico en un punto es la fuerza que actúa sobre la unidad de carga eléctrica positiva, q,

colocada en ese punto.  $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$

El campo eléctrico en un punto es una magnitud vectorial de dirección y sentido los de la fuerza sobre la unidad de carga positiva.

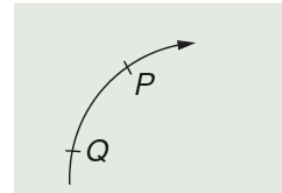
Si se conoce el campo eléctrico que actúa en un punto de una región del espacio, entonces la fuerza que actúa sobre una carga eléctrica, q, colocada en ese punto es:  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$

La fuerza con la que actúa un campo eléctrico sobre una carga tiene el sentido del campo para las cargas positivas, como el protón y el contrario para las negativas, como el electrón:

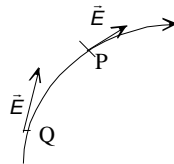


Acción de un campo eléctrico sobre una carga positiva y sobre otra negativa.

5. La figura adjunta representa una línea de campo eléctrico. Dibuja el vector campo en los puntos indicados



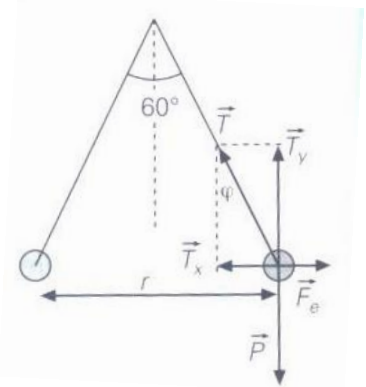
El campo eléctrico es un vector tangente a la línea en cualquier punto considerado, Q o P.



6. Dos esferas de 0,2 g de masa cada una cuelgan del mismo punto mediante un hilo de 50 cm de longitud. Al electrizarlas con la misma carga eléctrica se separan un ángulo de 60°. Calcula la carga eléctrica de cada esfera.

Sobre cada una de las esferas actúan sus pesos, la tensión del hilo y la fuerza eléctrica. En estas condiciones ambos objetos están en equilibrio.

Se elige para cada de las bolitas un sistema de referencia con el origen centrado en ellas, el eje X la horizontal y el eje Y la vertical.



$$\left. \begin{aligned} \sum \vec{F}_x = 0; \vec{T}_x + \vec{F}_{\text{eléctrica}} = 0; T \cdot \text{sen } \varphi &= \frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \\ \sum \vec{F}_y = 0; \vec{T}_y + \vec{P} = 0; T \cdot \text{cos } \varphi &= m \cdot g \end{aligned} \right\}$$

$$\text{Dividiendo: } \text{tag } \varphi = \frac{K \cdot |q|^2}{m \cdot g \cdot r^2} \Rightarrow |q| = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot r^2 \cdot \text{tag } \varphi}{K}}$$

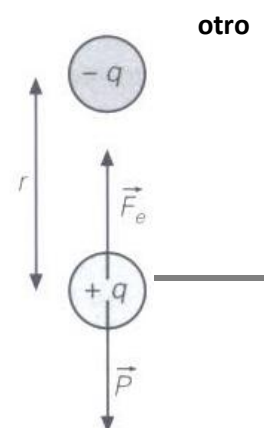
El ángulo entre los hilos es de 60°, lo que significa que las bolitas y el punto del que cuelgan forman un triángulo equilátero. La distancia entre las esferas es igual a la longitud de cada hilo:  $r = 50 \text{ cm}$  y el ángulo que se separa cada hilo de la vertical es  $\nu = 30^\circ$ .

$$\text{Sustituyendo: } |q| = \sqrt{\frac{0,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 (0,5 \text{ m})^2 \cdot \text{tag } 30^\circ}{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2}} = 1,8 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

El signo de la carga eléctrica no se puede conocer.

7. Un objeto tiene una masa de 0,1 kg y una carga de  $10^{-6} \text{ C}$ . ¿Dónde se colocará objeto que tiene una carga eléctrica de  $-10 \mu\text{C}$  para que el primero no se caiga?

Para que el objeto de 0,1 kg de masa esté en equilibrio debe actuar sobre él una fuerza de módulo igual a su peso y de sentido hacia arriba. Por tanto, como el otro objeto tiene carga negativa, este hay que colocarlo en la vertical del primero y por encima.



Se elige un sistema de referencia con el origen centrado en el objeto de masa igual a 0,1 kg y el eje Y la vertical. Aplicando la condición de equilibrio, se tiene:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{F}_{\text{eléctrica}} + \vec{P} = 0; F_{\text{eléctrica}} = P \Rightarrow \frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{r^2} = m \cdot g$$

$$\text{Despejando: } r = \sqrt{\frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{m \cdot g}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2} \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{C}}{0,1 \text{kg} \cdot 9,8 \text{m/s}^2}} = 0,3 \text{m}$$

8. En el origen de coordenadas está situada una carga  $q_1 = +10 \mu\text{C}$  y en el punto A (3 m, 0 m) otra carga  $q_2 = -20 \mu\text{C}$ . Calcula la fuerza que actúa sobre la carga  $q_3 = +5 \mu\text{C}$ , situada en el punto B (0 m, 4 m).

Aplicando la ley de Coulomb se calculan los módulos de las fuerzas que actúan sobre la carga  $q_3$ .

El módulo de la fuerza con que actúa la carga  $q_1$  es:

$$F_1 = K \frac{|q_1| \cdot |q_3|}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{C}}{(4 \text{ m})^2} = 0,028 \text{N}$$

Su expresión vectorial es:  $\vec{F}_1 = 0,028 \cdot \vec{j} \text{ N}$

El módulo de la fuerza con que actúa la carga  $q_2$  es:

$$F_2 = K \frac{|q_2| \cdot |q_3|}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{20 \cdot 10^{-6} \text{C} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{C}}{(\sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2})^2} = 0,036 \text{N}$$

Del diagrama de fuerzas se deducen sus componentes cartesianas:

$$F_{2x} = F_2 \cdot \text{sen} \varphi = 0,036 \text{ N} \cdot 3/5 = 0,0216 \text{ N} \rightarrow \vec{F}_{2x} = 0,0216 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \text{cos} \varphi = 0,036 \text{ N} \cdot 4/5 = 0,0288 \text{ N} \rightarrow \vec{F}_{2y} = 0,0288(-\vec{j}) \text{ N}$$

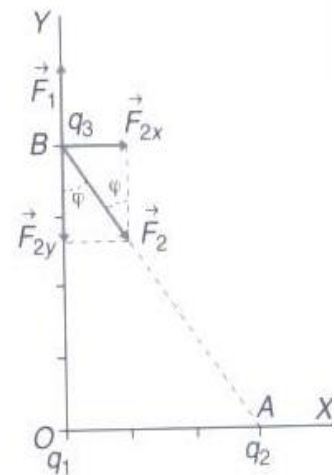
Por el principio de superposición, la fuerza total que actúa sobre la carga  $q_3$  es igual a la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre ella. Las componentes de la fuerza total son:

$$\vec{F}_x = \vec{F}_{2x} = 0,0216 \cdot \vec{i} \text{ N}$$

$$\vec{F}_y = \vec{F}_1 + \vec{F}_{2y} = 0,028 \cdot \vec{j} \text{ N} + 0,0288(-\vec{j}) \text{ N} = -8 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j} \text{ N}$$

Su expresión vectorial es:  $\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = [0,0216 \cdot \vec{i} - 8 \cdot 10^{-4} \cdot \vec{j}] \text{ N}$

$$\text{Y su módulo es: } F = |\vec{F}| = \sqrt{(0,0216 \text{ N})^2 + (8 \cdot 10^{-4} \text{ N})^2} = 0,0216 \text{N}$$



9. Calcula el módulo, dirección y sentido de la fuerza que actúa sobre un electrón colocado en un campo eléctrico de intensidad  $\vec{E} = 10^4 \cdot \vec{j} \text{ N/C}$

Aplicando la definición de campo eléctrico, el vector fuerza eléctrica que actúa sobre el electrón es:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 10^4 \vec{j} \text{ N/C} = -1,6 \cdot 10^{-15} \vec{j} \text{ N}$$

10. Justifica que dentro de un campo eléctrico, los electrones se mueven de forma espontánea hacia los puntos de mayor potencial eléctrico y que los protones lo hacen hacia los puntos de menor potencial eléctrico.

Aplicando la ley de la energía potencial, el trabajo que realiza la fuerza electrostática al trasladar una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

Al trasladar una carga positiva desde un punto A hasta otro B se tiene:

$$W_{\text{Electrostática A6 B}} = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A) > 0 \text{ si } q > 0 \text{ y } V_B < V_A$$

Por lo que las cargas positivas se trasladan de forma espontánea hacia potenciales decrecientes:

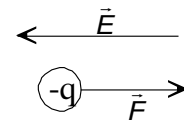
Mientras que las negativas lo hacen hacia potenciales crecientes.

$$W_{\text{Electrostática A6 B}} = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A) > 0 \text{ si } q < 0 \text{ y } V_B > V_A$$

11. Un electrón se deja en reposo en una zona en la existe un campo eléctrico uniforme. Si sobre la partícula actúa una fuerza eléctrica de  $1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}$  dirigida según el sentido positivo del eje X, calcula el módulo dirección y sentido del campo eléctrico.

$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$  La dirección del campo eléctrico es la del vector campo y sentido hacia el electrón porque su carga es negativa y es contraria a la del campo.

$$\text{En módulo: } 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot E \Rightarrow E = 10^4 \text{ N/C}$$



12. Calcula el módulo del campo eléctrico a una distancia de 1 m, 2 m, 3 m y 4 m de una carga de  $1 \mu\text{C}$  situada en el vacío. Representa gráficamente el módulo del campo eléctrico en función de la distancia.

El módulo del campo eléctrico a las distancias pedidas es:

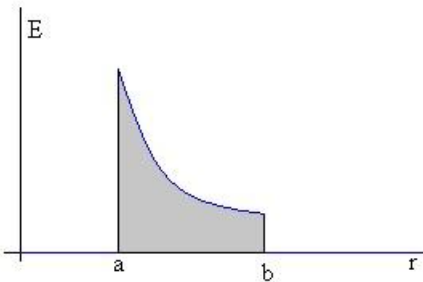
$$E = K \frac{q}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{r^2}$$

Al sustituir r por sus correspondientes valores, se obtiene la tabla adjunta donde a es el punto inicial y b el punto final:



r (m)	1	2	3	4
E (N/C)	$9 \cdot 10^3$	$2,25 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^3$	$0,56 \cdot 10^3$

Y se obtiene la gráfica del tipo:



**13. Si el campo eléctrico en un punto es igual a cero, ¿significa que no hay cargas eléctricas en sus proximidades? ¿Será también igual a cero el potencial eléctrico en ese punto?**

Si el campo eléctrico en un punto es igual a cero significa que la suma vectorial de todos los campos eléctricos generados por todas las cargas eléctricas en ese punto es igual a cero. Si el campo eléctrico en un punto es igual a cero, el potencial eléctrico no es igual a cero.

**14. Dos cargas  $q_1 = 3 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -6 \mu\text{C}$  están situadas en el vacío a una distancia de 2 m. Calcula la variación de la energía potencial eléctrica y el trabajo realizado para separarlas hasta una distancia de 4 m. Interpreta el signo del resultado obtenido.**

La energía potencial asociada a la situación inicial y final de las cargas eléctricas es:

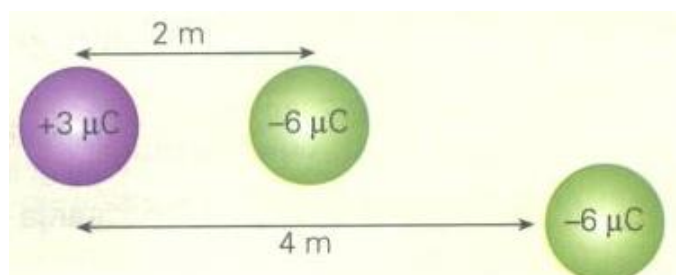
$$E_{p,\text{inicial}} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{\text{inicial}}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{C} (-6 \cdot 10^{-6} \text{C})}{2 \text{m}} = -0,081 \text{ J}$$

$$E_{p,\text{final}} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{\text{final}}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{3 \cdot 10^{-6} \text{C} (-6 \cdot 10^{-6} \text{C})}{4 \text{m}} = -0,0405 \text{ J}$$

El trabajo realizado por la fuerza electrostática para separar las cargas es:

$$W_{\text{if}} = -\Delta E_p = -(E_{p,\text{final}} - E_{p,\text{inicial}}) = -(-0,0405 - (-0,081)) = -0,0405 \text{ J}$$

Alejar dos cargas de distinto signo no es proceso espontáneo, un agente externo tiene que realizar un trabajo, contra la fuerza electrostática, que se transforma forma de energía potencial eléctrica. La energía potencial eléctrica de la distribución final es mayor que la energía potencial eléctrica de la distribución

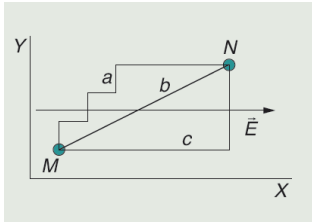


un

en

inicial.

**15. En la figura adjunta se representa un campo eléctrico uniforme, dirigido a lo largo del eje de abscisas. Si se desea trasladar una carga eléctrica desde el punto M hasta el punto N, por cuál de las tres trayectorias indicadas se realiza menos trabajo.**



Al ser la fuerza electrostática una fuerza conservativa, el trabajo no depende de la trayectoria escogida y, por tanto, da igual la trayectoria que se tome.

**16. En el origen de coordenadas está situada una carga eléctrica positiva +Q. Indica cómo se modifica la energía potencial eléctrica al acercar otra carga de signo positivo o si lo hace otra de signo negativo.**

La energía potencial eléctrica almacenada por dos cargas eléctricas depende del signo de las cargas y de la distancia que las separa.

$$E_p = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

a) Dos cargas eléctricas del mismo signo se repelen. Para acercarlas un agente externo debe aplicar una fuerza que realiza un trabajo que se almacena en forma de energía potencial eléctrica, que aumenta al disminuir la distancia entre las cargas. Al dejar las cargas en libertad, la fuerza electrostática tiende a alejarlas y realiza un trabajo a expensas de disminuir la energía potencial eléctrica asociada a las cargas.

b) Dos cargas eléctricas de distinto signo se atraen entre sí. Para separarlas, un agente externo debe aplicar una fuerza de sentido contrario a la fuerza electrostática. Esa fuerza realiza un trabajo que se almacena en forma de energía potencial eléctrica, que aumenta al incrementarse la distancia entre las cargas. Al dejar las cargas en libertad, la fuerza electrostática tiende a acercarlas y realiza un trabajo a costa de disminuir la energía potencial de la asociación.

**17. Un punto A está a un potencial eléctrico de 30 V y otro punto B está a un potencial eléctrico de 50 V. Calcula el trabajo que realiza la fuerza eléctrica para trasladar una carga eléctrica de + 3 μC desde A hasta B.**

El trabajo que realiza la fuerza eléctrica al trasladar una carga entre dos puntos dentro de un campo eléctrico es:

$$W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A) = -3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot (50 \text{ V} - 30 \text{ V}) = -6 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

El proceso no es espontáneo, las cargas eléctricas positivas se mueven de forma espontánea hacia potenciales decrecientes.

18. La fuerza electrostática realiza un trabajo  $W_{\text{Electrostática}} = -10 \text{ J}$  al trasladar una carga eléctrica  $q = +2 \text{ C}$  desde un punto A hasta otro punto B. Si el punto A está a un potencial eléctrico de  $20 \text{ V}$ , calcula el potencial eléctrico del punto B.

El trabajo que realiza la fuerza eléctrica al trasladar una carga entre dos puntos dentro de un campo eléctrico es:

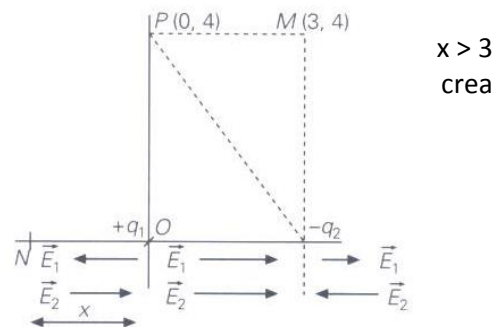
$$W_{A \rightarrow B} = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A); \quad -10 \text{ J} = -2 \text{ C} \cdot (V_B - 20 \text{ V}) \Rightarrow V_B = 5 \text{ V}$$

El proceso no es espontáneo, por lo que el punto B está a un potencial mayor que el punto A.

19. En el origen de un sistema de coordenadas ortogonales se coloca una carga puntual de  $q_1 = 1 \mu\text{C}$ . En el eje de las abscisas y a una distancia de  $3 \text{ m}$  del origen se coloca  $q_2 = -6 \mu\text{C}$ . Si el medio es el aire, calcula la posición del eje de las abscisas en la que se anula la intensidad del campo eléctrico. Determina el trabajo necesario para trasladar  $+2 \mu\text{C}$  desde el punto P (0,4) hasta el punto M (3,4).

a) Entre el origen de coordenadas y  $x = 3 \text{ m}$ , los campos que crean las dos cargas tienen el mismo sentido. Para coordenadas  $m$  el campo que crea la carga  $q_2$  es siempre mayor que el que la carga  $q_1$ , estos puntos están más cerca de la carga  $q_2$  que mayor en valor absoluto que la carga  $q_1$ .

El campo eléctrico se anula en algún punto situado en la parte negativa del eje de las abscisas,  $x < 0 \text{ m}$ . Sea este punto N de coordenadas  $(-x, 0)$ . En este punto los módulos de los campos creados por  $q_1$  y  $q_2$  son iguales y su signo es distinto.



$$E_1 = E_2; \quad \frac{K \cdot |q_1|}{r_1^2} = \frac{K \cdot |q_2|}{r_2^2}$$

$$\text{Sustituyendo y operando: } \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{x^2} = \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{(x + 3 \text{ m})^2}; \quad \frac{1}{x} = \frac{2,45}{x + 3 \text{ m}} \Rightarrow x = 2,07 \text{ m}$$

Las coordenadas del punto pedido son: N  $(-2,07, 0) \text{ m}$

b) Para calcular la energía transformada en el proceso de traslación de una carga hay que calcular el potencial eléctrico de los puntos P y M. El potencial eléctrico en un punto creado por varias cargas puntuales es igual a la suma de los potenciales eléctricos generados por cada una de las cargas.

$$V_P = V_1 + V_2 =$$

$$= \frac{K \cdot q_1}{r_1} + \frac{K \cdot q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2} \left[ \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{4 \text{ m}} + \frac{-6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2}} \right] = -8,55 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$V_M = V_1 + V_2 =$$

$$= \frac{K \cdot q_1}{r_1} + \frac{K \cdot q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2} \left[ \frac{1 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{\sqrt{(3 \text{ m})^2 + (4 \text{ m})^2}} + \frac{-6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{4 \text{ m}} \right] = -11,7 \cdot 10^3 \text{ V}$$

c) Aplicando la ley de la energía potencial se tiene que el trabajo que realiza la fuerza electrostática es igual a la variación de la energía potencial eléctrica cambiada de signo.

$$W_{P \rightarrow M} = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -q \cdot (V_M - V_P) =$$

$$= -2 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot [-11,7 \cdot 10^3 \text{ V} - (-8,55 \cdot 10^3 \text{ V})] = 6,3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

De signo positivo, la fuerza electrostática realiza un trabajo en el proceso a costa de disminuir la energía potencial de la distribución. Las cargas positivas se desplazan de forma espontánea desde los puntos de mayor potencial hasta los puntos de menor potencial.

**20. Una bolita cargada tiene una masa de  $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$  y está colgada de un hilo no conductor y se le acerca una segunda bola, de igual masa, cargada con  $+10^{-8} \text{ C}$ . El hilo del que está suspendida la primera bola se aleja de la otra, separándose de la vertical un ángulo de  $30^\circ$ . Ambas bolas quedan entonces en la misma horizontal, separadas entre sí  $1 \text{ m}$ . determina el valor de la carga de la primera bola.**

Sobre la bolita que cuelga actúan su peso, la tensión de la cuerda y la fuerza eléctrica, que lógicamente es de repulsión.

En estas condiciones el objeto está en equilibrio, por lo que aplicando las ecuaciones del equilibrio de traslación, y descomponiendo la tensión en componentes, se tiene:

$$\Sigma \vec{F} = 0; \begin{cases} T_x = F_{\text{eléctrica}} \\ T_y = P \end{cases}; \begin{cases} T \cdot \text{sen } \varphi = \frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \\ T \cdot \text{cos } \varphi = m \cdot g \end{cases}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\text{tag } \varphi = \frac{K \cdot |q_1| \cdot |q_2|}{m \cdot g \cdot r^2} \Rightarrow |q_1| = \frac{m \cdot g \cdot r^2 \cdot \text{tag } \varphi}{K \cdot |q_2|}$$

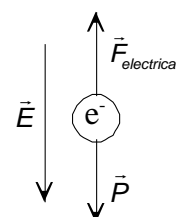
$$\text{Sustituyendo: } |q_1| = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (1 \text{ m})^2 \cdot \text{tag } 30}{9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot 10^{-8} \text{ C}} = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

Como la fuerza electrostática es de repulsión, el signo de la carga  $q_1$  es el mismo que el de la carga  $q_2$ . Por tanto la carga pedida es:  $q_1 = +3,1 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ .

**21. En una región del espacio actúa un campo eléctrico uniforme dirigido verticalmente. Si al colocar en su interior un electrón permanece en reposo, calcula el módulo y el sentido del campo eléctrico.**

Datos:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

Sobre el electrón actúan su peso y la fuerza eléctrica. Como se encuentra en reposo, entonces la fuerza eléctrica tiene sentido contrario al peso. La fuerza eléctrica que actúa sobre las cargas negativas tiene sentido contrario al campo, por tanto el campo eléctrico tiene el mismo sentido que el peso.



Como el electrón está en equilibrio:

$$\Sigma \vec{F}_y = 0; \vec{F}_{\text{eléctrica}} + \vec{P} = 0; F_{\text{eléctrica}} = P; |q| \cdot E = m \cdot g$$

Sustituyendo:  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot E = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \Rightarrow E = 5,6 \cdot 10^{-11} \text{ N/C}$

**22. Una carga puntual crea en un punto del espacio un campo eléctrico de módulo  $E_p = 200 \text{ N/C}$  y un potencial eléctrico  $V_p = 600 \text{ V}$ . Calcula el valor de la carga eléctrica, su signo y la distancia a la que se encuentra el citado punto.**

Aplicando las ecuaciones que permiten calcular el campo y el potencial eléctricos generados por una carga puntual, se tiene:

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{K \cdot |q|}{r^2} = 200 \text{ N/C} \\ V &= \frac{K \cdot q}{r} = 600 \text{ V} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} E &= \frac{1}{r} = \frac{1}{3} \Rightarrow r = 3 \text{ m} \end{aligned}$$

Sustituyendo en la segunda ecuación:

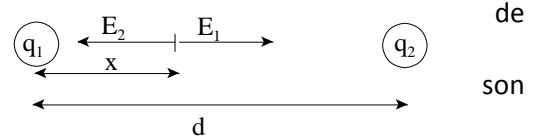
$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cdot q}{3 \text{ m}} = 600 \text{ V} \Rightarrow q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C} = 0,2 \mu\text{C}$$

Como el potencial eléctrico es positivo, la carga eléctrica también es positiva.

**23. Dos cargas eléctricas puntuales de  $+1 \mu\text{C}$  y  $+4 \mu\text{C}$  están fijas en dos puntos que distan  $6 \text{ cm}$ . ¿Dónde podría dejarse libremente una carga de  $+3 \mu\text{C}$  para que permaneciera en reposo?**

a) La carga de  $+3 \mu\text{C}$  permanece en reposo en aquellos puntos en los que el campo eléctrico sea nulo. Como las dos cargas fijas tienen el mismo signo, el campo eléctrico es nulo en algún punto situado en el segmento que une las cargas.

Supongamos que este punto P está situado a una distancia  $x$  la carga  $q_1 = +1 \mu\text{C}$ . En este punto los módulos de los campos eléctricos creados por cada una de las cargas fijas iguales.



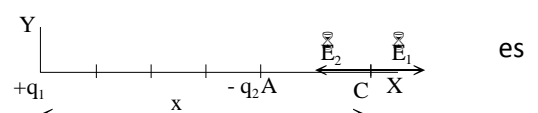
$$E_1 = E_2; K \frac{|q_1|}{r_1^2} = K \frac{|q_2|}{r_2^2}; \frac{1 \mu\text{C}}{x^2} = \frac{4 \mu\text{C}}{(6 - x)^2}$$

Operando:  $6 - x = 2x \rightarrow x = 2 \text{ m}$

La carga permanece en reposo en el segmento que las une y a  $2 \text{ m}$  de la de  $1 \mu\text{C}$ .

**24. En el origen de coordenadas hay una carga eléctrica  $q_1 = +27 \text{ nC}$  y en el punto A  $(4, 0)$  otra carga eléctrica  $q_2 = -3 \text{ nC}$ . ¿Hay algún punto del espacio en el que se anule el campo eléctrico? Determinalo.**

De la situación de las cargas se deduce que el campo eléctrico se anulará en algún punto de la recta que las une, decir, en el eje X.



Sea  $x$  la coordenada de un punto C en el que se anula el campo. Los módulos de los campos eléctricos creados por cada una de las cargas deben ser iguales.

$$E_1 = E_2; \frac{K \cdot |q_1|}{r_1^2} = \frac{K \cdot |q_2|}{r_2^2}; \frac{27 \text{ nC}}{x^2} = \frac{3 \text{ nC}}{(x - 4)^2};$$

$$9(x - 4)^2 = x^2; 3 \cdot x - 12 = x \rightarrow x = 6 \text{ m}$$

El punto C en el que se anula el campo eléctrico tiene de coordenadas C (6, 0)

**25. En un punto del espacio se coloca una carga eléctrica de signo negativo,  $-Q$ , que se considerará que está fija. Describe las transformaciones de la energía y cómo se modifica la energía potencial eléctrica al alejar y al acercar una carga eléctrica de signo positivo.**

La energía potencial eléctrica almacenada por dos cargas eléctricas depende del signo de las cargas y de la distancia que las separa.

$$E_p = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

La energía potencial eléctrica asociada a cargas de distinto signo es siempre menor que cero, negativa, siendo el mayor valor igual a cero que es cuando están muy lejos la una de la otra.

Dos cargas eléctricas de distinto signo se atraen entre sí. Para separarlas, un agente externo debe aplicar una fuerza de sentido contrario a la fuerza electrostática. Esa fuerza realiza un trabajo que se almacena en forma de energía potencial eléctrica, que aumenta al incrementarse la distancia entre las cargas. Al dejar las cargas en libertad, la fuerza electrostática tiende a acercarlas y realiza un trabajo a costa de disminuir la energía potencial de la asociación.

**26. En un punto del espacio se coloca una carga eléctrica de signo negativo,  $-Q$ , que se considerará que está fija. Describe las transformaciones de la energía y cómo se modifica la energía potencial eléctrica al acercar y al alejar una carga eléctrica de signo negativo.**

La energía potencial eléctrica almacenada por dos cargas eléctricas depende del signo de las cargas y de la distancia que las separa.

$$E_p = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

La energía potencial eléctrica asociada a cargas del mismo signo es siempre mayor que cero, positiva, siendo el menor valor igual a cero que es cuando están muy lejos la una de la otra.

Dos cargas eléctricas del mismo signo se repelen. Para acercarlas un agente externo debe aplicar una fuerza que realiza un trabajo que se almacena en forma de energía potencial eléctrica, que aumenta al disminuir la distancia entre las cargas. Al dejar las cargas en libertad, la fuerza electrostática tiende a alejarlas y realiza un trabajo a expensas de disminuir la energía potencial eléctrica asociada a las cargas.

**27. Dos cargas  $q_1 = -2 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -4 \mu\text{C}$  están situadas en el vacío a una distancia de 3 m. Calcula la variación de la energía potencial eléctrica y el trabajo realizado para separarlas hasta una distancia de 6 m. Interpreta el signo del resultado obtenido.**

La energía potencial asociada a la situación inicial y final de las cargas eléctricas es:

$$E_{p,\text{inicial}} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{\text{inicial}}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{(-2 \cdot 10^{-6} \text{ C})(-4 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{3 \text{ m}} = 0,024 \text{ J}$$

$$E_{p,\text{final}} = K \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{\text{final}}} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2} \frac{(-2 \cdot 10^{-6} \text{ C})(-4 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{6 \text{ m}} = 0,012 \text{ J}$$

El trabajo realizado por la fuerza electrostática para separar las cargas es:

$$W_{i \rightarrow f} = -\Delta E_p = -(E_{p,\text{final}} - E_{p,\text{inicial}}) = -(0,012 \text{ J} - 0,024 \text{ J}) = 0,012 \text{ J}$$

Alejar dos cargas del mismo signo un proceso espontáneo, la fuerza eléctrica realiza un trabajo de signo positivo a costa de disminuir la energía potencial eléctrica de la asociación.

**28. Justifica, en función del trabajo que realiza la fuerza electrostática, el que dentro de un campo eléctrico, los electrones se mueven de forma espontánea hacia los puntos de mayor potencial eléctrico y que los protones lo hacen hacia los puntos de menor potencial eléctrico.**

Aplicando la ley de la energía potencial, el trabajo que realiza la fuerza electrostática al trasladar una carga entre dos puntos es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo.

Al trasladar una carga positiva desde un punto A hasta otro B se tiene que:

$$W_{\text{Electrostática } A \rightarrow B} = -\Delta E_p = -q \cdot \Delta V = -q (V_B - V_A)$$

El proceso es espontáneo cuando ese trabajo es mayor que cero.

Las cargas positivas se trasladan de forma espontánea hacia los puntos de menor potencial eléctrico, mientras que las negativas lo hacen hacia los puntos de mayor potencial eléctrico. En efecto:

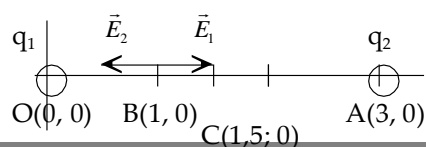
Si  $q > 0$  entonces  $W_{\text{Electrostática } A \rightarrow B} > 0$  cuando  $V_B < V_A$

Si  $q < 0$  entonces  $W_{\text{Electrostática } A \rightarrow B} > 0$  cuando  $V_B > V_A$

**29. Dos cargas positivas  $q_1$  y  $q_2$  se encuentran situadas en los puntos de coordenadas (0,0) y (3,0) respectivamente. Sabiendo que el campo eléctrico es nulo en el punto (1,0) y que el potencial electrostático en el punto intermedio entre ambas vale  $9 \cdot 10^4 \text{ V}$ , determina el valor de dichas cargas. Las coordenadas se expresan en m.**

Los módulos de los campos eléctricos son iguales en el punto en el que se anula el campo.

$$E_1 = E_2; \frac{K \cdot |q_1|}{r_1^2} = \frac{K \cdot |q_2|}{r_2^2}; \frac{q_1}{(1\text{m})^2} = \frac{q_2}{(2\text{m})^2}$$



El potencial eléctrico en un punto es igual a la suma de los potenciales eléctricos generados por cada una de las cargas.

$$V_C = V_{1C} + V_{2C} = \frac{K \cdot q_1}{r_1} + \frac{K \cdot q_2}{r_2}; 9 \cdot 10^4 \text{ V} = \frac{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cdot q_1}{1,5 \text{ m}} + \frac{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cdot q_2}{1,5 \text{ m}}$$

Operando en las dos ecuaciones se tiene el sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 4 \cdot q_1 = q_2 \\ q_1 + q_2 = 1,5 \cdot 10^{-5} \end{array} \right\} \Rightarrow q_1 = 0,3 \cdot 10^{-5} \text{ C y } q_2 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ C}$$

**30. Se tienen dos cargas eléctrica  $q_1 = +6 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -9\mu\text{C}$  están colocadas a una distancia de 5 cm la una de la otra. ¿Hay algún punto en el que se anule el potencial eléctrico?**

El potencial eléctrico se anula en algún punto situado en el segmento que une las cargas eléctricas. Sea ese punto P situado a una distancia x de la carga positiva. El potencial eléctrico en un punto es igual a la suma de los potenciales eléctricos que genera cada una de las cargas.

$$V_P = V_1 + V_2 = \frac{K \cdot q_1}{r_1} + \frac{K \cdot q_2}{r_2}$$

$$0 \text{ V} = \frac{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{x} + \frac{9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2 (-9 \cdot 10^{-6} \text{ C})}{5 \text{ cm} - x}$$

$$\text{Operando: } \frac{6}{x} = \frac{9}{5 \text{ cm} - x}; \frac{2}{x} = \frac{3}{5 \text{ cm} - x};$$

$$2 \cdot (5 \text{ cm} - x) = 3 \cdot x \Rightarrow x = 2 \text{ cm}$$

El potencial eléctrico se anula a 2 cm de la carga positiva.