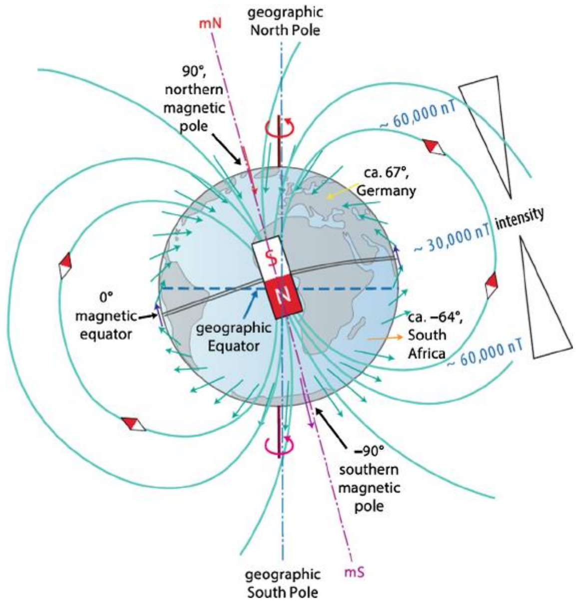
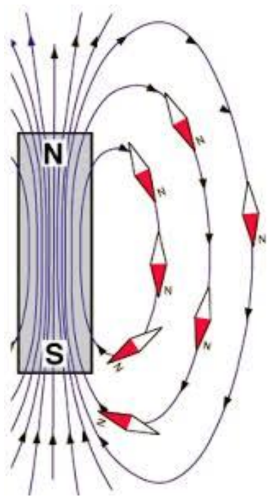
CAMPO MAGNÉTICO (Tema 5 del libro de Editex)

1 Campo magnético. Generalidades. Historia.

Los fenómenosmagnéticos son conocidos desde los tiempos de la Grecia antigua. El nombre se debe a que fue observado en <u>ciertas piedras procedentes de la región de Magnesia</u> que atraían al hierro e interaccionaban entre sí. Este mineral se llamó piedra imán y actualmente es conocido con el nombre de <u>magnetita</u> (óxido ferroso-férrico Fe_3O_4).Esta propiedad no está relacionada con la gravitación, puesto que no todos los cuerpos la poseen. Aparentemente tampoco lo está con la interacción eléctrica puesto que las cargas eléctricas estáticas no experimentaban influencia de los materiales magnéticos, aunque el posterior desarrollo de los acontecimientos vino a demostrar que campo eléctrico y campo magnético están íntimamente relacionados, hasta tal punto que se suele hablar de los **campos electromagnéticos**, <u>siendo la interacción eléctrica la que se produce entre cargas estáticas y la magnética la existente entre cargas en movimiento</u>.



No se obtenía ninguna interacción entre los imanes y las cargas eléctricas obtenidas por frotamiento (cargas estáticas). Además la interacción entre imanes presentaba diferencias con respecto a la interacción entre cargas. Cuando ponemos un imán junto a otro, dependiendo de sus posiciones relativas aparecen giros, atracciones o repulsiones. El estudio de estos fenómenos llevó a postular que en <u>un imán existen dos regiones diferenciadas que se denominan</u> **polos magnéticos**, lugares en los que la <u>fuerza magnética es más intensa</u>. Existen dos tipos de polos magnéticos que se designan con las letras N y S, el primero apunta hacia el Norte geográfico terrestre y el segundo hacia el Sur geográfico. <u>La interacción entre polos magnéticos del mismo nombre es repulsiva, entre los de distinto nombre es atractiva.</u> Esto significa que **LOS POLOS MAGNÉTICOS DE LA TIERRA ESTÁN INVERTIDOS RESPECTO DE LOS POLOS GEOGRÁFICOS**, porque la brújula apunta su polo Norte hacia el Sur magnético del gigantesco imán que es la Tierra (que es el Norte geográfico).



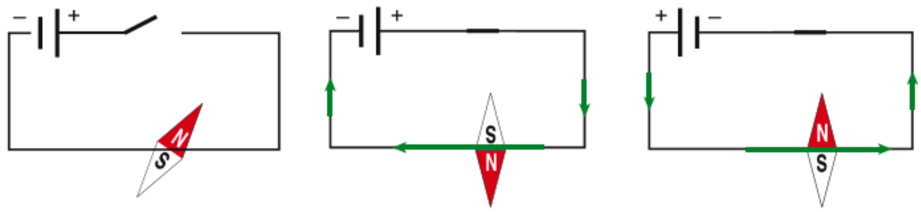
El aspecto más peculiar de los polos magnéticos, en contraposición a las cargas eléctricas, es que **no se pueden conseguir polos magnéticos aislados**. Si partimos un material magnético intentando separar los dos polos, en cada trozo obtenido surgen los dos polos, creándose dos nuevos imanes, por tanto *<u>no es posible obtener monopolos magnéticos</u>*.***(O mejor dicho, hasta la fecha no ha sido posible su detección a pesar de una intensa búsqueda)***

En una región en la que un imán de prueba (una brújula) experimenta una fuerza que tiende a orientarlo, **existe un campo magnético**, cuya intensidad será representada por el vector $\vec{B}$. Las ***líneas de campo son cerradas*** *(a diferencia del eléctrico) y <u>por convenio</u> se dibujan* ***saliendo del polo norte*** *y volviendo a* ***entrar por el polo sur****, por el exterior del imán, mientras que siguen de* ***sur a norte por el interior****, hasta completa el cierre de las líneas (*ver dibujo lateral*)*. Una forma práctica de poner de manifiesto la existencia del campo magnético es esparcir limaduras de hierro en las proximidades del imán, ellas definen la forma de las líneas de campo magnético. Como en los campos anteriores, $\vec{B}$ es tangente a las líneas de campo, tiene el mismo sentido que ellas: las líneas de campo no pueden cruzarse nunca (porque habría 2 valores de la tangente, dos valores del $\vec{B}$ distintos) y el nº de ellas que atraviesan la unidad de superficie colocada perpendicularmente a la líneas coincide con el valor de $|\vec{B}|$ en el centro de dicha superficie. $|\vec{B}|$ se medirá en una nueva unidad, el **Tesla (T)**, que definiremos luego.

1.1 <u>Experimento de Oersted.</u>

Durante muchos años no se encontró relación entre los fenómenos eléctricos y los magnéticos. Hasta que un 21 de abril de 1820 el profesor **Hans Cristian Oersted**, durante el trascurso de una clase, colocó una aguja magnética sobre un hilo conductor horizontal que se dirigía en la dirección geográfica norte-sur.

Mientras no pasaba corriente por el hilo la aguja no se movía, pero en el instante en que se hacía pasar una corriente eléctrica por el hilo, **la aguja se orientaba perpendicularmente al hilo**, lo que indica la existencia de un campo magnético perpendicular a la corriente. Este fenómeno indica que las **cargas eléctricas en movimiento**(eso es una corriente eléctrica) **producen campos magnéticos**. Se puede comprobar también mediante el método de las limaduras.



Con el circuito abierto, la brújula se alinea según la dirección norte-sur

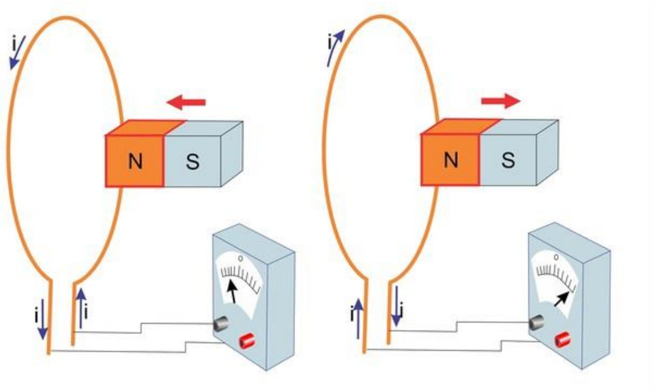
Al cerrar el circuito, la aguja se orienta perpendicularmente al hilo

Al cambiar el sentido de la corriente, la aguja modifica su orientación

Un dato importante es que las líneas de campo son perpendiculares a la dirección de la corriente, formando circunferencias cuyo centro es el hilo. El sentido del campo se puede obtener mediante la regla de la mano derecha, de tal forma que el pulgar apunte en el sentido en que circula la corriente, el resto de los dedos al cerrarse indica el sentido de las líneas del campo magnético creado, que serán, como veremos luego, círculos concéntricos al hilo conductor.

1.2 Experimento de Faraday.

Aunque lo estudiaremos con más detalle más adelante, es bueno seguir el hilo histórico para apreciar cómo se encontró la relación inversa a la anterior, entre magnetismo y electricidad. Poco después del experimento de Oersted, **Michael Faraday** (1831) se planteó si ocurriría también el fenómeno contrario. Si una corriente eléctrica podía producir un campo magnético (Oersted), ¿podría un campo magnético producir una corriente eléctrica, es decir, podría un campo magnético poner cargas en movimiento? Faraday planteó un circuito en forma de espira conectado a un amperímetro (para detectar el paso de corriente) y colocó un imán en las proximidades de la espira. Cuando el imán no se movía, no había corriente eléctrica, pero si el imán se iba acercando a la espira aparecía una corriente en el circuito, que era de sentido contrario si el imán se alejaba de la espira. Igual ocurre si se deja el imán fijo y lo que se acerca o aleja es la espira. Es decir, que **si hay movimiento relativo entre ambos las cargas eléctricas**, los electrones del conductor en este caso, **se ponen a circular**. La conclusión que podemos obtener de esta experiencia es que una **carga en movimiento relativo con respecto a un campo magnético experimenta una fuerza magnética**que la hace moverse, produciendo una corriente eléctrica.



A modo de resumen:

- **Oersted**: Una carga en movimiento (corriente) produce un campo magnético.
- **Faraday**: Una carga en movimiento en un campo magnético experimenta una fuerza magnética.

Tanto un imán como una carga eléctrica en movimiento perturban al medio que los rodea, dotando a cada punto del espacio de una propiedad vectorial denominada intensidad del campo magnético $\vec{B}$ y que se manifiesta por la acción de una fuerza sobre otros imanes u otras partículas cargadas en movimiento

De esta fuerza nos ocuparemos ahora. Hay que advertir que no seguiremos el orden cronológicopor ser más sencillo desde un punto de vista didáctico.

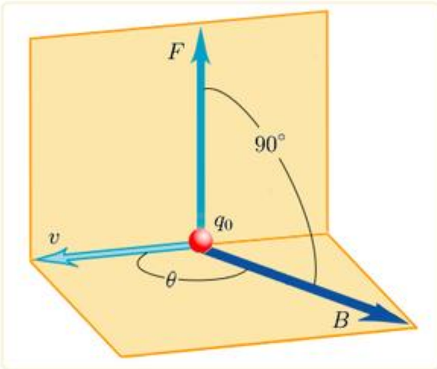
Veremos primero como actúa el campo magnético ("Efectos del campo magnético") sobre una carga, un hilo con corriente y un circuito completo, y posteriormente estudiaremos como producir un campo magnético ("fuentes del campo magnético").

2 Efectos del campo magnético.

*OBSERVACIÓN IMPORTANTE: En este tema los vectores que estén dirigidos en dirección perpendicular al plano del papel estarán representados por puntos • (significando la punta de la flecha en caso de que el sentido sea hacia afuera, o sea hacia el lector)o por aspas **x** (que representan la cola de la flecha cuando el vector se dirige hacia el interior del papel atravesándolo).*

2.1 Fuerza sobre una carga en movimiento: Ley de Lorentz (1865).

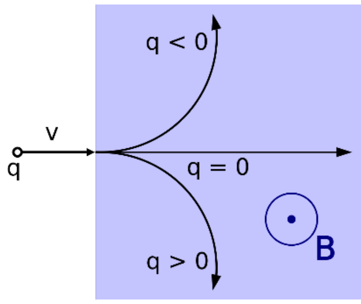
Una carga eléctrica en reposo no experimenta influencia por parte de un campo magnético. Sin embargo, una carga eléctrica (q) experimenta una fuerza magnética ($\vec{F}$) cuando se mueve (con velocidad $\vec{v}$) en el campo magnético ($\vec{B}$). Dicha fuerza viene dada por la siguiente expresión vectorial denominada **fuerza de Lorentz o ley de Lorentz:**



$$\boldsymbol{\vec{F} = q(\vec{v}x\vec{B})} \quad [ec.\mathbf{1}]$$

Podemos analizar algunas de las consecuencias de esta ecuación:

1. La fuerza ejercida por un campo magnético $\vec{B}$ sobre una carga puede ser 0 en varias situaciones:
   a. Si la carga es 0. (el campo magnético no actúa sobre una partícula neutra)
   b. Si la carga está en reposo (a diferencia del campo eléctrico E que siempre actúa sobre una carga)
   c. Si la carga se mueve paralelamente (v paralela o antiparalela a B). En este caso, la fuerza magnética será 0 y la carga se movería sin aceleración, con MRU.
2. La fuerza sobre una carga será máxima si su módulo es máximo, o sea, $|\vec{F}| = |q||\vec{v}||\vec{B}|sen\theta$, hecho que ocurrirá cuando el ángulo que forma v y B sea 90°.
3. La fuerza magnética $\vec{F}$ que aparece es perpendicular al plano formado por el vector campo $\boldsymbol{\vec{B}}$ y el vector velocidad $\vec{v}$. Como $\vec{F} = m\vec{a}$ la aceleración también será perpendicular a $\vec{v}$, por lo que será aceleración normal o centrípeta y por tanto producirá cambios en la dirección de la velocidad (producirá un giro) mientras que no cambiará el módulo de la velocidad ($|\vec{v}| = cte$). Como la energía cinética permanece constante la conclusión que obtenemos es que el campo magnético no realiza trabajo sobre la carga ($\vec{F}$ y $d\vec{r}$ desplazamiento son perpendiculares).
4. El sentido de la fuerza dependerá, en última instancia, del signo de la carga q. Como vemos en el siguiente esquema, si v está en el plano del papel hacia la derecha y B sale hacia nosotros, $\vec{v}x\vec{B}$ será un vector dirigido en el plano del papel hacia abajo. Si q es positiva, F será en ese sentido y si q es negativa F será en sentido contrario. Recuerda que el sentido de la fuerza nos indicará el centro de giro. Es importante también recordar el orden correcto de la fórmula, pues el producto vectorial no es conmutativo.



Podemos establecer las unidades de $\vec{B}$ (**vector intensidad del campo magnético**) a partir de la anterior expresión. Si calculamos el módulo:

$$|\vec{F}| = |q||\vec{v}||\vec{B}|sen\theta$$

En el caso concreto de $\vec{v}$ perpendicular a $\vec{B}$ (senθ=1)

$$|\vec{B}| = \frac{|\vec{F}|}{|q||\vec{v}|}$$

La unidad de intensidad magnética ($\boldsymbol{\vec{B}}$) en el sistema internacional se denomina Tesla (T, en honor a Nicola Tesla), que es la intensidad de un campo magnético tal, que ejerce una fuerza de 1 N sobre una carga de 1C cuando se mueve en dirección perpendicular al campo con velocidad de 1 m/s.

Un divisor del T es el Gauss (1T=10^4 G). El campo magnético terrestre oscila entre 0,25 y 0,65 G (25-65 µT).

Si en la zona de movimiento de la carga **existe un campo eléctrico, además del magnético**, la fuerza resultante será la suma de ambas:

$$\boldsymbol{\vec{F} = \vec{F}_{eléctrica} + \vec{F}_{magnética} = q\vec{E} + q(\vec{v}x\vec{B}) = q(\vec{E} + \vec{v}x\vec{B})} \ [ec.\mathbf{2}]$$

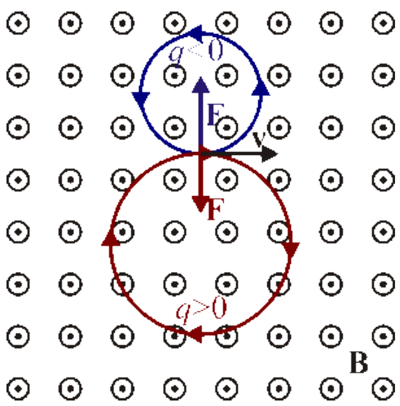
2.2 Movimiento de una carga en un campo magnético uniforme.

Vamos a considerar el movimiento de una carga que ***se mueve al entrar en el campo perpendicularmente a él***. Según la ecuación [**1**] la fuerza que se origina es perpendicular a la velocidad (también al campo), por lo que su efecto es cambiar la dirección de dicha velocidad sin cambiar su módulo (fuerza normal), resultando por tanto, un movimiento circular y uniforme. La aceleración es centrípeta y podemos igualar entonces la fuerza resultante a ma_n.

$$|\vec{F}| = |q||\vec{v}||\vec{B}| = ma_n = m\frac{|\vec{v}|^2}{r}$$

De donde

$$r = \frac{m|\vec{v}|}{|q||\vec{B}|}$$



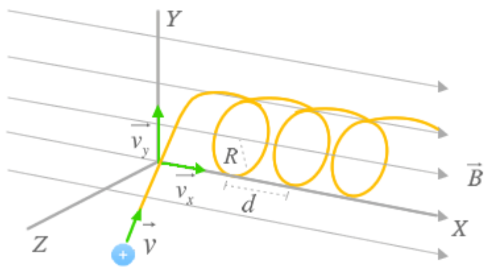
Es decir, el radio de la trayectoria es directamente proporcional a la cantidad de movimiento e inversamente proporcional a la intensidad del campo.

Podemos calcular el valor de la velocidad angular de la partícula

$$\omega = \frac{|\vec{v}|}{r} = \frac{|q||\vec{B}|}{m} \text{ y el período es } T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{|q||\vec{B}|}$$

Estas propiedades se utilizan en distintos aparatos, tales como:

- La cámara de niebla, un entorno cerrado que contiene vapor de agua supersaturado y un campo magnético vertical que hace que al entrar en ella las partículas cargadas ionizen las moléculas de agua, actuando éstas como núcleos de condensación, de forma que se producen pequeñas gotas que nos permiten seguir la trayectoria de las partículas, que describen círculos en uno u otro sentido y mayor o menor radio según su masa y su carga. https://goo.gl/3t2sT8
- El selector de velocidades, un aparato que sólo deja pasar aquellas cargas con una determinada velocidad.
- El espectrógrafo de masas para establecer la masa de iones de isótopos.
- El ciclotrón, un acelerador de partículas por la acción coordinada de un campo eléctrico y uno magnético. El fundamento de estos aparatos se tratara a continuación.



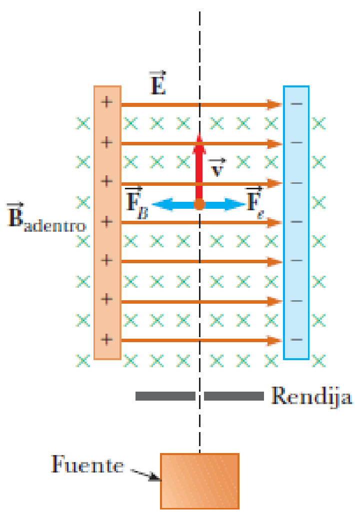
Cuando la velocidad de entrada de la partícula no es perpendicular al campo, tendremos dos componentes de la velocidad, una normal al campo, que podemos llamar v_y, y otra paralela al campo, que podemos llamar v_x. Hemos tomado como eje X el del campo, tal que $\vec{B} = B\vec{\imath}$ (ver dibujo). Así:

$$\vec{F} = q\left((v_x\vec{\imath} + v_y\vec{\jmath})x(B\vec{\imath})\right) = -qv_yB\vec{k}; |\vec{F}| = qv_yB$$

$\vec{B}$ no producirá fuerza sobre v_x, al ser paralelos, y por tanto la partícula avanzará en el eje X con MRU, sin aceleración, con v_x=constante, mientras que sobre la componente v_y si hará una fuerza centrípeta que la hará girar con $r = \frac{mv_y}{qB}$. El resultado de la composición de ambos movimientos es una trayectoria circular cuyo centro avanza a un **paso de tornillo** de $d = v_xT$, siendo el período $T = \frac{2\pi m}{qB}$, o sea una trayectoria helicoidal (en forma de hélice). Es el fundamento de las **auroras boreales** (https://goo.gl/x4OME4). Un estudio detallado de esta situación puede verse en https://goo.gl/AidCVQ

2.3 Aplicaciones de la fuerza de Lorentz

2.3.1 Selector de velocidades



La fuerza magnética sobre una partícula cargada que se mueve en el interior un campo magnético uniforme puede equilibrarse por una fuerza electrostática si se escogen adecuadamente los valores y direcciones de los campos magnético y eléctrico. Puesto que la fuerza eléctrica tiene la dirección del campo eléctrico (en el caso de partículas positivas) y la fuerza magnética es perpendicular al campo magnético, los campos eléctrico y magnético deben ser perpendiculares entre sí, para que se contrarresten estas fuerzas. La figura muestra una región del espacio entre las placas de un condensador en el cual existe un campo eléctrico y un campo magnético perpendicular (que puede producirse por un imán indicado).

Consideremos una partícula de carga q que entra en este espacio procedente de la parte inferior. Si q es positiva, la fuerza eléctrica de magnitud $q|\vec{E}|$ está dirigida hacia la derecha y la fuerza magnética de magnitud $q|\vec{v}||\vec{B}|$ está dirigida hacia la izquierda. Si la carga es negativa, estarán invertidas ambas fuerzas.

La fuerza eléctrica es independiente de la velocidad, pero la magnética si depende de $\vec{v}$ y será mayor cuanto mayor sea $\vec{v}$. Habra una velocidad tal que hará coincidir las 2 fuerzas, o sea, $q|\vec{E}| = q|\vec{v}||\vec{B}|$. Esa velocidad será

$$|\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{selector}}| = \frac{|\vec{\boldsymbol{E}}|}{|\vec{\boldsymbol{B}}|} \; [ec. \mathbf{3}]$$

Si la carga q viaja a esa velocidad, no sufrirá ninguna desviación y pasará en línea recta a lo largo del aparato. Si la velocidad de la partícula es superior a esa, la fuerza magnética será mayor que la eléctrica y la partícula se desviará hacia la izquierda (si es positiva). Si la velocidad es inferior a $|\vec{v}_{selector}|$, la fuerza magnética será menor que la eléctrica y la carga q positiva se desviará hacia la derecha. La conclusión es: Sólo pasarán sin desviarse aquellas cuyas $|\vec{v}_{selector}|$ sea $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}$. Podemos conseguir seleccionar, de entre un grupo de cargas con diferentes velocidades, aquellas que lleven la que deseemos jugando con el cociente $\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|}$ para que sea la velocidad deseada. Sólo las partículas que lleven esa **velocidad, independientemente de su masa o su carga,** pasarán sin desviarse y podrán ser recogidas al otro lado del dispositivo para el uso que se les quiera dar.

Ejercicio de aplicación

Un protón se mueve en la dirección x en una región de campos cruzado donde $\vec{E} = 2 \cdot 10^5 \vec{k}$ N/C y $\vec{B}$=3OOO $\vec{j}$ Gauss (1 Tesla = 10^4Gauss).

a) ¿Cuál es la velocidad del protón si no se desvía?

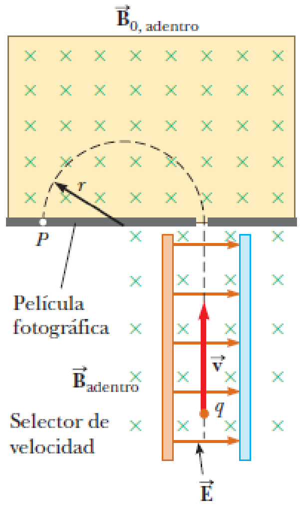
b) Si el protón se mueve con una velocidad doble anterior, ¿en qué dirección se desviará?

2.3.2 Espectrómetro de masas

El espectrómetro de masas, **diseñado por vez primera por Francis William Aston en 1919** y mejorado posteriormente por Kenneth Bainbridge y otros, fue desarrollado para medir las masas de los isótopos. Estas medidas constituyen un medio importante para la determinación de la existencia de isótopos y su abundancia en la naturaleza.

El espectrómetro de masas se utiliza para determinar la relación masa-carga de iones de carga conocida midiendo el radio de sus órbitas circulares en un campo magnético conocido. La figura muestra un dibujo esquemático simple de un espectrómetro de masas. Veamos como funciona:

Los iones procedentes de una fuente, son acelerados por un campo eléctrico, filtrados por un selector de velocidades e introducidos en un campo magnético uniforme producido por un electroimán.



Si los iones parten del reposo y se mueven a través de una diferencia de potencial ΔV, su energía cinética cuando entren en el imán es igual al trabajo realizado por la fuerza eléctrica, qΔV:

$$\frac{1}{2}mv^2 = q\Delta V$$

Los iones, después de ser acelerados, pasan por un selector de velocidades que deja pasar a aquellos que cumplen la [ecuación 1] y entran en una cámara de vacío con un campo magnético uniforme perpendicular. Esos iones se mueven en una semicircunferencia de radio r dado por la ecuación anterior e inciden sobre una película fotográfica en el punto P, a una distancia 2r del punto en el que entraron en el electroimán. La velocidad v puede eliminarse entre las ecuaciones

De $r = \frac{m\,v}{qB}$; $v = \frac{rqB}{m}$ y $v^2 = \left(\frac{rqB}{m}\right)^2$ por lo tanto $\frac{1}{2}m\left(\frac{r\,q\,B}{m}\right)^2 = q\Delta V$ simplificando esta ecuación y despejando m/q

$$\boldsymbol{\frac{m}{q} = \frac{B^2 r^2}{2\Delta V}}$$

Relación que nos permite calcular la relación m/q de los iones del aparato. La abundancia de cada uno se puede apreciar por el grosor de la marca que los isótopos dejan al llegar a la pantalla.

Ejemplo:

Un ion de ^{58}Ni de carga +e y masa $9{,}62 \cdot 10^{-26}$ Kg se acelera a través de una diferencia de potencial de 3 kV y se desvía en un campo magnético de 0,12 T.

a) Determinar el radio de curvatura de la órbita del ion.

b) Determinar la diferencia que existe entre los radios de curvatura de los iones ^{58}Ni y ^{60}Ni.

a) De la ecuación última se obtiene $r^2 = \frac{2m\Delta V}{qB^2} = 0{,}251;\ r = 0{,}501\,m$

b) El radio de la órbita de un ion en un determinado campo magnético es proporcional a la raíz cuadrada de su masa para un determinado voltaje acelerador. Si r_1, es el radio de la órbita del ion ^{58}Ni y r_2 el de la órbita del ion ^{60}Ni, la relación de los radios es $\frac{r_2}{r_1} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$*. Por tanto, el radio de la órbita del ion ^{60}Ni es*

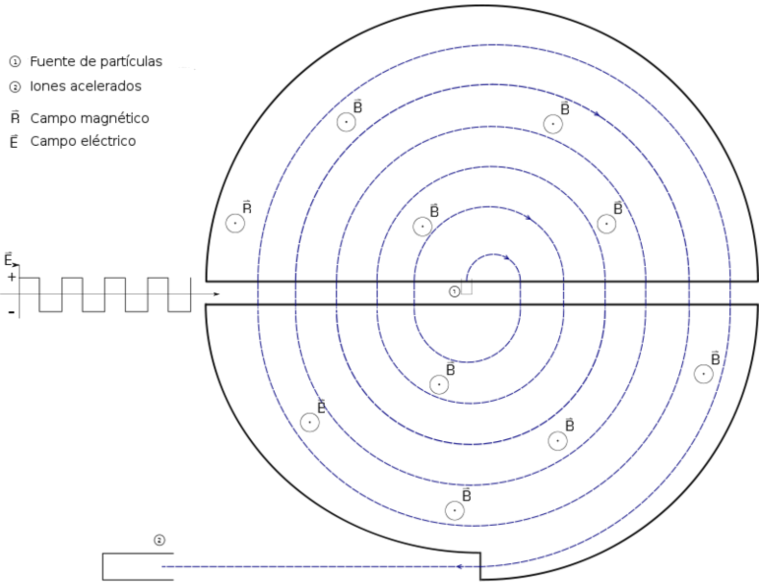
$$r_2 = r_1\sqrt{\frac{60}{58}} = 0{,}510\,m$$

La diferencia entre los radios de las órbitas es r_2 - r_1 = 0,510 m – 0,501 m = 0,009 m = 9 mm, que es una diferencia apreciable perfectamente.

2.3.3 El ciclotrón

Un ciclotrón es un dispositivo que puede acelerar partículas con carga a gran velocidad. Las partículas energéticas producidas son utilizadas para bombardear los núcleos atómicos, produciendo así reacciones nucleares de interés para los investigadores. En los hospitales utilizan este dispositivo para la producción de sustancias radioactivas para el diagnóstico y el tratamiento.

Tanto las fuerzas eléctricas como magnéticas desempeñan un papel fundamental en la operación de un ciclotrón, en la figura se muestra el dibujo esquemático.



Las cargas se mueven en el interior de dos recipientes semicirculares, D_1 y D_2, que se conocen como **des** debido a que su forma es parecida a la letra D. Dentro de cada D hay un campo magnético uniforme en dirección perpendicular (en el esquema hacia nosotros, saliendo de la hoja). Un ion positivo liberado a poca velocidad cerca del centro de una de las D sigue una trayectoria semicircular (lo cual se indica con la línea discontinua del dibujo) y cuando llega al espacio entre las "des" se aplica una diferencia de potencial de modo que acelera a la carga en su camino hacia la otra D. Cuando entra en ella, al llevar mayor velocidad, hará un circulo de mayor radio, pero en hacer ese **círculo mayor tardará el mismo tiempo siempre, ya que el período T no depende del radio**. Al cabo de T/2 llegará al espacio de separación de las 2 "Des", donde **volveremos a aplicar una diferencia de potencial para acelerar la carga, pero ahora invertida de polaridad**, ya que ahora la carga va en sentido contrario. **Es decir, cada T/2 cambiaremos la polaridad de la diferencia de potencial entre las "Des"**. T recordamos que es:

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

En cada salto entre "Des" la carga incrementa su energía cinética en la cantidad qΔV. Cuando el radio de su trayectoria es prácticamente el de las "des", el ion sale del sistema a través de la ranura de salida. **Obsérvese que la operación del ciclotrón se basa en que T es independiente de la rapidez del ion y del radio de la trayectoria circular**.

Se puede obtener una expresión de la energía cinética del ion cuando sale del ciclotrón, en función del radio R de las "des". Ya anteriormente vimos que $v = \frac{qBR}{m}$. Por tanto, la energía cinética es

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\frac{q^2B^2R^2}{m^2} = \frac{q^2B^2R^2}{2m}$$

Cuando la energía de los iones en un ciclotrón excede aproximadamente 20 MeV, entran en juego efectos relativistas y la masa de las partículas aumenta al aproximarse a la velocidad de la luz, lo que hace que T no sea constante para cada trayectoria semicircular. La solución tecnológica al problema se resuelve en el sincrotrón.

Ejemplo:

Un ciclotrón que acelera protones posee un campo magnético de 1,5 T y un radio máximo de 0,5 m.

a) ¿Cuál es la frecuencia del ciclotrón?

b) Determinar la energía cinética con que emergen los protones.

a) El periodo de una partícula en un campo magnético constante viene dado por $T = \frac{2\pi m}{qB}$*, por lo tanto la frecuencia del ciclotrón viene dada por la ecuación* $f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m} = 22{,}9\ Hz$

b) La energía cinética de los protones emergentes viene dada por la ecuación

$$E_c = \frac{q^2B^2R^2}{2m} = 4{,}31 \cdot 10^{-12}\ J$$

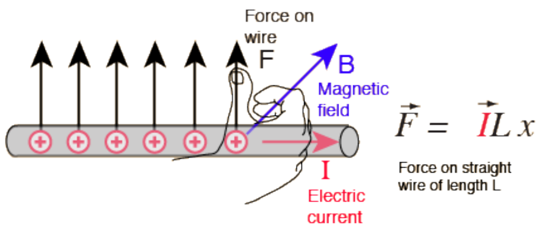
Las energías de los protones y otras partículas elementales se expresan usualmente en electronvoltios. Como 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Julios, resulta E_c = 26,9 MeV (Millones de electronvoltios).

2.4 Fuerza magnética sobre un conductor rectilíneo situado en un campo magnético. Ley de Laplace.

Cuando un conductor recorrido por una corriente de intensidad I se encuentra en un campo magnético, éste ejerce sobre las cargas que circulan por el conductor una fuerza [**1**] que hemos estudiado en el caso anterior. Así pues existirá una fuerza magnética sobre el conductor resultante de la acción del campo sobre las cargas que circulan. Para estudiar esta fuerza de manera sencilla supondremos que todas las cargas (positivas, sentido convencional de la corriente) se mueven con la misma velocidad constante, por lo que:

$$\vec{v} = \frac{\vec{l}}{t}$$

Siendo $\vec{l}$ un vector cuyo módulo es la longitud del conductor y sentido el del movimiento de las cargas (el sentido convencional de la corriente, del polo + al – de la batería. Si consideremos el sentido real, que es el contrario, debemos poner que la carga que se mueve es negativa, con lo que todo quedaría igual) y t el tiempo que tarda en recorrer la carga el conductor. Si sustituimos lo anterior en la expresión de la fuerza de Lorentz [**1**] y recordamos que $I = \frac{q}{t}$:

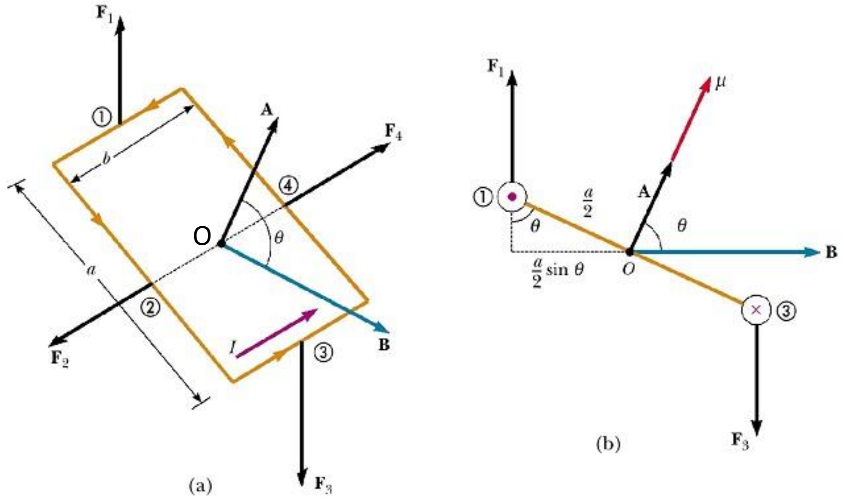


$$\boxed{\vec{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{q}(\vec{\boldsymbol{v}}\boldsymbol{x}\vec{\boldsymbol{B}}) = \boldsymbol{q}\left(\frac{\vec{l}}{t}x\vec{\boldsymbol{B}}\right) = \frac{\boldsymbol{q}}{\boldsymbol{t}}(\vec{l}x\vec{\boldsymbol{B}}) = \boldsymbol{I}\left(\vec{l}x\vec{\boldsymbol{B}}\right)}$$

Esta es la **2ª Ley de Laplace** e indica que la fuerza sobre el conductor es perpendicular al plano formado por el propio conductor y por el vector intensidad de campo $\vec{B}$ (*ver figura)*. **La fuerza es tanto mayor cuanto mayor sean la intensidad que circula por el conductor, la longitud de éste y la intensidad del campo magnético. Si el conductor es paralelo al campo, no sufrirá fuerza alguna.**

2.5 *Acción de un campo magnético sobre una espira rectangular. Momento magnético.*

En electromagnetismo se denomina **espira** a un conductor dispuesto en forma de circuito cerrado, por ejemplo circular o rectangular. Podemos considerar entonces cuatro conductores rectilíneos, cada uno de los cuales está unido al anterior y al posterior formando ángulos de 90° y por todos ellos circula la misma corriente, de intensidad I(figura a), inmersos en un campo magnético $\vec{B}$.



El segundo esquema (b) representa la misma situación que el primero, pero vista desde el lado 2 (por eso se ve la corriente del hilo 1 hacia nosotros y la del hilo 3 hacia dentro. El campo magnético se vería dirigiéndose hacia la derecha y el vector superficie ($\vec{A}$ en el dibujo), perpendicular a la espira, está girado con respecto a él un ánguloθ).

La fuerza sobre la espira es la suma vectorial de las cuatro que se ejercen sobre los lados. Los vectores están representados en el dibujo. Calculemos sus módulos:

$|\vec{F}_1| = Ib|\vec{B}|sen(90) = Ib|\vec{B}|$

$|\vec{F}_2| = Ia|\vec{B}|sen(90-\theta) = Ia|\vec{B}|cos\theta$

$|\vec{F}_3| = Ib|\vec{B}|sen(90) = Ib|\vec{B}|$

$|\vec{F}_4| = Ia|\vec{B}|sen(90+\theta) = Ia|\vec{B}|cos\theta$

Vemos que las fuerzas son 2 parejas de vectores opuestos (igual módulo y dirección y sentidos contrarios), por lo que la $\sum \vec{F} = 0$. Habrá equilibrio de traslación, la espira no se trasladará, pero vamos a comprobar que las fuerzas sobre los lados 1 y 3 producen un momento no nulo que hace girar la espira. Calculemos el momento total de todas las fuerzas respecto al centro de la espira O.

$$|\vec{M}(\vec{F}_1)| = \frac{a}{2} \cdot |\vec{F}_1| \cdot sen\theta$$

$$|\vec{M}(\vec{F}_3)| = \frac{a}{2} \cdot |\vec{F}_1| \cdot sen\theta$$

Los momentos de las fuerzas F_2 y F_4 son ambos nulos porque se encuentran sobre el eje de la espira y por tanto, como $\vec{r}$ es paralelo a $\vec{F}_2$ y a , $\vec{r}x\vec{F}_2 = 0$ y $\vec{r}x\vec{F}_4 = 0$.

El **par de fuerzas** tiene por modulo del momento la suma de los módulos de los momentos de cada fuerza (al ser ambos momentos vectores paralelos del mismo sentido, hacia dentro del papel en b):

$$|\vec{M}| = |\vec{M}(\vec{F}_1)| + |\vec{M}(\vec{F}_3)| = \frac{a}{2} \cdot |\vec{F}_1| \cdot sen\theta + \frac{a}{2} \cdot |\vec{F}_3| \cdot sen\theta = a(IbB)sen\theta = ISBsen\theta$$

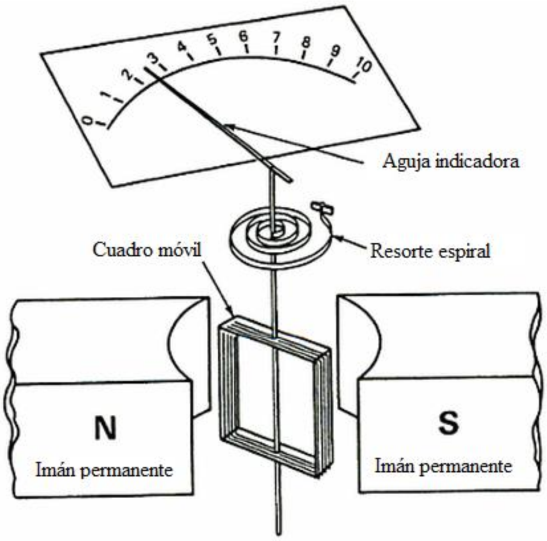
Siendo S=ab la superficie comprendida entre los lados de la espira. El momento de las fuerzas puede escribirse como:

$$\boxed{\vec{\boldsymbol{M}} = \boldsymbol{I}(\vec{\boldsymbol{S}}x\vec{\boldsymbol{B}})}$$

Siendo $\vec{S}$ un vector (representado como $\vec{A}$ en las figuras), como hacíamos para el teorema de Gauss en el campo eléctrico, cuyo módulo coincide con la superficie de la espira, su dirección es perpendicular al plano de la espira y su sentido vendrá marcado por aplicar la regla de la mano derecha a la corriente que circule por la espira. Si los dedos de la mano derecha giran en el sentido de la corriente el pulgar nos indica el sentido del vector superficie.

La expresión anterior puede escribirse de otra manera si **definimos el momento magnético de la espira como**

$\vec{m} = I \cdot \vec{S}$ (Momento magnético de la espira, $\vec{\mu}$ en el dibujo)



Con lo que el momento de las fuerzas sobre la espira se expresaría: $\vec{M} = \vec{m}x\vec{B}$ (Momento del par de fuerzas). Así pues, una espira por la que circule una corriente de intensidad I que se halle en el interior de un campo magnético, sufre un momento que la obliga a girar hasta adoptar una posición perpendicular a dicho campo (entonces $\vec{S}$ será paralelo a $\vec{B}$ y el momento será 0. Estará en equilibrio. Este momento es proporcional a la intensidad que circule por la espira y a la intensidad del campo magnético.

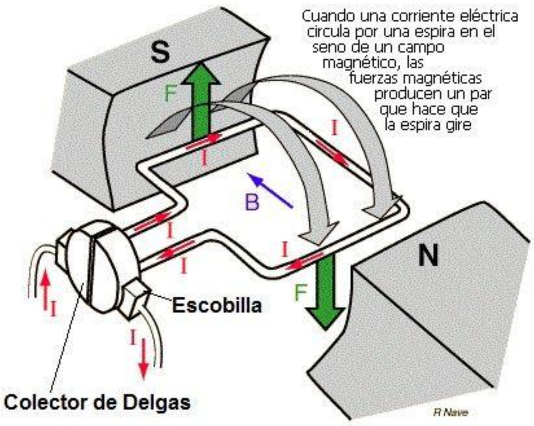
Esta propiedad es aprovechada en diversas situaciones: motores eléctricos o aparatos de medida.

2.5.1 El galvanómetro:

El galvanómetro de bobina móvil es un instrumento de medida en el que se fundamentan el amperímetro y el voltímetro. El aparato consta de varias espiras de hilo conductor que forman el denominado cuadro, que está apoyado en dos pivotes que le permiten girar entre los polos de un imán. Solidario con el cuadro hay un resorte espiral que se opone a su giro. Al pasar la corriente eléctrica el cuadro gira hasta que el par de fuerzas restaurador con que actúa el resorte equilibra exactamente al par de las fuerzas magnéticas que actúan sobre las espiras del cuadro. El movimiento del cuadro se transmite a una aguja que indica sobre una escala graduada la intensidad de la corriente eléctrica.

2.5.2 Motor eléctrico:

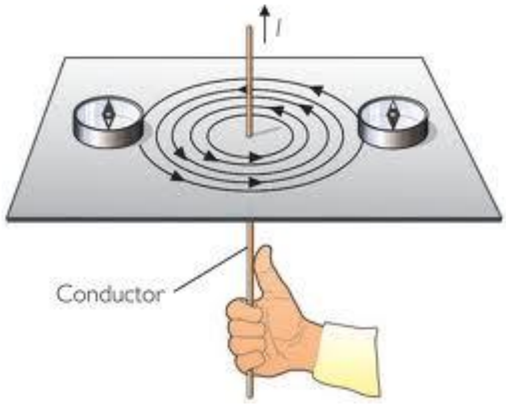
Al colocar una espira, por la que pasa una corriente eléctrica, en el interior de un campo magnético se generan un par de fuerzas que la orientan hasta que el plano que la contiene sea perpendicular al campo magnético. **Debido a la inercia**, la espira se pasa de la posición de equilibrio y oscila en torno a esa posición hasta detenerse. Si en el instante en el que la espira pasa por la posición de equilibrio **se hace pasar la corriente eléctrica en sentido contrario**, el momento del par de fuerzas cambia de sentido y la espira sigue girando tratando de encontrar la nueva posición de equilibrio.



En definitiva **se trata de cambiar el sentido de la intensidad de la corriente eléctrica cada media vuelta** que recorra la espira. Esto se logra soldando a los terminales de la espira unos semianillos denominados **delgas**, que rozan con los terminales del circuito de alimentación, denominados **escobillas**. De esta forma, la corriente que alimenta al circuito es continua, pero cada media vuelta entra por un terminal distinto de la espira, por ello cambia de sentido dentro de la misma.

3 Fuentes del campo magnético:

3.1 *Campo magnético creado por un hilo de corriente: Ley de Biot-Savart:*



Biot ((1774-1826) y Savart (1791-1841) estudiaron en 1820 el $\vec{B}$producido por un hilo de corriente, a partir de la experiencia de Oersted. Se pueden visualizar las líneas de campo esparciendo limaduras de hierro sobre un papel atravesado por el hilo. Experimentalmente encontraron que el $\vec{B}$ producido por un hilo:

- Está contenido en el plano perpendicular al hilo conductor.
- Las líneas de campo son circunferencias concéntricas con el hilo y por tanto el $\vec{B}$es tangente a dichas líneas .
- El sentido del vector $\vec{B}$ (y de las líneas de campo, se puede comprobar con una brújula) lo dan los dedos de la mano

derecha al cerrarse sobre la palma si el pulgar se dirige en el sentido de la corriente.

- Aumenta proporcional a la intensidad del corriente y disminuye proporcionalmente a la distancia al hilo.

Experimentalmente encontraron:

$$\left|\vec{B}\right| = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}(\textbf{Ley de Biot} - \textbf{Savart en el vacio})$$

Siendo **μ_0** una constante denominada **permeabilidad magnética del vacío**, de valor $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$T·m/A. De donde la expresión de la ley de Biot-Savart quedaría:

$$\left|\vec{B}\right| = 2\cdot 10^{-7}\frac{I}{r}(\textbf{Ley de Biot} - \textbf{Savart en el vacio})$$

Igual que en el caso de la Ley de Coulomb, la expresión anterior es válido si nos encontramos en el vacío. En cualquier medio distinto se define la permeabilidad magnética del medio como la capacidad de ese medio para dejar pasar a través de él un campo magnético y su valor, que puede ser mayor, menor o igual que μ_0, se mide en T·m/A. También se suele usar la permeabilidad relativa, μ_r (o μ, a secas, se diferenciará de la otra por sus unidades), definida por el cociente:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}\ (adimensional, puede\ ser \geq 1\ o\ \leq 1), o\ sea\ \mu = \mu_r\cdot\mu_0$$

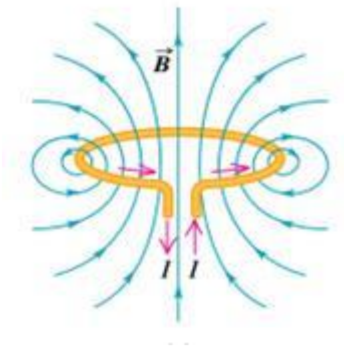
Si no estamos en el vacío la Ley de Biot-Savart queda:

$$\left|\boldsymbol{\vec{B}}\right| = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\boldsymbol{2\pi}}\frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{r}} = \frac{\boldsymbol{\mu_r\cdot\mu_0}}{\boldsymbol{2\pi}}\frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{r}}$$

3.2 Campo magnético creado por una espira circular en su centro. Bobinas.

Si el conductor no es rectilíneo sino que tiene forma de espira circular se puede demostrar (la demostración está al final de estos apuntes) que el campo magnético en el centro de la espira vale:

$$\left|\boldsymbol{\vec{B}}\right| = \boldsymbol{\mu}\frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{2r}}\ (\boldsymbol{centro\ de\ la\ espira})$$



Su dirección será perpendicular al plano de la espira y sus sentido lo podremos deducir siguiendo la regla de Maxwell o de la mano derecha: Si seguimos con los dedos de la mano derecha el sentido de la corriente el pulgar nos indicará el sentido del campo (o bien, si agarramos la espira con la mano derecha y el pulgar apuntando según el sentido convencional de la corriente, los dedos indican cómo es el campo magnético).

Si el dispositivo consta de **N espiras paralelas muy próximas**, enrolladas alrededor de un cilindro, recibe el nombre de **bobina**, y el módulo del campo magnético creado en su centro es:

$$\left|\boldsymbol{\vec{B}}\right| = \boldsymbol{\mu}\frac{\boldsymbol{N\cdot I}}{\boldsymbol{2r}}\ (\boldsymbol{centro\ de\ una\ bobina})$$

3.3 Campo creado por un solenoide en su interior

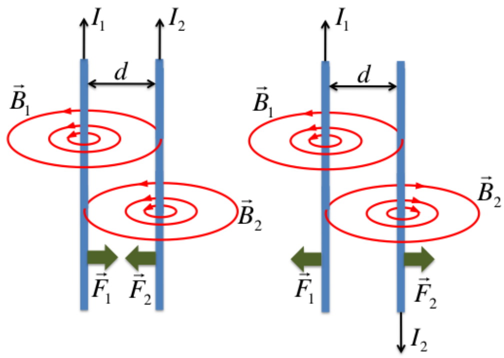
Un **solenoide** está formado por **un conjunto de espiras iguales, N, enrolladas en forma helicoidal y en las que su radio es muy pequeño comparado con la longitud del solenoide, L**. Si la longitud del solenoide, L, es grande comparada con su diámetro, el campo magnético en su interior es uniforme, salvo en los extremos, y paralelo al eje, y muy pequeño en el exterior. El campo en el interior se puede demostrar que es:

$$\left|\boldsymbol{\vec{B}}\right| = \boldsymbol{\mu}\frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{L}}\boldsymbol{I}$$

El campo magnético está dirigido paralelo al eje del solenoide y su sentido coincide con el del avance de un sacacorchos que gira siguiendo el sentido de la intensidad de la corriente eléctrica en las espiras.

Si el solenoide se arrolla sobre un núcleo de hierro, el campo magnético es mucho más intenso. A este conjunto se le denomina **electroimán** y lo utiliza la industria en dispositivos como grúas, frenos, timbres, relés, etc. Demostraremos esta expresión usando la ley de Ampere al final del tema.

4 Fuerzas entre corrientes paralelas.



Sabemos que una corriente eléctrica I crea un campo magnético cuyo módulo viene dado por (Ley de Biot-Savart):

$$|\vec{B}| = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Y también sabemos que un campo magnetico actua sobre una corriente eléctrica (Ley de Laplace):

$$\vec{\boldsymbol{F}} = \boldsymbol{I}(\vec{l}x\vec{\boldsymbol{B}})$$

Si colocamos 2 hilos con corriente, 1 y 2, cada uno creará un campo magnético que hará una fuerza sobre el otro, $\vec{F}_{12}(\vec{F}_2\ en\ el\ dibujo)$ y $\vec{F}_{21}\ (\vec{F}_1\ en\ el\ dibujo)$, de tal forma que ambas, por la 3ª ley de Newton, deben ser iguales en módulo y opuestas en sentido. $\vec{\boldsymbol{F}}_{12} = -\vec{\boldsymbol{F}}_{21}$. **(Ojo, no se pueden sumar al actuar cada una sobre un hilo)**

Hallemos $\vec{F}_{12}$. Será la fuerza que hace el conductor 1 (creando un campo magnético B_1) sobre el hilo 2. Su valor será:

$$\vec{F}_{12} = I_2(\vec{l}_2 x\vec{B}_1); |\vec{F}_{12}| = I_2\left(\vec{l}_2\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} l_2$$

Es muy habitual calcular en estos casos la fuerza que siente un conductor por unidad de longitud:

$$\frac{|\vec{\boldsymbol{F}}_{12}|}{\boldsymbol{l_2}} = \frac{\boldsymbol{\mu_0}}{\boldsymbol{2\pi}}\frac{\boldsymbol{I_1 I_2}}{\boldsymbol{d}}$$

En el caso considerado ambas corrientes circulaban en el mismo sentido y obtenemos fuerzas entre corrientes de carácter atractivo. Se puede comprobar que si las corrientes fuesen de sentidos opuestos, las fuerzas que se darían serían repulsivas (ver el dibujo). Puede utilizarse la regla de la mano derecha para identificar el sentido del campo creado y posteriormente, aplicarla de nuevo llevando el vector que indica el sentido de la corriente sobre el vector campo y así obtener el sentido del vector fuerza.

La interacción entre dos corrientes rectilíneas paralelas se utiliza para definir la unidad de intensidad de la corriente eléctrica en el S.I., el **Amperio**, abreviatura **A**. Si en la expresión anterior hacemos que $I_1=I_2=1$ A, d=1 m y usamos que $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ (S.I.) obtenemos:

$$\frac{|\vec{\mathrm{F}}_{12}|}{\mathrm{l}_2} = 2\cdot10^{-7}\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}$$

Un Amperio es la intensidad de la corriente que al pasar por dos conductores rectilíneos paralelos y en el mismo sentido situados en el vacío y separados 1 m, se atraen con una fuerza mutua de $2\cdot10^{-7}$ N por cada metro de longitud.

Elegido el amperio como unidad fundamental del SI, entonces la unidad de carga eléctrica, el culombio, se define como la cantidad de carga eléctrica que pasa a través de cualquier sección recta de un conductor en un segundo, cuando la intensidad de la corriente eléctrica es de un amperio.**1 C = 1 A · 1 s**

5 Propiedades magnéticas de la materia

Según sea la intensidad del campo magnético dentro del material con respecto al campo magnético externo aplicado, las sustancias se clasifican en tres clases: **ferromagnéticas, diamagnéticas y paramagnéticas**.

- Las **sustancias ferromagnéticas** son aquellas que son atraídas por un imán, como el hierro, por ejemplo. Son el tipo de sustancias responsables de los efectos magnéticos de la vida cotidiana. Entre las sustancias puras, las sustancias ferromagnéticas más importantes, además del hierro que da nombre a todas, están el cobalto y el níquel.
  La sustancias ferromagnéticas tienen una permeabilidad magnética muchísimo mayor que la del vacío, $\mu >> \mu_0$, (**μ_r>>1**. ej.: μ_{Fe}=5000) por lo que la presencia de un campo magnético externo genera un campo magnético en su interior muchísimo mayor que el del vacío. En los materiales ferromagnéticos hay pequeñas zonas denominadas dominios magnéticos en las que los imanes elementales tienen la misma orientación. En ausencia de campo magnético externo la orientación de los dominios es al azar.

Un subtipo de las sustancias ferromagnéticas son las **ferrimagnéticas,** que son aquellas en las que el magnetismo es permanente, como las ferritas (óxidos mixtos de hierro y otros metales) o la magnetita o imán natural (Fe_3O_4, óxido ferroso-férrico).

- Las **sustancias diamagnéticas** son débilmente repelidas por un imán. Es lo opuesto al ferromagnetismo. Este fenómeno fue descubierto por Faraday en 1845 cuando observó que un trozo de bismuto era repelido por cualquiera de los polos de un imán. El bismuto se comporta, en presencia de un campo magnético, como un imán en sentido opuesto. Estas sustancias "flotan" sobre un imán (video https://goo.gl/gdGqoB con grafito pirolítico, un C sintético).
La mayoría de los compuestos químicos son diamagnéticos, así como los alcalinotérreos, los gases nobles, etc. En general son diamagnéticas aquellas sustancias que tienen todos sus electrones apareados. Entre los metales tenemos el oro, la plata, el plomo o el cobre.
En estas sustancias la acción de un campo magnético exterior alinea los imanes elementales en sentido opuesto al campo externo, de forma que el campo magnético en su interior es ligeramente inferior al del vacío. Su permeabilidad magnética es algo menor que la del vacío, $\mu < \mu_0$ (o sea, $\boldsymbol{\mu_r < 1}$)
- Las **sustancias paramagnéticas** apenas sienten atracción por un imán. Son casi indiferentes o sienten una débil atracción. Su $\boldsymbol{\mu_r \approx 1}$, es decir, $\mu \approx \mu_0$, como el vacío. Algunas sustancias paramagnéticas son el Pt, Al, Cr o el Mn o los alcalinos (Li, Na). Todos ellos tienen electrones desapareados.
Desde un punto de vista interno, lo que ocurre en estas sustancias es que un campo magnético externo alinea a los imanes elementales en el mismo sentido que el campo externo, de forma que el campo magnético en su interior es ligeramente superior al del vacío.

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA (Tema 6 del libro de Editex)

6 Flujo del campo magnético.

El flujo del campo magnético a través de una superficie cualquiera, al igual que en cualquier otro campo, se define como la integral del producto escalar del vector campo magnético por el vector superficie correspondiente a la misma:

$$flujo\ magnético\ \phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = |\vec{B}| \cdot S \cdot \cos\theta \text{ (Si } \vec{B} \text{ es constante y S plana)}$$

La unidad de flujo magnético en el S.I. es el Tesla·m^2 que recibe el nombre de Weber (abreviatura Wb), en honor al científico alemán Wilhelm Eduard Weber.

1 Wb=1 T·m^2

El flujo puede considerarse físicamente como el número de líneas de campo que atraviesan la superficie (contando como positivas las que salen de una superficie cerrada y como negativas las que entran). En general, el flujo del campo magnético tendrá un valor determinado que dependerá del valor del campo magnético y de la superficie atravesada por él. Si ambos son perpendiculares el flujo será cero. Si el campo fuese variable el flujo también lo sería, así como si lo fuera la superficie elegida (Estos fenómenos son la base de la generación de corrientes inducidas, que veremos posteriormente).

6.1 *Teorema de Gauss para el Campo Magnético.*

Ahora bien, si elegimos como superficie de cálculo una superficie cerrada cualquiera, estaríamos aplicando el teorema de Gauss al campo magnético, sólo que los resultados no tienen por qué ser los mismos ya que las características del campo magnético difieren de las del campo eléctrico. Vamos a analizar esto detenidamente:

En el campo magnético, las líneas de campo salen del polo N y entran por el polo S. Podría pensarse que las líneas se originan en el polo N y mueren en el polo S siendo así que el polo N sería una "fuente" de líneas y el polo S un "sumidero". Pero cuando se parte el imán intentando separar ambos polos, se crean dos nuevos imanes, por lo que debemos pensar que las líneas no empiezan y acaban, sino que continúan por el interior del imán cerrándose sobre sí mismas. Si esto no fuera así existirían monopolos magnéticos por separado, unos "fuente" y otros "sumidero", pero por más que los monopolos han sido buscados, no se ha encontrado esas hipotéticas "partículas". Por este motivo debemos continuar postulando que las líneas de campo son cerradas. El hecho de que **las líneas de campo sean cerradas**, hace que, cualquiera que sea la superficie cerrada elegida, todas las líneas que en ella entren deben salir, puesto que no puede albergar ninguna "fuente" ni "sumidero". Si todas las líneas que entran, posteriormente salen, el flujo neto del campo magnético a través de cualquier superficie cerrada es nulo.

Por tanto, la ley de Gauss para el campo magnético, afirma que el flujo de dicho campo a través de una superficie cerrada es nulo. Por cumplir esta propiedad, el campo magnético se dice que es solenoidal.

$$\phi = \oiint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \; para\ una\ superficie\ cerrada$$

7 LEY DE FARADAY-HENRY

RECORDATORIO PREVIO: Para que en un circuito eléctrico se establezca una corriente eléctrica, es preciso que un generador establezca una diferencia de potencial en el circuito. ***El trabajo que el generador realiza para hacer que la unidad de carga circule por el circuito*** *se llama* ***fuerza electromotriz*** *(f.e.m.) y lo representamos con el símbolo ε (recordemos que la f.e.m. no es una fuerza sino* ***un trabajo por unidad de carga****) y se mide en V (Voltios) en el sistema internacional.*

EXPERIENCIA DE FARADAY: Hacia el año 1.825, en Inglaterra, Michael Faraday se planteó que si las corrientes eléctricas eran productoras de campos magnéticos, quizá fuese posible invertir las experiencias de Oersted y Ampere para obtener corrientes eléctricas a partir de campos magnéticos. No lo consiguió hasta varios años más tarde (1.831) cuando, experimentando con una **bobina** (es lo mismo que un solenoide, o sea un conjunto de espiras consecutivas enrolladas formando un cilindro) y un imán observó los siguientes fenómenos:

-Si se acerca el imán a la bobina por uno de sus polos, se produce una corriente en la bobina.

-Si se aleja el imán anterior de la bobina, se produce también corriente en la bobina, pero ahora de sentido contrario al caso anterior.

-Si el movimiento es de la bobina, no del imán, los efectos son similares.

-No se produce corriente si no hay desplazamiento relativo de imán y bobina.

-Los mismos fenómenos se repiten cuando en vez de utilizar un imán se utiliza una segunda bobina por la que hacemos circular corriente para que genere un campo magnético (esta bobina sería la inductora, mientras que la primera sería la inducida). En este caso solo se induce corriente en la bobina secundaria (la inducida) cuando comienza a pasar o termina de pasar la corriente por la bobina primaria (inductora), la que está conectada a la corriente. Mientras por la primaria pasa corriente en la secundaria no se induce ninguna corriente, sólo se induce al cortar o reanudar la corriente en la primaria.

Paralelamente a las experiencias de Faraday, **Joseph Henry en Estados Unidos realizó experimentos análogos (alguno de los cuales veremos posteriormente**).

Podemos pensar que la superficie que delimita la bobina en la que se induce la corriente recibe un flujo de campo magnético, bien de un imán, bien de otra bobina inductora, y que **cuando éste flujo es constante** (no hay movimiento bobina inducida-imán o la corriente no varía en la bobina inductora) **no se produce corriente inducida**, mientras que **si hay cambios en el flujo**, bien porque hay movimiento bobina inducida-imán (cambio en el nº de líneas que entran/salen de la S de la bobina) o el campo magnético varia (aparece/desaparece al pasar/cortar la corriente en la bobina inductora) se produce una corriente inducida. Podemos confirmar lo anterior si cambiamos el ángulo entre $\vec{B}$ y S (girando una espira cuadrada dentro de un campo magnético). También comprobamos que la corriente inducida es mayor si el ritmo de cambio del flujo es mayor (por ejemplo, si movemos el imán más deprisa o usamos corriente más intensa en el inducido, que hará que el campo magnético varíe más).

Todos estos fenómenos llevaron a enunciar **la ley de Faraday-Henry**:

La fuerza electromotriz (f.e.m.) de la corriente inducida en un circuito es igual a la variación con respecto al tiempo del flujo magnético a través de dicho circuito:

$$\varepsilon(\boldsymbol{f.e.m}) = \frac{\boldsymbol{d\phi}}{\boldsymbol{dt}}$$

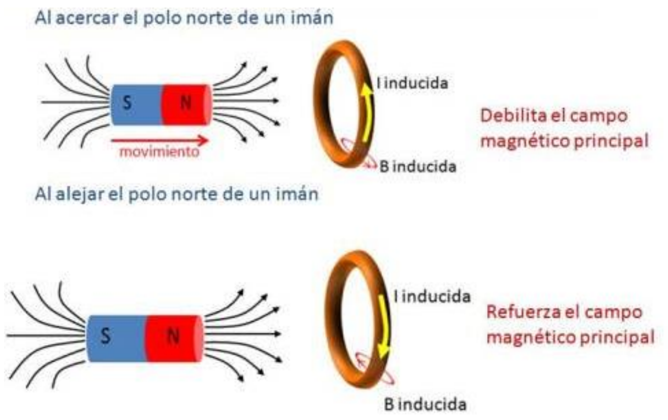
7.1 Ley de Lenz. Sentido de la corriente inducida.

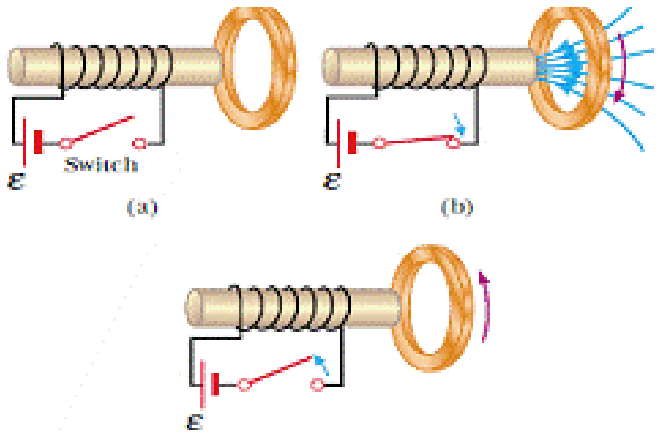
La ley de Faraday-Henry no indica en qué sentido se produce la corriente inducida, sólo su valor numérico. El sentido de la corriente inducida viene dado por la **ley de Lenz**. Fue enunciada en 1.834 por el científico ruso Heinrich Lenz:

La f.e.m. inducida produce una corriente en el circuito que se opone a la variación que la produce. En otras palabras, **la corriente inducida tiene un sentido tal que el campo magnético producido por ella tiende a contrarrestar el cambio de flujo magnético que ha tenido lugar (**para producir precisamente esa corriente inducida).

Añadiendo esta condición a lo expresado por la ley de Faraday, podemos expresar conjuntamente ambas

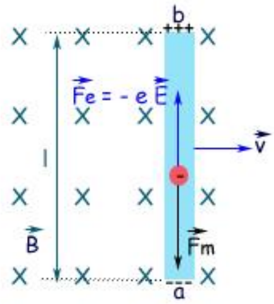
$\varepsilon\ (\boldsymbol{f.e.m}) = -\frac{\boldsymbol{d\phi}}{\boldsymbol{dt}}$ (la oposición viene representada por el signo menos) (**Ley de Faraday-Lenz**)





8 Experiencia de Henry

Joseph Henry realizó, en EE.UU, experiencias similares a las de Faraday, encontrando que un campo magnético variable produce una f.e.m., pero merece la pena que nos detengamos en una experiencia especial de Henry. Comprobó que si **una varilla de metal se mueve perpendicularmente en el interior de un campo magnético se origina una diferencia de potencial entre sus extremos**, lo que dará lugar a una corriente eléctrica si ese alambre conductor forma parte de un circuito cerrado.



Sea un <u>conductor de longitud **l**</u> que se mueve con <u>velocidad constante **v**</u>, hacia la derecha, perpendicularmente en el interior de un <u>campo magnético uniforme **B**</u>, de dirección perpendicular al plano del papel y hacia adentro, como en la figura adjunta.

- Sobre los electrones **e** del conductor en movimiento actúa la fuerza de Lorentz (ya que los electrones del metal se mueven con la velocidad del conductor), cuya dirección es la de la varilla y sentido hacia abajo, arrastrándolos a lo largo del mismo y acumulando carga negativa en el extremo inferior. La fuerza magnética, $\vec{F}_m$, sobre los electrones, será, en módulo:

$$\left|\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{m}}\right| = \boldsymbol{evB}$$

  Como el conductor debe permanecer neutro, pues no se ha aplicado ninguna carga extra, sólo se han separado los electrones, **aparecerá una carga positiva neta en el extremo superior** El conductor se ha convertido en un **generador**, con su f.e.m. ε.

- ¿cómo podemos calcular el valor de ε? Calcularemos el valor de la diferencia de potencial ΔV a partir del **campo eléctrico $\vec{E}$** que se produce cuando se produce la separación de cargas. Dicho campo eléctrico está dirigido hacia abajo y empujará a los electrones hacia arriba, <u>intentando evitar esa separación de cargas</u>. La fuerza eléctrica, $\vec{F}_e$, será en módulo:

$$\left|\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{e}}\right| = \boldsymbol{eE}$$

- La **separación de cargas acabará cuando los módulos de las dos fuerzas sean iguales** y la fuerza neta sobre los electrones sea, por tanto, 0. Esta idea nos permitirá calcular el campo eléctrico dentro del conductor:

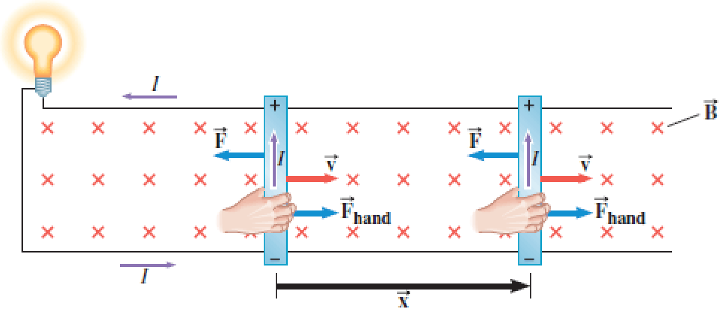
$$\left|\vec{F}_e\right| = \left|\vec{F}_m\right|;\ evB\ = eE;$$
$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{vB}$$

- Podemos hallar la diferencia de potencial entre los extremos de la barra (que coincidirá con la f.e.m. de la pila formada ε, ya que el circuito está abierto) recordando la relación $\Delta V = -\int \vec{E}\cdot d\vec{r}$. Como el campo $\vec{E}$

es constante (ya que v y B lo son) sale fuera de la integral y la integral de dr es la r de la barra, su longitud **l**. El signo menos sólo nos indica que el campo apunta hacia el valor menor del potencial. Entonces:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \Delta \boldsymbol{V} = E \cdot l = \boldsymbol{vlB}$$

- Si la barra se desliza a lo largo de un conductor fijo, en forma de U, formando un circuito cerrado se produce un flujo de electrones por todo el circuito que origina una corriente eléctrica. Por tanto, <u>la barra actúa como cualquier generador de corriente eléctrica</u>. El sentido de la corriente inducida será el movimiento de las cargas positivas por el circuito (**sentido convencional**) se desplazarán del borne de mayor potencial (+) al de menor (-) y por el interior del generador (nuestro conductor móvil) al revés.



El campo magnético hará una fuerza magnética sobre un hilo con corriente (eso es nuestra brra , aunque ¡la corriente haya sido inducida por el propio $\vec{B}$!), según la 2ª ley de Laplace:

$$|\vec{\boldsymbol{F}}| = |\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{magnetica}}| = \boldsymbol{IlB}$$

Fuerza opuesta a la velocidad y que frenará la barra. **Si queremos que permanezca con MRU debemos hacer otra de igual módulo, pero en el mismo sentido que la velocidad**, la $\mathbf{F_{mano}}$ del dibujo.

$$|\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{hand}}| = |\vec{\boldsymbol{F}}_{\boldsymbol{magnetica}}| = \boldsymbol{IlB}$$

La intensidad que circula por el circuito se calculará con la ley de ohm generalizada:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{vBL}{R}$$

siendo R la resistencia del circuito.

- Esta experiencia parece que no tiene nada que ver con las de Faraday de producir una f.e.m. por variación del flujo magnético que atraviesa un circuito, pero si la analizamos cuidadosamente a partir del esquema anterior nos conducirá al mismo resultado.

Podemos pensar que la corriente ha sido inducida por el cambio de flujo de $\vec{B}$ que se produce al moverse el alambre conductor, ya que aumenta la superficie S que atraviesan las líneas de campo. Si a es la distancia inicial de la barra al extremo vertical del circuito en forma de U anterior tenemos que S varia con t como:

$$S = l \cdot (a + x) = l \cdot (a + vt);\ \phi = BS = Bl \cdot (a + vt) = Bla + Blvt$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d(B \cdot S)}{dt} = B\frac{dS}{dt} = B\frac{d(Bla + Blvt)}{dt} = \boldsymbol{Blv}$$

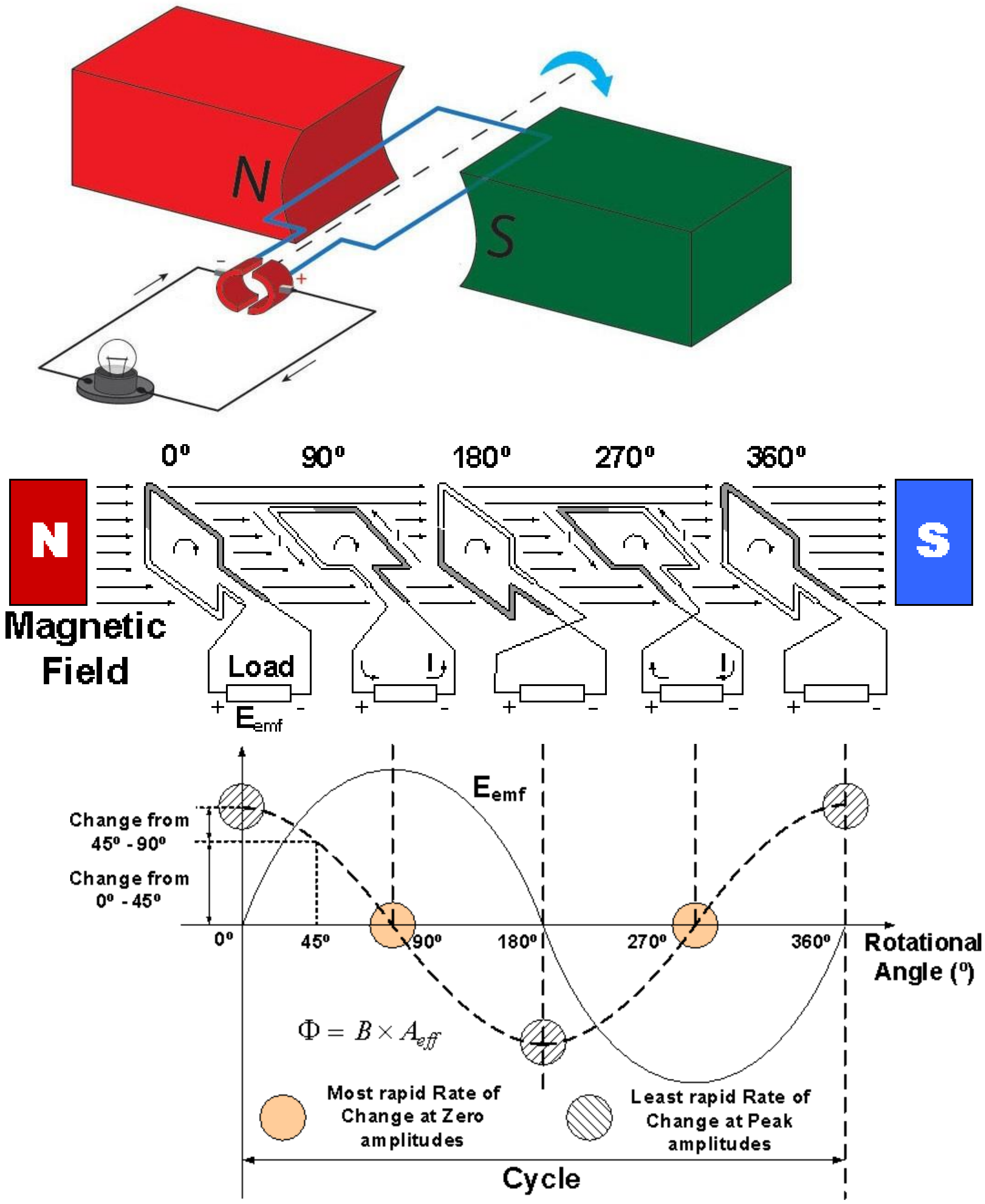
Vemos que la conclusión es idéntica.

9 Generación de la corriente alterna.

¿Cómo se produce la corriente eléctrica que consumimos en nuestras casa? ¿Qué tipo de "fábrica" son las centrales eléctricas? En realidad no son tales. Son simplemente centros donde se produce una transformación de un tipo de energía (mecánica, calorífica, nuclear, solar, etc) en energía eléctrica.

Las corrientes eléctricas inducidas constituyen la base de la generación de toda la corriente eléctrica que consumimos. Haciendo uso de la ley de Faraday-Lenz podemos estudiar la forma en que se genera la corriente alterna.

El procedimiento más simple para generar una corriente alterna es hacer girar (mediante algún tipo de energía: mecánica, calorífica, etc.) una espira en el interior de un campo magnético uniforme. De esta forma, como el vector superficie gira, el flujo del campo a través de la espira tiene un valor que cambia en función del ángulo entre vector superficie y el campo magnético:



Generación de corriente alterna por rotación de una espira en el interior de un campo magnético uniforme. (La variación del flujo magnético es debida a la diferente dirección de la superficie que presenta la espira en cada instante).

Si la espira rota de forma uniforme, con velocidad angular ω, el ángulo se podrá expresar en función de ésta: θ=Angulo entre $\vec{B}$ y $\vec{S}$=ωt y entonces el flujo, $\phi = |\vec{B}| \cdot S \cdot \cos(\omega t)$ (hemos partido de que a t=0 el cos 0°=1, por lo que el flujo es máximo. La espira es atravesada por todo el campo) por lo que la f.e.m. inducida valdrá:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = |\vec{B}| \cdot S \cdot \omega \cdot sen\,(\omega t)$$

En general, el inducido no está formado sólo por una espira sino por un número determinado N por lo que la expresión que se obtiene finalmente es:

$$\varepsilon = \boldsymbol{N} \cdot |\vec{B}| \cdot S \cdot \omega \cdot sen\,(\omega t)$$

que nos dice que el valor máximo de la f.e.m. es:

$$\varepsilon_0 = \boldsymbol{N} \cdot |\vec{B}| \cdot S \cdot \omega$$

Y que la f.e.m. inducida se puede escribir como:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot sen(\omega t)$$

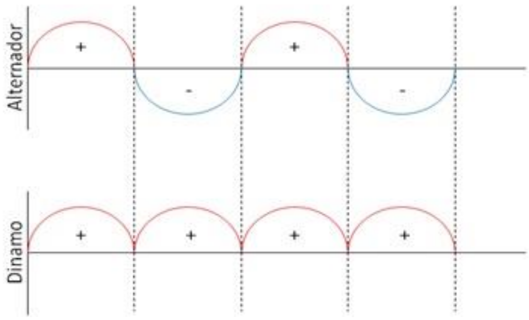
Se puede observar en la gráfica superior que la f.e.m es máxima cuando el flujo Φ=0 (porque su variación, la pendiente de la gráfica, es máxima) y es 0 cuando el flujo Φ es máximo o mínimo (cuando la espira está perpendicular al campo y entran en ella el máximo de líneas). Otro aspecto importante que debemos observar es que de 0° y 180° el flujo Φ desciende y la f.e.m. es positiva (menos la derivada), mientras que en el otro semigiro, de 180° a 360° el flujo Φ aumenta y la f.e.m. es negativa (cambia de sentido). Tenemos una corriente alterna.

La corriente inducida se calcula a partir de la f.e.m. obtenida:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{\boldsymbol{N} \cdot |\vec{B}| \cdot S \cdot \omega}{\boldsymbol{R}} \cdot sen(\omega t) = I_0 sen(\omega t)$$

La corriente cambia de sentido cada medio ciclo. El tiempo que está circulando en cada sentido es la mitad del periodo. En España y Europa la frecuencia de la corriente alterna es de 50 ciclos/segundo (50 Hz), o sea, el sentido de la corriente cambia 100 veces en un segundo. En Estados Unidos, en cambio, la frecuencia de la corriente es de 60 Hz, por lo que los aparatos que contienen transistores, condensadores u otros elementos electrónicos no pueden funcionar adecuadamente si no están expresamente fabricados para adecuarse a dicha frecuencia.

El aparato estudiado anteriormente es un **alternador** y en ellos el inducido está formado por un número elevado de espiras que aumenta el valor del flujo magnético variable. Se puede conseguir corriente continúa haciendo que cuando cambia de sentido (donde el flujo tiene un máximo o un mínimo, que es donde su derivada vale 0, es decir, cuando la espira está atravesada por el máximo de líneas) invirtamos los extremos por los que sale la corriente. El dispositivo es una **dinamo** y produce corriente continua, aunque no constante, simplemente invierte la corriente cuando se genera invertida, como se ve en el diagrama lateral. El dispositivo abreviado es como se indica en el dibujo inferior.



10 Ley de Ampere. Circulación del campo magnético.

Sabemos que el campo eléctrico es conservativo, y por tanto su circulación a lo largo de un camino cerrado es cero:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \text{ (Camino cerrado)}$$

El campo magnético, en cambio, no es un campo conservativo según se puede comprobar calculando su circulación a lo largo de una línea cerrada que encierre una corriente eléctrica I.

Si calculamos el valor de la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r}$ creado por un hilo de corriente, visto antes, a lo largo de una línea de campo circular obtenemos $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r} \cdot 2\pi r = \mu_0 I \neq 0$. Ampere demostró que ese resultado era general.

Ampere enunció la ley que lleva su nombre y que permite calcular la circulación del campo magnético a lo largo de una línea cerrada que rodee a una corriente eléctrica:

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 I$ (Camino cerrado) **(Ley de Ampere)**

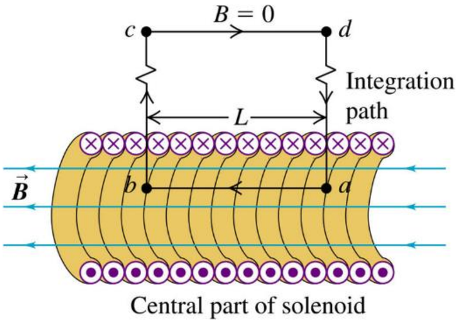
En esta expresión I es la corriente a la que rodea la trayectoria cerrada. La circulación magnética es proporcional a la corriente eléctrica rodeada y no depende de la longitud de la trayectoria elegida.

En la aplicación de la ley de Ampere, hay que indicar que si la trayectoria abarca varias corrientes, se suman todas ellas incluyendo el correspondiente signo (tendrán signo contrario las corrientes de diferente sentido.

Por tanto, y a la vista del enunciado de la Ley de Ampere, el campo magnético, **NO ES UN CAMPO CONSERVATIVO**, por lo que no tiene un potencial magnético asociado.

La ley de Ampere se puede utilizar como se usaba el teorema de Gauss para calcular el campo magnético en sistemas de simetría sencilla. Lo podemos hacer para calcular el valor del campo magnético creado por un hilo infinito de corriente o en el interior de un solenoide.

10.1 Ejemplo de la aplicación de la ley de Ampere. Campo creado por un solenoide.



Si trazamos como línea de integración ("amperiana") la pintada de color en la figura, la integral $\oint \vec{B} \cdot d\vec{r}$la podríamos descomponer en suma de 4, una por cada tramos recto. Si suponemos que en el interior el campo magnético es constante y en el exterior es 0, nos queda:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{r} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{r}$$

Las 3 últimas integrales serán 0, bien porque $\vec{B}$ sea perpendicular a $d\vec{r}$ o bien porque $\vec{B}$ sea 0. La primera integral será la única no nula, al ser $\vec{B}$ constante y paralelo a$d\vec{r}$ y quedará:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{r} = \int_a^b |\vec{B}\,| \cdot dr = |\vec{B}| \cdot L = \mu_0 N \cdot I \ (ojo, hay\ que\ contar\ todos\ los\ hilos, N \cdot I);\ |\vec{B}| = \mu_0 \frac{N}{L} I$$

$$\boldsymbol{|\vec{B}| = \mu \frac{N}{L} I}$$

11 Ecuaciones de Maxwell:

Wikipedia:

Las **ecuaciones de Maxwell** son un conjunto de **cuatro ecuaciones** (originalmente 20 ecuaciones) que **describen por completo los fenómenos electromagnéticos (si, si, todas las ecuaciones anteriores y más, incluso la ley de Coulomb, se deducen de las cuatro ecuaciones de Maxwell)**.

La gran contribución de James Clerk Maxwell fue reunir en estas ecuaciones largos años de resultados experimentales, debidos a Coulomb, Gauss, Ampere, Faraday y otros, introduciendo los conceptos de campo y corriente de desplazamiento, **y unificando los campos eléctricos y magnéticos** en un solo concepto: **el campo electromagnético** (eso lo hace en la 4ª ecuación, que es una modificación propia de la ley de Ampere en la que aparecen de manera natural las ondas electromagnéticas. Es la única ecuación propiamente de Maxwell).

1ª ecuación: Ley de Gauss para el campo eléctrico: Describe el flujo del vector intensidad de campo a través de una superficie. Permite describir cómo las líneas de campo se dirigen hacia las cargas negativas o salen de las positivas. Su fundamento experimental es la ley de Coulomb.

$$\oiint \boldsymbol{\vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

2ª ecuación: Ley de Gauss para el campo magnético: Describe el flujo del vector inducción magnética a través de una superficie cerrada. Corresponde a la evidencia experimental de que las líneas del campo magnético no divergen ni convergen en ningún punto del espacio, es decir, no existen monopolos magnéticos aislados.

$$\oiint \boldsymbol{\vec{B} \cdot d\vec{S} = 0}$$

3ª ecuación: Ley de Faraday-Henry. Es la generación de un campo eléctrico por un campo magnético variable. Su fundamento experimental es el fenómeno de la inducción magnética.

$$\epsilon = \oint \boldsymbol{\vec{E} \cdot d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}}$$

4ª ecuación: Ley de Ampere-Maxwell. Establece la relación cuantitativa entre el campo magnético y las corrientes que lo producen. Maxwell tomó la ley de Ampere y se percató de que no era válida para campos variables con el tiempo y la amplió de modo que recogiera también la producción del campo magnético por un campo eléctrico variable.

$$\oint \boldsymbol{\vec{B} \cdot d\vec{r} = \mu_0 (I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \iint \vec{E} \cdot d\vec{S})}$$

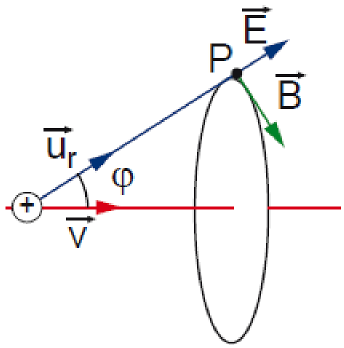
Si el flujo de campo eléctrico no varía con el tiempo, es la Ley de Ampere. El último término entre paréntesis es la adición de Maxwell a la Ley de Ampere y será la que justifique que cuando un campo eléctrico sea variable en el tiempo producirá un campo magnético que también será variable en el tiempo e inducirá al eléctrico y así continuamente. Tendremos **una onda electromagnética**.

12 Ampliación (NO PAU)

12.1 Campo magnético creado por cargas eléctricas en movimiento

Si una corriente eléctrica crea un campo magnético una carga en movimiento también, puesto que una corriente eléctrica es una sucesión de cargas en movimiento. La expresión que permite calcular el $\vec{B}$ creado por una carga en movimiento es:

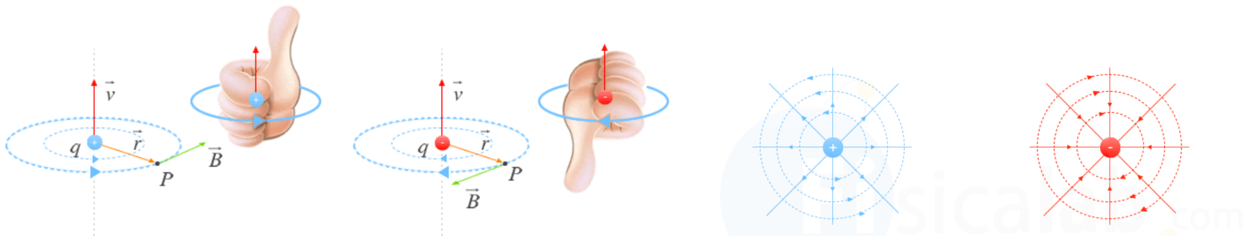
$$\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{q(\vec{v}x\vec{r})}{r^3} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{q(\vec{v}x\vec{u}_r)}{r^2}, siendo\ \vec{u}_r = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\vec{r}}{r}$$



Esta expresión se conoce como **1ª ley de Laplace**, donde:

- $\vec{B}$ es la intensidad del campo magnético o simplemente campo magnético en el punto P.
- μ=permeabilidad magnética del medio, en T·m/A
- q es la carga en movimiento.
- $\vec{v}$es la velocidad a la que se mueve la carga.
- $\vec{r}$es el vector de posición que va desde la carga hasta el punto P donde se evalúa$\vec{B}$.
- $\vec{u}_r$ es un vector unitario de $\vec{r}$.
- r es el módulo de $\vec{r}$.

La dirección del campo magnético es perpendicular al plano que contieneal vector velocidad y al vector de posición y su sentido se puede determinar fácilmente por medio de la regla de la mano derecha. Esta consiste en situar el pulgar de la mano derecha sobre la dirección del vector velocidad. Si orientas el pulgar en el mismo sentido que el vector velocidad en el caso de que la carga sea positiva y en sentido contrario en el caso de que sea negativa, el resto de dedos te indicarán el sentido del campo magnético.



A diferencia de las líneas de campo eléctrico que son radiales y abiertas, las líneas del campo magnético son circunferencias perpendiculares al vector velocidad y con centro sobre la dirección de la velocidad. Las líneas de campo coinciden con las líneas azules punteadas de la figura.

La expresión anterior se puede adaptar para calcular que campo magnético crearía un trozo infinitesimal de conductor por el que circula una carga infinitesimal, dq. El campo que dq creará será:

$$\overrightarrow{dB} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{dq(\vec{v}x\vec{u}_r)}{r^2}$$

Teniendo en cuenta que $I = \frac{dq}{dt}, dq = I \cdot dt\ y\ \vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$, si sustituimos y reagrupamos nos queda:

$$d\vec{B} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{I\cancel{dt}(\frac{d\vec{l}}{\cancel{dt}}x\vec{u}_r)}{r^2} = \frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{I(d\vec{l}x\vec{u}_r)}{r^2}$$

Esta expresión nos permitirá **calcular campos creados por conjuntos de cargas (elementos de corriente) que se mueven por un conductor tenga la forma que tenga**, mediante integración.

12.1.1 Aplicaciones de la expresión anterior. Campo magnético en el centro de una espira.

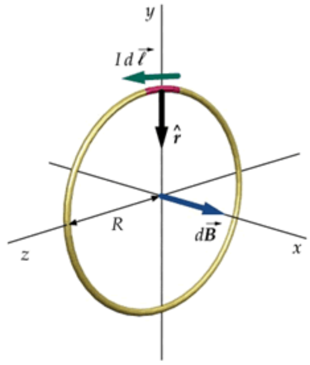
Veamos su aplicación a un ejemplo sencillo: Un conductor en forma de circunferencia (una espira), para hallar el campo que crea en su centro (como en la figura). Vemos que el módulo de $|d\vec{B}|$ sería:

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{I(|d\vec{l}|\cdot|\vec{u}_r|\cdot sen90º)}{r^2} = \frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{Idl}{r^2}$$

Si integramos a lo largo de toda la longitud de la espira, 2πr

$$|\vec{B}| = \int |d\vec{B}| = \int_0^{2\pi r}\frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{Idl}{r^2} = \frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{I}{r^2}\int_0^{2\pi r} dl = \frac{\mu}{4\pi}\frac{I}{r^2}2\pi r = \mu\frac{I}{2r}$$

$$|\vec{\boldsymbol{B}}| = \boldsymbol{\mu}\frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{2r}}\ (\boldsymbol{centro\ de\ la\ espira})$$



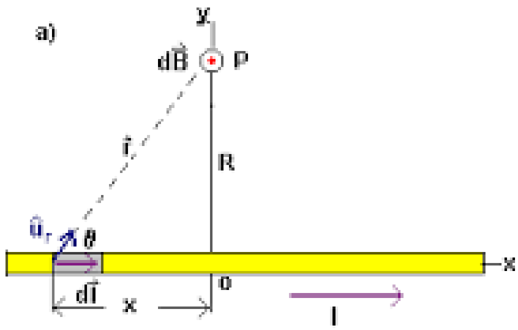
Siguiendo el campo la regla de Maxwell o de la mano derecha. Si seguimos con los dedos de la mano derecha el sentido de la corriente el pulgar nos indicará el sentido del campo (o bien, si agarramos la espira con la mano derecha y el pulgar apuntando según el sentido convencional de la corriente, los dedos indican cómo es el campo magnético).

Si el dispositivo consta de **N espiras paralelas muy próximas**, enrolladas alrededor de un cilindro, recibe el nombre de **bobina**, y el módulo del campo magnético creado en su centro es:

$$|\vec{B}| = N\mu\frac{I}{2r}$$

12.1.2 Aplicaciones de la expresión anterior: Campo magnético creado por un hilo infinito.

Más complicado desde el punto de vista matemático es deducir la ley de Biot-Savart a partir de la expresión anterior. Tomamos un hilo infinito por el que circula una corriente. Por el hilo se moverá una carga muy pequeña que ocupará un $d\vec{l}$ que creará un campo $d\vec{B}$ saliendo hacia nosotros. Su valor sería, en módulo:



$$|d\vec{B}| = \frac{\mu}{4\pi}\cdot\frac{Idlsen\theta}{r^2}$$

Para calcular el campo magnético total integraremos la expresión anterior, que contiene dl, entre -∞ y ∞.

$$|\vec{B}| = \frac{\mu I}{4\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\frac{sen\theta}{r^2}dl = |\vec{B}| = \frac{\mu I}{4\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\frac{sen\theta}{r^2}dx$$

Esta integral presenta un problema. Hay dos variables relacionadas de manera implícita: al ir moviendo dx entre –∞ y ∞ x cambia y θ también. Debemos explicitar esa relación antes de hacer la integral, para que sólo integremos una variable y todo lo demás sea constante. Podemos encontrar otras dos relaciones entre las variables. Una entre r (distancia de la carga dl al punto p) y el radio (R), distancia del punto al alambre.

$$sen\theta = \frac{R}{r}; r = \frac{R}{sen\theta}; r^2 = \frac{R^2}{sen^2\theta}$$

Por otra parte, x se relaciona con R por la tangente de θ (el signo – corrige que R y tgθ son positivas, mientras que x es negativa):

$$tg\theta = -\frac{R}{x}; x = -\frac{R}{tg\theta}$$

Si diferenciamos dx en función del ángulo θ nos quedará:

$$dx = -R\left(\frac{cos\theta}{sen\theta}\right)' = -R\frac{-sen\theta\cdot sen\theta - cos\theta\cdot cos\theta}{sen^2\theta}d\theta = -R\frac{-(sen^2\theta + cos^2\theta)}{sen^2\theta}d\theta = \frac{R}{sen^2\theta}d\theta$$

Sustituyendo r^2 y dx en la integral anterior obtendremos (cambiando los límites de integración. Si x tiende a –∞ y el ángulo θ es 0 y cuando tiende a ∞ el ángulo θ es 180º, o sea, π radianes) obtenemos la ley de Biot-Savart

$$|\vec{\boldsymbol{B}}| = \frac{\mu I}{4\pi}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\frac{sen\theta}{r^2}dx = \frac{\mu I}{4\pi}\cdot\int_0^{\pi}\frac{sen^3\theta}{R^2}\cdot\frac{R}{sen^2\theta}d\theta = \frac{\mu I}{4\pi R}\cdot\int_0^{\pi}sen\theta\cdot d\theta = \frac{\mu I}{4\pi R}\cdot(-cos\theta)]_0^{\pi} = \frac{\boldsymbol{\mu I}}{\boldsymbol{2\pi R}}$$