

## Definiciones generales.

- La **posición** de un cuerpo es el lugar que este cuerpo ocupa con respecto a un **sistema de referencia** que tomaremos como origen. Diremos que un cuerpo **está en movimiento** cuando varía su posición con el tiempo, cuando va ocupando posiciones distintas según va transcurriendo el tiempo.
- La **trayectoria** es la línea descrita por el móvil en su movimiento y es la línea formada por todas las posiciones que va ocupando el móvil al moverse. Puede ser:
  - Una línea recta: movimiento rectilíneo (MR)
  - Una circunferencia: movimiento circular (MC)
  - Una línea curva cualquiera, que puede necesitar para ser referenciada de 1, 2 o 3 dimensiones.
- Se define el **desplazamiento** como la variación que experimenta la posición del cuerpo en un determinado intervalo de tiempo, es decir, la distancia en línea recta entre la posición inicial y la final.
- Se define **espacio recorrido** como la distancia que realmente ha recorrido el objeto móvil sobre la trayectoria.
- El espacio recorrido es siempre mayor o igual que el desplazamiento ya que el camino más corto entre 2 puntos es la recta y la distancia recorrida a lo largo de la trayectoria será siempre mayor o igual.



### Tour de Francia

Un ciclista que atraviesa los pirineos se mueve siguiendo la trayectoria de la línea gris desde la posición p1 situada en España hasta p2 situada en Francia. En su fulminante carrera habrá recorrido todo el espacio marcado por la línea roja y se habrá desplazado en la dirección, sentido y cantidad indicada por el vector verde.

- Como la elección del sistema de referencia es arbitraria, **el movimiento es relativo**. Un objeto se mueve con respecto a un sistema de referencia, no de modo absoluto.

## Movimiento rectilíneo (MR):

- Nosotros supondremos, para simplificar, que trazamos un conjunto de marcas equiespaciadas en la trayectoria del móvil, sea esta cual sea, y luego vamos representando las posiciones del cuerpo con respecto a nuestras marcas en una línea recta, es decir, convertimos cualquier movimiento curvilíneo en rectilíneo. Perdemos información pero eso ahora no nos importa. Por eso a la **posición de un cuerpo la designaremos por una coordenada sólo, x**.
- Tendremos descrito perfectamente el movimiento del cuerpo cuando tengamos una ecuación que nos relacione la posición x con el tiempo t. Esa será la **ecuación del movimiento** y es el objetivo principal de la cinemática. Para indicar la **posición** de un cuerpo según el tiempo transcurrido desde que empezó a moverse usaremos subíndices  $x_1$  o  $x_2$  o bien  $x_{t1}$  o  $x_{t2}$ .
- Por eso en nuestro caso hallaremos el **desplazamiento** restando la posición final menos la posición inicial. Se utiliza la letra griega  $\Delta$  (delta mayúscula) para indicar la diferencia y por eso representaremos al **desplazamiento por  $\Delta x$** :  

$$\Delta x = x_2 - x_1$$
- Para hallar el **espacio recorrido** e debemos sumar los distintos espacios recorridos por el móvil en cada tramo, siempre que el móvil no se dé la vuelta. Si se da la vuelta, hay que sumar el espacio recorrido en cada tramo.
- En el MR el **espacio recorrido** e siempre es positivo, mientras que el **desplazamiento  $\Delta x$**  puede ser positivo o negativo (si  $x_2 < x_1$ )

## Velocidad media e instantánea

- Hemos definido anteriormente el movimiento con el cambio de posición, x, de un cuerpo, con respecto al tiempo. Cuanto mayor sea el cambio de posición,  $\Delta x$ , en el menor intervalo tiempo,  $\Delta t$ , diremos que el cambio se ha hecho más deprisa, a mayor velocidad.

- Parece razonable definir **velocidad media ( $v_m$ )** como:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

- Su valor se medirá, en el S.I., en m/s, aunque es muy habitual el km/h. Puede ser positiva (si el móvil se mueve hacia valores mayores de la x, hacia la derecha en un eje X convencional) o negativa (si el móvil se desplaza hacia valores menores de la x, hacia la izquierda en un eje X convencional).
- Observa que en física no se define la velocidad como espacio/tiempo, tal y como se hace en la vida cotidiana. Si el móvil hace un movimiento rectilíneo y no se da la vuelta, entonces e y  $\Delta x$  serán iguales y ambas definiciones coincidirían. Pero si vas y vuelves al punto de partida tu  $v_m=0$ , aunque hallar recorrido muchos metros.
- La velocidad anterior es sólo un promedio. La **velocidad instantánea, v**, se define como la velocidad que tiene un móvil en cada instante de tiempo. Es la que va marcando el velocímetro de un vehículo o el gps, por ejemplo.

### Movimiento rectilíneo uniforme (MRU)

- Un cuerpo se mueve con MRU si su velocidad instantánea, v, es siempre la misma. Diremos  $v=\text{constante}$
- Si la velocidad instantánea no cambia nunca, la velocidad media,  $v_m$ , será igual que la instantánea y podremos escribir  $v=v_m$ .
- Si consideramos a la posición inicial  $x_0$  y al tiempo inicial lo consideramos 0 y al tiempo y la posición final les llamamos simplemente x y t la ecuación anterior nos quedaría

$$v_m = v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0} = \frac{x - x_0}{t}$$

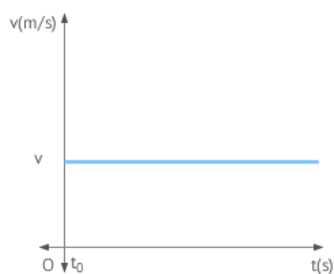
- De donde podemos hallar la ecuación de la posición de MRU:

$$x = x_0 + v \cdot t$$

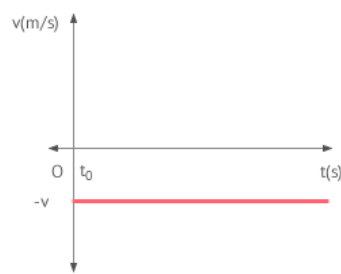
- Es la ecuación de una línea recta pero en donde nuestra variable independiente es t (no x) y la dependiente x (no y)

### Representaciones gráficas v-t y x-t del MRU

Gráfica v-t en m.r.u.

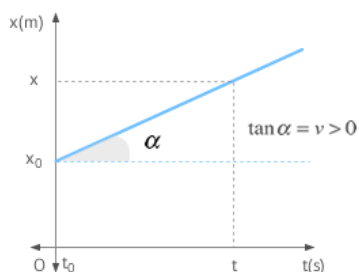


velocidad positiva

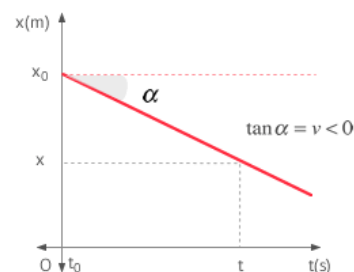


velocidad negativa

Gráfica x-t en m.r.u.



velocidad positiva



velocidad negativa

- La gráfica v-t es una línea horizontal (al ser constante, no varía con el tiempo)
- La gráfica x-t parte siempre de  $x_0$  (ordenada en el origen, valor de x cuando  $t=0$ ) y es una recta ascendente o descendente según sea la velocidad positiva o negativa. A partir de la gráfica de la x-t es fácil calcular el valor de la velocidad tomando 2 puntos cualquiera de la gráfica y aplicando  $v = \Delta x / \Delta t$

### Aceleración

- Mide la variación de la **velocidad instantánea** con el tiempo.
- Hay 2 tipos de aceleración, la aceleración media y la instantánea. La **aceleración media es el promedio de variación de la velocidad con el tiempo**. Si un móvil tiene una velocidad  $v_2$  a un tiempo  $t_2$  y una velocidad  $v_1$  a un tiempo  $t_1$  su aceleración media sería

$$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

- La **aceleración instantánea** es la que tenga un móvil en un instante de tiempo, no un promedio, y la designaremos por **a**.
- La unidad de ambas aceleraciones es, el el S.I., el  $m/s^2$ . Tener una aceleración de  $1 m/s^2$  implica que la velocidad del cuerpo cambia 1 m/s cada s. Así, si ahora vale 2 m/s, dentro de un segundo valdrá 3 m/s, otro segundo más y será 4 m/s...
- La aceleración también tiene signo: Si su signo coincide con el de la velocidad es que la velocidad va a crecer, se va a hacer mayor, mientras que si su signo es contrario al signo de la velocidad es que la velocidad va a disminuir.

### Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

- Aquel que tiene aceleración instantánea constante (y por tanto su aceleración media será igual a la instantánea en todo momento). Es decir,  **$a_m = a$** .
- Si consideramos, como antes, que el tiempo inicial es 0 y para ese tiempo la velocidad es  $v_0$  y que en la posición final llamamos t al tiempo y v a la velocidad

$$a_m = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v - v_0}{t - 0} = \frac{v - v_0}{t}$$

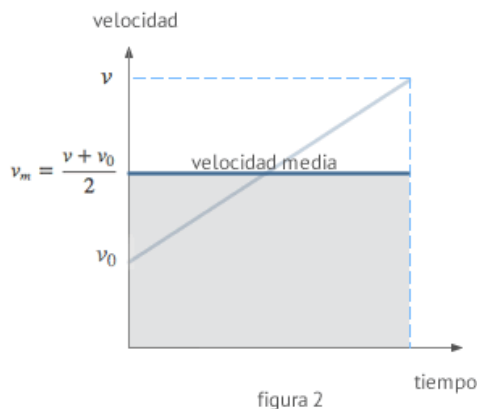
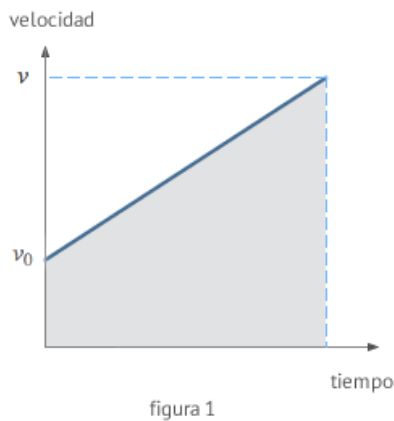
De donde:

$$v = v_0 + a \cdot t \text{ (ecuación de la velocidad del MRUA)}$$

Observa que es se convierte en la del MRU si  $a=0$  ( $v=v_0$ =constante)

- Para hallar la ecuación x-t consideraremos que la  $v_m = (v_0 + v)/2$  ((inicial+final)/2) y supondremos que "un cuerpo en movimiento uniformemente acelerado recorre, en un determinado intervalo de tiempo, el mismo espacio que sería recorrido por un cuerpo que se desplazara con velocidad constante e igual a la velocidad media que el primero" (<https://goo.gl/24Wv4Y>), por lo que

$$\begin{aligned} MRU: x &= x_0 + v_m \cdot t = x_0 + \frac{(v_0 + v)}{2} \cdot t = x_0 + \frac{(v_0 + v_0 + a \cdot t)}{2} \cdot t = x_0 + \frac{(2v_0 + a \cdot t)}{2} \cdot t \\ &= x_0 + \frac{2v_0 \cdot t + a \cdot t^2}{2} = x_0 + \frac{2v_0 \cdot t}{2} + \frac{a \cdot t^2}{2} = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \\ x &= x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \text{ (ecuación de la posición del MRUA)} \end{aligned}$$



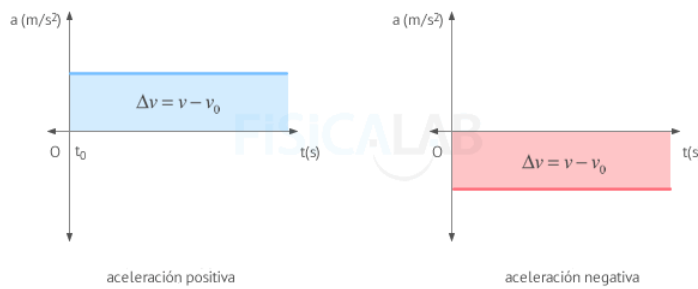
#### Velocidad Media en el m.r.u.a.

Considerar que la velocidad va aumentando de forma uniforme a lo largo de dos instantes de tiempo (fig. 1), es lo mismo que considerar una velocidad media constante entre dichos instantes (fig. 2). Esto es debido a que el área encerrada por debajo de la velocidad y que representa el espacio recorrido, es la misma en los dos casos.

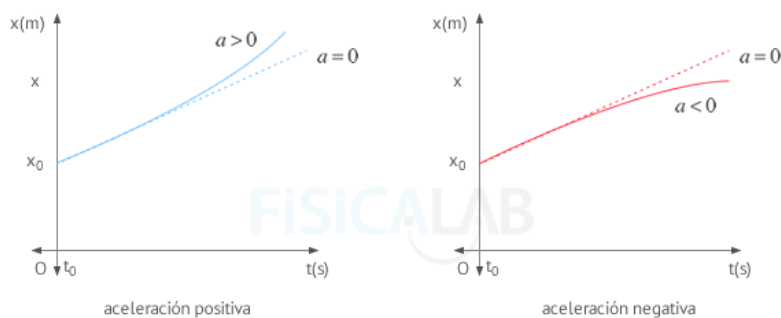


### Gráficas del MRUA

Gráfica a-t en m.r.u.a.

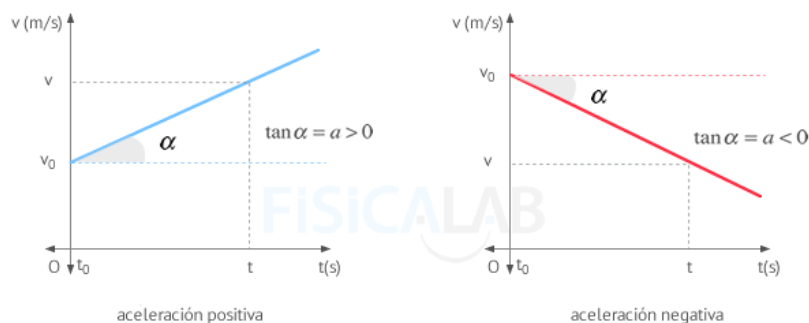


Gráfica x-t en m.r.u.a.



- Las 2 gráficas menos interesantes será las superiores, la a-t (línea horizontal, como corresponde a a=cte) y la de la posición, que es una curva (parábola) abierta hacia arriba si  $a > 0$  y hacia abajo si  $a < 0$
- La más interesante y de la que sacaremos mucha información será la v-t. Será una recta inclinada (con inclinación ascendente si  $v > 0$  y descendente si  $v < 0$ ) siendo la ordenada en el origen la velocidad inicial (que puede ser 0, en cuyo caso pasaría la recta por el origen). Para hallar la aceleración a partir de esta gráfica tomaremos 2 puntos cualquiera y con sus valores v-t haremos  $a_m = a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$

Gráfica v-t en m.r.u.a.



### Un caso especial de MRUA: El tiro vertical y la caída libre

- Cuando un cuerpo se lanza hacia arriba (**tiro vertical, con  $v_0$  distinta de 0**) o se deja caer (**caída libre, con  $v_0=0$** ) durante su movimiento sólo actúa la fuerza gravitatoria, la atracción que hace la Tierra sobre el cuerpo. Esa fuerza produce una **aceleración constante, de valor  $g=9,8 \text{ m/s}^2$**  ( $g$ =aceleración de la gravedad, en valor absoluto) y que **escribiremos con signo menos**, al apuntar la aceleración hacia abajo, hacia el centro terrestre y ser el eje del movimiento, el eje Y, positivo hacia arriba. Las ecuaciones del MRUA quedarán entonces:

$$v = v_0 - g \cdot t$$

$$y = y_0 + v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$