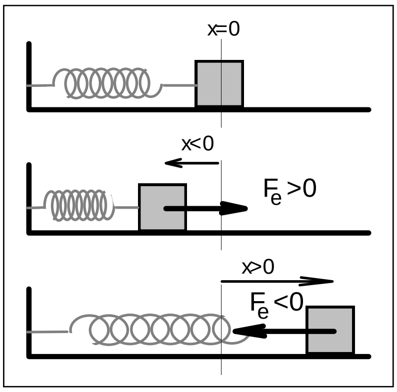
1 RESUMEN MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (en adelante M.A.S.)(No PAU. Repaso)

1.1 Ley de Hooke:

$\left|\vec{F}\right| = k(x - x_0) = k\Delta x$

Si x_0=0 (origen en la posición de equilibrio) y vemos que $F \uparrow\downarrow x$ (fuerza recuperadora), podemos escribir:

$$\vec{F} = -kx\vec{\imath}$$



1.2 Resolución ecuacion M.A.S.:

$$\sum F_x = -kx = ma$$

$$-kx = ma\,;\ a = -\frac{k}{m}x \quad \text{[ec. 1]}$$

$$a = -\frac{k}{m}x;\ \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}x;\ \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \ \text{[ec. 2]}$$

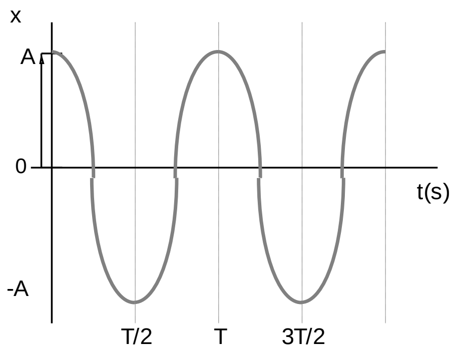
Buscamos una función (aquí será x(t), no y(x) como suele ser en matemáticas) tal que su segunda derivada produzca la misma función multiplicada por k/m y cambiada de signo. Sabemos que las funciones seno y coseno lo cumplen. Proponemos como solución una función que contenga un seno o coseno con el tiempo, adornada con todas las constantes que se nos ocurran. Lo más general puede ser del tipo siguiente: **$x(t)=A\,sen(\omega t+\varphi_0)$**. Si derivamos 2 veces obtenemos:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega cos(\omega t + \varphi_0);\ a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = x" = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

Si comparamos esta expresión con la de partida, [ec. 2], veremos que coinciden si asignamos a ω^2 el valor $\frac{k}{m}$; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

En esta expresión las variables y constantes tienen el siguiente significado:

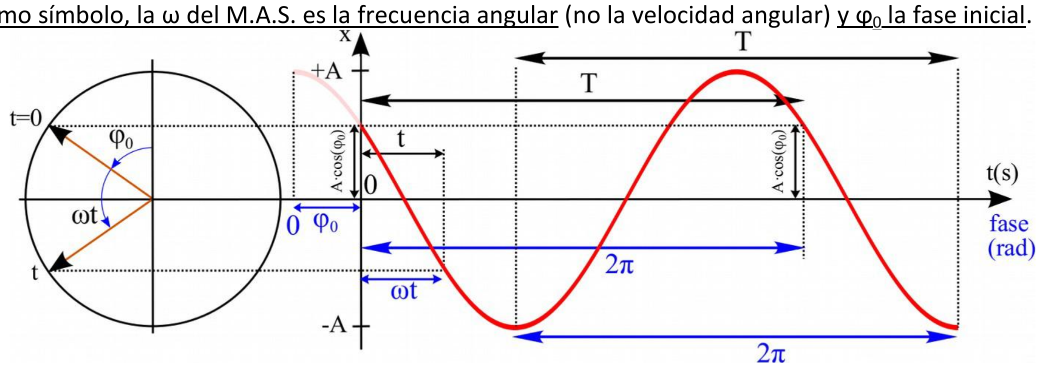
- **x:** elongación o alargamiento del muelle. Es variable, representa la posición con respecto al punto de equilibrio (donde x=0).
- **t:** tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento.
- **A:** amplitud. Es una constante y representa el valor máximo de x, o sea la máxima separación de la posición de equilibrio.
- La función seno es <u>periódica</u>, cada 2π se repite, y por tanto, el **M.A.S. también será periódico**. Eso nos permitirá calcular el período y la frecuencia. A un tiempo T, $x(t)=Asen(\omega t+\varphi_0)$, y cuando el tiempo sea t+T, x será el mismo $x(t)=Asen(\omega t+\omega T+\varphi_0)$. Los argumentos de las 2 funciones seno deben diferir en 2π, por lo que ωT=2π y $\boldsymbol{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$ y $\boldsymbol{f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}}$



- Frecuencia angular o pulsación, ω: Por lo anterior vemos que $\omega = 2\pi f$, de ahí su nombre. Se mide en Hz.
- **$\varphi=\omega t+\varphi_0$:** fase. Variable (obviamente depende de t). Se mide en *<u>radianes (en el S.I.)</u>* puesto que es el argumento de un ángulo.
- **φ_0**: Fase inicial o Constante de fase. Tiene relación con la posición inicial del sistema. **Ejemplos:**
  - Si a t=0, x(0)=0 y v(0)>0, entonces $Asen\varphi_0=0 \rightarrow \varphi_0=0$ y π; Pero v(0)= $A\omega cos\varphi_0>0$; Sólo vale **$\varphi_0=0$.**
  - Si a t=0, x(0)=A (v(0)=0 obligado), entonces $Asen\varphi_0=A$; **$\varphi_0=\pi/2$** (y v(0)= $A\omega cos\varphi_0=0$, como debe ser).
  - Si a t=0, x(0)=–A/2 y v(0)<0, entonces $Asen\varphi_0=-A/2$; $\varphi_0=7\pi/6$ y 11π/6; a(0)= $A\omega cos\varphi_0<0$; **$\varphi_0=7\pi/6$.**

1.3 Relación del M.A.S. con el MCU.

Si tenemos **un MCU de radio A**, **velocidad angular $\omega=(\varphi-\varphi_0)/t$ y ángulo inicial sobre el eje x φ_0,** el ángulo que irá formando con dicho eje según pasa el tiempo será $\varphi=\omega t+\varphi_0$. Si estudiamos su proyección sobre el eje Y sería $Asen\varphi=Asen(\omega t+\varphi_0)$, ecuación del M.A.S.. Podemos ver un M.A.S. como la proyección de un circular sobre los ejes cartesianos. Por eso elegimos ω y φ_0 como símbolos para representar a las constantes del M.A.S.. Aunque <u>usemos el mismo símbolo, la ω del M.A.S. es la frecuencia angular</u> (no la velocidad angular) <u>y φ_0 la fase inicial</u>.



1.4 Trabajo y Energía potencial del M.A.S.

La fuerza elástica siempre apunta hacia la posición de equilibrio. Es, por tanto, una **fuerza central, y como todas ellas, será conservativa**, y tendrá, como consecuencia, una energía potencial asociada tal que:

$$W_{F.elástica} = E_p(A) - E_P(B)$$

Para calcular la fórmula de la energía potencial elástica debemos calcular el trabajo que realiza esa fuerza cuando un muelle pasa de una posición x_1 hasta x_2. Debemos halla la integral:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} -kxdx = -k\frac{x^2}{2}\Big]_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Comparando con la definición anterior de la energía potencial, podemos escribir la ecuación para la energía potencial elástica como

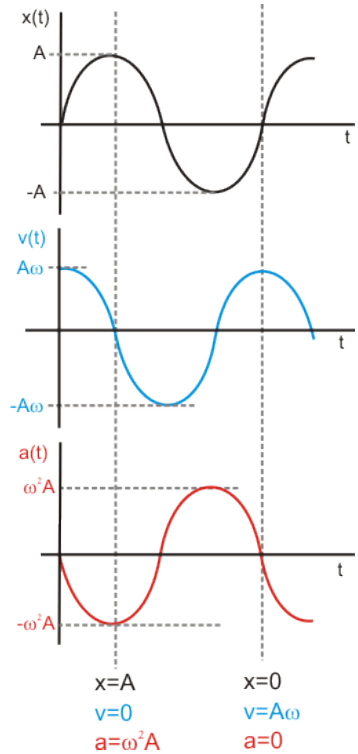
$$E_{p\ elástica} = \frac{1}{2}kx^2$$

Así no será necesario volver a calcular el trabajo como una integral, sino mediante la expresión $W=E_p(A)-E_p(B)$.

1.5 Estudio cinético y energético del M.A.S..

<u>**Punto de vista cinético (aparece el tiempo t):**</u>

$$\boldsymbol{x(t) = Asen(\omega t + \varphi_0); v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0); a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi_0) = -Ax(t)}$$



Vamos a analizar estas ecuaciones. Cuando la velocidad de la partícula es 0 (se para) la única opción que tenemos es que $\boldsymbol{\cos(\omega t + \varphi_0) = 0}$, es decir el ángulo $\boldsymbol{\omega t + \varphi_0}$ es 90° o 270°, pero entonces el valor del seno será +1 ó -1. Es decir x=+A ó x=-A. (<u>El oscilador se para en los puntos de máxima extensión o máxima compresión</u>).

Cuando la partícula está en la posición de equilibrio (x=0), entonces $\boldsymbol{sen(\omega t + \varphi_0) = 0}$, es decir el ángulo $\boldsymbol{\omega t + \varphi_0}$ es 0° o 180°, luego el valor del coseno será +1 ó -1. Es decir v=+Aω ó v=-Aω (el oscilador tiene velocidad máxima cuando pasa por la posición de equilibrio, en un sentido o en otro).

<u>**Punto de vista energético (sin t):**</u>

Al ser la fuerza elástica una fuerza conservativa, además de energía potencial, la energía mecánica del sistema se conservará (suponemos que no hay rozamiento). Es decir:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = constante$$

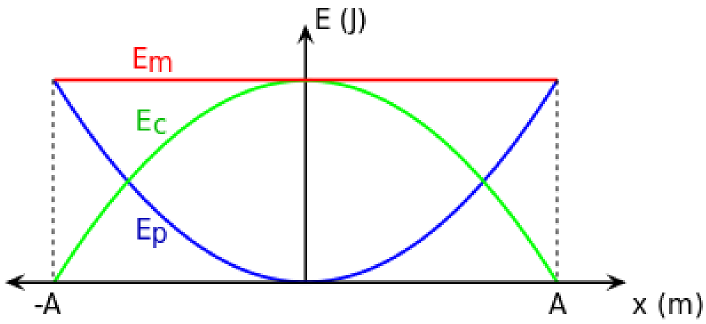
Para hallar el valor de la constante vemos que el cuerpo se para en x=A, o sea, en la máxima elongación A sólo tendrá energía potencia, de valor $\frac{1}{2}kA^2$. Esa será la energía mecánica en ese punto y, como es constante, será la misma durante todo el movimiento. Entonces:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2; v = \sqrt{\frac{k(A^2 - x^2)}{m}} = \omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

Ecuación que nos da la velocidad del M.A.S. en función de la posición, no del tiempo.

Todo lo anterior se resume en la siguiente tabla y la siguiente gráfica, en la que se puede apreciar que cuando la energía cinética alcanza un máximo, la potencial está en un mínimo y viceversa, mientras que la mecánica permanece constante.

x	v	E potencial	E cinética	E mecánica
+A	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
-A	0	$\frac{1}{2}k(-A)^2 = \frac{1}{2}kA^2$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
0	±Aω	0	$\frac{1}{2}m\omega^2A^2 = \frac{1}{2}kA^2$	$\frac{1}{2}kA^2$
x	v	$\frac{1}{2}kx^2$	$\frac{1}{2}mv^2$	$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$



NOTA:

Nosotros usaremos preferentemente el seno por seguir el texto, pero se puede usar igual el coseno. Para determinar la ecuación de la elongación del movimiento también se puede utilizar la función coseno. Para ello, basta tener en cuenta las relaciones entre ángulos complementarios y opuestos: **cos(α)=sen(α+π/2) ; sen(α)=cos(α–π/2)**

$$\boldsymbol{x(t) = Asen(\omega t + \varphi_0) = Acos(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2})}$$

1 LAS ONDAS. EL MOVIMIENTO ONDULATORIO (unidad 2 de editex)

Se puede intentar dar una definición sencilla de qué es una onda (en este caso mecánica) recurriendo a un juego. ¿Cómo podrías mover un corcho que flota sobre la superficie del agua? La primera idea puede ser lanzarle un objeto que al impactar en el corcho le transmita parte de su energía y cantidad de movimiento. Pero si ponemos la condición de que el juego tiene que hacerse **sin transporte de materia**, sólo se nos ocurrirá golpear la superficie del agua que está cercana a nosotros (lo que llamaremos el **foco** de la onda). Una ola se formará en ese punto y al llegar al corcho hará que este suba y baje y no habremos transportado materia, cada partícula de agua habrá subido y bajado y transmitido mediante choques su energía a las partículas vecinas. Eso sería una onda:

En física, una onda consiste en la propagación de una perturbación de alguna propiedad del espacio, por ejemplo, densidad, presión, campo eléctrico o campo magnético, implicando un transporte de energía sin transporte de materia. El espacio perturbado puede contener materia (aire, agua, etc) o no (vacío). (WIKIPEDIA)

Desde un punto de vista puramente matemático se llama onda a cualquier función Ψ que cumple la denominada función de ondas:

$$\frac{d^2\Psi(x,t)}{dx^2} = \frac{1}{v^2}\frac{d^2\Psi(x,t)}{dt^2}$$

Ejemplos de ondas son:

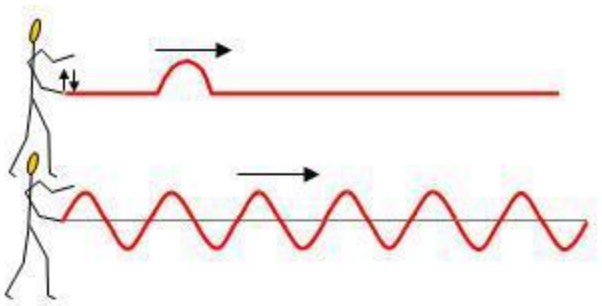
- La que se produce **en una cuerda** sujeta por un extremo cuando la tensamos y agitamos el extremo libre arriba y abajo.
- Se puede hacer lo mismo con un **muelle muy laxo**, de pequeña constante elástica.
- Las **olas** que se generan en una **cubeta de ondas** (por ejemplo, https://goo.gl/5eaop8 o https://goo.gl/1SceaX)
- El **sonido**, que se produce por la vibración de un objeto, por ejemplo, la cuerda de un instrumento de cuerda, que en su vibrar golpea a las moléculas de aire y hacen que estas choquen con la siguiente capa de aire hasta llegar al odio, donde golpearan a una membrana, el tímpano, que reproducirá la vibración de la cuerda.
- La luz, en la que se transportará un campo eléctrico y otro magnético, como luego veremos.

2 CLASIFICACIÓN DE LAS ONDAS.

Atendiendo al medio de propagación:

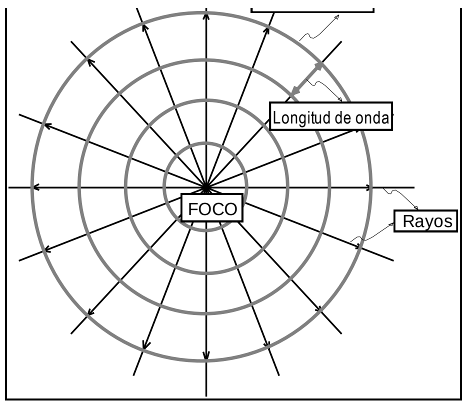
- **Ondas mecánicas:** son aquellas que necesitan un medio material para propagarse, es decir, no se propagan en el vacío. De los ejemplos anteriores son todos menos la luz. Su transmisión se debe a las colisiones entre moléculas de aire (sonido) o a las fuerzas que unen las moléculas de una cuerda.
- **Ondas electromagnéticas:** Existen ondas que pueden propagarse aun en ausencia de medio material, es decir, en el vacío (naturalmente también lo hacen en medios materiales). Son las ondas electromagnéticas o campos electromagnéticos viajeros; a esta segunda categoría pertenecen las ondas luminosas, la luz. Se originan en oscilaciones de cargas eléctricas que se propagan mediante campos eléctricos y magnéticos perpendiculares entre sí y perpendiculares a la dirección de propagación. (La luz que procede de las estrellas llega hasta nosotros después de atravesar el vacío del espacio interestelar). Durante mucho tiempo se pensó, para evitar admitir que se propagaban en el vacío, en que en el vacío habría un medio, el **éter**, por el que se propagarían estas ondas. Cuando se descubrió que eran campos, desapareció la necesidad del éter.

Atendiendo a la duración de la vibración en el foco las ondas se clasifican en:



- ***Pulsos:*** La perturbación que las origina se da aisladamente y en el caso de que se repita, las perturbaciones sucesivas tienen características diferentes. Ejemplo: Una única sacudida en el extremo de una cuerda atada por su otro extremo.
- ***Tren de ondas:*** Si se agita continuamente la cuerda se ponen en movimiento todas las partículas de la misma con lo que se genera un tren de ondas, una onda continua, sin principio ni fin.

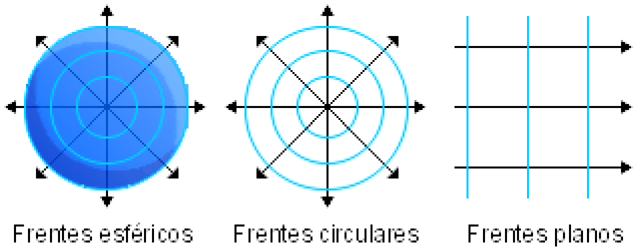
*Se denomina **frente de ondas al lugar geométrico de todos los puntos del medio que son afectados por una perturbación en el mismo instante**. Luego veremos otra definición mejor, pero ahora nos servirá para clasificar las ondas. La perturbación avanza perpendicularmente al frente de ondas.* ***Las líneas perpendiculares a los frentes de onda y cuyo sentido es el de la propagación se denominan rayos.***



En relación a como sean sus frentes de onda o rayos se pueden clasificarse en:

- ***Unidimensionales:*** Son ***aquellas*** que, como las ondas en los muelles o en las cuerdas, se propagan a lo largo de una sola dirección del espacio. Sus frentes de onda son puntos (como las de una cuerda) o <u>líneas paralelas</u> (como las olas producidas golpeando con una regla plana en el agua. En este último caso los rayos son líneas perpendiculares a los frentes). La distancia de un punto al foco será x.

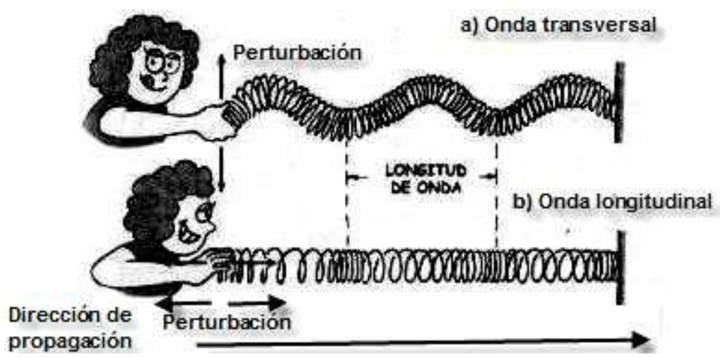
- ***Bidimensionales:*** Se ***propagan*** en cualquiera de las direcciones de un plano de una superficie. Se denominan también ondas superficiales y a este grupo pertenecen las ondas que se producen en la superficie de un lago cuando se deja caer una piedra sobre él. Sus frentes de onda son circulares y los rayos líneas que salen del foco en todas direcciones dentro de un plano.. La distancia de un punto al foco será $r=\sqrt{x^2+y^2}$.



- ***Tridimensionales:*** Se propagan en las tres dimensiones del espacio. El sonido o la luz son ejemplos de estas ondas. Sus frentes de onda son esféricos y los rayos son líneas que salen del foco hacia las 3 direcciones del espacio. La distancia de un punto al foco será $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

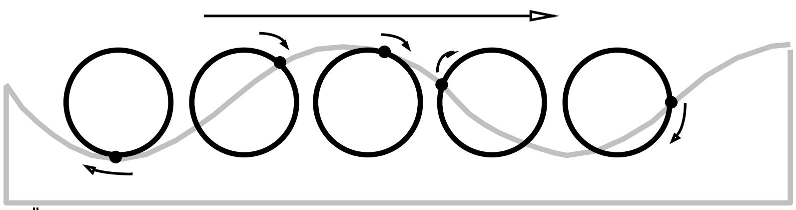
Según que la dirección de propagación coincida o no con la dirección en la que se produce la perturbación, las ondas pueden ser:

- ***Longitudinales:*** <u>La dirección de propagación de la onda y la de vibración de las partículas es la misma</u>. Si comprimimos unas anillas de un muelle vertical y soltamos, cada anilla vibrará hacia atrás y hacia adelante, golpeando a la siguiente, que hará lo mismo. La onda se propaga hacia adelante, igual que el movimiento de las anillas. El sonido también es una onda longitudinal puesto que las partículas del medio oscilan en la dirección de avance produciéndose compresiones y enrarecimientos.



- ***Transversales:*** <u>La perturbación del medio se lleva a cabo en dirección perpendicular a la de propagación</u>. En las ondas producidas en la superficie del agua las partículas vibran de arriba a abajo y viceversa, mientras que el movimiento ondulatorio progresa en el plano perpendicular. Lo mismo sucede en el caso de una cuerda; cada punto vibra en vertical, pero la perturbación avanza según la dirección de la línea horizontal. Ambas son ondas transversales. También son transversales las ondas electromagnéticas (luz, microondas, ultravioleta, etc.)[1]

Las olas que se producen en el mar tienen características de ambos tipos, puesto que las partículas realizan movimientos casi circulares (combinación de ondas transversales y longitudinales)



Tipos de ondas	Según el medio de propagación	Mecánicas (Necesitan medio material) Electromagnéticas (Pueden propagarse también en el vacío)
	Según la actividad del foco	Pulso (Perturbación ocasional) Tren de ondas (emisión continua)→ →Armónicas (la perturbación es un M.A.S.)
	Según las dimensiones en que se propagan	Unidimensionales Bidimensionales (planas, circulares...) Tridimensionales (esféricas, cilíndricas...)
	Según la dirección de propagación	Longitudinales Transversales

3 MAGNITUDES CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO

- **Elongación, y**, es la separación de un punto del medio con respecto a la posición central de equilibrio en un instante determinado. Su unidad en el SI es el metro (si es la onda es en una cuerda. Luego veremos otras

[1] Sin entrar en detalle, en un terremoto se producen ondas longitudinales (P o primarias, por compresión) y transversales (S o secundarias, por cizalladura). Las P se propagan en todos los medios, pues todos son compresibles, mientras que las S sólo en sólidos. Eso nos ha permitido conocer el estado líquido del núcleo y las discontinuidades. Más info en https://goo.gl/FVBF5E o https://goo.gl/j1CZXC

posibilidades). Usamos y en ondas en vez de la x del MAS porque reservamos la letra x para la distancia del dicho punto al foco.

- **Foco:** lugar donde se origina la onda. En él tomaremos el origen de coordenadas y **por tanto será el punto x=0** o r=0 (en 3D). **En el foco se produce un movimiento armónico simple** que se va propagando de una partícula a otra (en una onda mecánica). Mientras que el foco se mantenga vibrando las diferentes partículas del medio estarán oscilando en torno a sus posiciones de equilibrio, constituyendo en conjunto **una serie de osciladores armónicos cuyas vibraciones están tanto más retrasadas o descompasadas respecto de la del foco, cuanto mayor sea la distancia a él, o lo que es lo mismo, cuanto más tiempo tarde la perturbación en llegar hasta ellos**.

CARACTERÍSTICAS DE UNA ONDA QUE TIENE POR SER UN CONJUNTO DE M.A.S.

- **Período (T) y frecuencia (f o ν, "nu", letra griega) de la onda:** Todos los puntos de la onda ejecutan un M.A.S. con idéntico período y frecuencia que el M.A.S. del foco. Por tanto, el T y la f de la onda será las del M.A.S. de cada uno de sus puntos, que coinciden con los del foco emisor.

El período T será el tiempo que tarda un punto en completar un ciclo completo de vibración, un vaivén. Su unidad en el SI será el s.

La frecuencia f es el nº de oscilaciones por unidad de tiempo que realiza cada punto, es el inverso del período y su unidad, en el SI, es el s^{-1}, conocido como Hertzio (abreviatura Hz), en honor al científico alemán H. Hertz, descubridor de las ondas de radio y el efecto fotoeléctrico.

- **Amplitud, A**, la máxima separación de la partícula de la posición central o de equilibrio, su unidad en el SI es el metro.
- **Velocidad de vibración, $v_{vibración}$,** es **la rapidez con la que se mueven las partículas del medio en torno a su posición central**. Esta magnitud sigue una sucesión periódica de valores entre dos valores extremos y se mide en m/s.

CARACTERÍSTICAS QUE SON TÍPICAS DE UNA ONDA (NO EXISTEN EN EL M.A.S.)

- **Longitud de onda:** La propagación de una onda armónica en una cuerda da lugar a una sinusoide que avanza a lo largo de ella. A diferencia del M.A.S. el movimiento ondulatorio se propaga o progresa a través del medio. Ello permite introducir una nueva magnitud característica que es exclusiva de este tipo de movimientos y que se denomina ***longitud de onda***. Si en un instante dado se sacara una fotografía del aspecto que presenta la cuerda por la que se propaga una onda armónica, el resultado sería una línea sinusoidal que constituye el perfil de la onda en ese instante. Otra fotografía tomada un instante posterior mostraría que la sinusoide ha avanzado. En cualquier caso, la altura de la cuerda tomada con su signo (altura que en este tipo de ondas mide la magnitud o el estado de perturbación) se repite a intervalos iguales de distancia, cada uno de los cuales constituye una **longitud de onda**. **La longitud de onda es, pues, la distancia que separa dos puntos sucesivos del medio que se encuentran en el mismo estado de perturbación**. Podemos decir también que es la distancia entre 2 puntos consecutivos en fase, es decir, puntos que están siempre en el mismo estado de vibración. La palabra consecutivos es muy importante, pues la distancia entre puntos en fase será nλ. **Coincide con el espacio que recorre la onda durante un intervalo de tiempo igual a un periodo.**
- **Velocidad de propagación, v,** de la onda **es la rapidez con que se desplaza la perturbación por un medio**. Su unidad en el SI es m/s. Esta magnitud depende de las propiedades del medio transmisor y es independiente de las del foco emisor. **Para un medio determinado y un tipo de perturbación es una cantidad constante**. La perturbación recorre una distancia igual a la longitud de onda en un tiempo igual al período, por lo que la relación de estas magnitudes con la velocidad de propagación es $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$

Vemos que la **longitud de onda λ y la frecuencia f son dos magnitudes inversamente proporcionales**, de modo que cuanto mayor es una, tanto menor es la otra.
No confundir con la velocidad de vibración, vista antes, que será transversal a la onda y variable. **Este velocidad va en sentido de la propagación de la onda y es constante**.

3.1 La ecuación de una onda armónica

El movimiento ondulatorio puede expresarse en forma matemática mediante una ecuación que describa un movimiento vibratorio avanzando por un medio. Necesitamos calcular **como vibra cada punto de una onda, su elongación y** (usaremos la letra *y* porque en ondas transversales, como las de una cuerda, equivale a una altura)**,** en función del **tiempo desde que empezó la vibración en el foco, t**, y **la distancia del punto al foco, x**. Buscamos una función que nos determine y en función de t y x, **y(x, t)**.
Para ello partiremos de la ecuación que define la oscilación del foco u origen de la perturbación (donde pondremos el origen de x, es decir, el foco será x=0). Si el foco ejecuta un MAS, su ecuación de la elongación será (si suponemos $\varphi_0 = 0$):

$\boldsymbol{y(0,t) = Asen(\omega t)}$ ***VIBRACIÓN DEL FOCO. UN M.A.S.)***

Al cabo de un tiempo t', esa perturbación que ha comenzado en el foco llegará a un punto x. Como la perturbación avanza a una velocidad v, en recorrer esa distancia x invertirá un tiempo $t' = \frac{x}{v}$. Ese punto comenzará a vibrar igual que el foco, pero ha comenzado más tarde. ***Cuando el foco lleve t segundos***

vibrando, el punto situado a x del foco llevará vibrando el mismo tiempo que el foco, t, menos lo que tardó en llegarle la perturbación, en empezar a vibrar, $t' = \frac{x}{v}$*. Ese punto hará unas MAS de iguales características que el foco, pero su tiempo de vibración será t-t´.*

Su elongación y(x, t) será:

$$y(x,t) = Asen\big(\omega(t-t')\big) = \boldsymbol{Asen(\omega(t-\frac{x}{v}))}$$

Esta es la ecuación de una onda armónica (llamada asó porque está definida por una función armónica, el seno o el coseno). Esta ecuación nos da la elongación y de cualquier punto situado a x del foco a un tiempo t desde que empezó la onda.

El argumento de la función seno correspondiente puede expresarse también en la forma

$$\omega\left(t-\frac{x}{v}\right) = \frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{\frac{\lambda}{T}}\right) = 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})$$

puesto que $\omega = 2\pi/T$ y $v = \lambda/T$; lo cual permite escribir la ecuación de ondas en función de sus parámetros o constantes características, tales como la amplitud *A*, el periodo *T* y la longitud λ.

$$\boldsymbol{y(x,t) = Asen(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right))}$$

La ecuación de onda puede referirse a una perturbación genérica que no consista precisamente en una altura, si se sustituye y por la letra griega Ψ que designe la magnitud de la perturbación (Ψ puede representar la alteración, con el tiempo, de propiedades físicas tan diversas como una densidad, una presión, un campo eléctrico o un campo magnético, por ejemplo, y su propagación por el espacio). En tal caso, la función de onda podemos escribirla como

$$\Psi(x,t) = Asen(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right))$$

Para una onda en tres dimensiones cambiaríamos x por $|\vec{r}|$*:*

$$\Psi(x,t) = Asen(2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right))$$

Al igual que $\frac{2\pi}{T}$ se denomina ω a la magnitud $\frac{2\pi}{\lambda}$ se la denomina k, numero de ondas, que se corresponde con el número de ondas que caben en 2π m. $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Si hubiese **alguna fase inicial** $\boldsymbol{\varphi_0}$, nuestra ecuación de la onda quedará:

$$\boxed{\boldsymbol{\Psi(x,t) = Asen(\omega t - kx + \varphi_0)}}$$

(Onda propagándose de izquierda a derecha, sentido positivo de x)

Si el sentido de propagación de la onda es el opuesto (hacia la parte negativa de las x) la ecuación sería similar, sólo cambiaría el signo del término **kx**

$$\boxed{\Psi = Asen(\omega t + kx + \varphi_0)}$$

(onda propagándose de derecha a izquierda, sentido negativo de x)

La **velocidad de propagación** de la onda recibe, a menudo, el nombre de **velocidad de fase**, porque representa la velocidad con que se trasladan estados de vibración idénticos por el medio. Se puede expresar en función de la pulsación del movimiento vibratorio, ω, y del número de ondas, k.

$$\boldsymbol{v} = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{k}\cdot\frac{\omega}{2\pi} = \boldsymbol{\frac{\omega}{k}}$$

La velocidad de propagación o velocidad de fase no se debe confundir con la velocidad de vibración de las partículas, que se obtiene derivando la elongación en la ecuación de onda (si, ya lo he dicho antes, soy muy pesado):

$$v_{vibración} = \boldsymbol{\frac{dy(x,t)}{dt}} = \boldsymbol{\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}} \ (\boldsymbol{este\ \text{ú}ltimo\ signo\ indica\ "derivada\ parcial\ con\ respecto\ al\ tiempo"})$$

3.2 Periodicidad de una onda. Diferencia de fase.

Las ondas armónicas son doblemente periódicas, con respecto al tiempo y con respecto a la posición.

Son periódicas con respecto al tiempo puesto que si nos fijamos en una partícula determinada, al cabo de T repite la posición observada. Si a un tiempo t su estado de vibración es:

$$y(x,t) = Asen(\omega t - kx + \varphi_0)$$

Ese mismo punto, al cabo de un tiempo t+nT, siendo T el período y n un entero cualquiera, se encontrará:

$$y(x,t+nT) = (\omega t + n\omega T - kx - \varphi_0) = Asen\left(\omega t + \frac{n2\pi T}{T} - kx - \varphi_0\right) = Asen(\omega t - kx - \varphi_0 + n2\pi) = y(x,t)$$

Son periódicas con respecto a la posición puesto que si nos fijamos en un instante determinado (por ejemplo haciendo una fotografía) el estado de la perturbación se repite al cabo de λ metros. Si a un tiempo t un punto se encuentra en un estado de vibración

$$y(x,t) = Asen(\omega t - kx + \varphi_0)$$

A ese mismo tiempo, otros puntos situados a x+nλ estarán:

$$y(x+n\lambda,t) = Asen(\omega t - kx - kn\lambda + \varphi_0) = Asen\left(\omega t - kx - \frac{n2\pi\lambda}{\lambda} + \varphi_0\right) = Asen(\omega t - kx + \varphi_0) = y(x,t)$$

DIFERENCIA DE FASE:

El estado de vibración de un punto x a un tiempo t vendrá dada por el argumento de la función trigonométrica, $\omega t - kx + \varphi_0$.

A esta magnitud la denominaremos **fase, φ**. La **diferencia de fase** será, como su nombre indica, la diferencia entre 2 fases, y esta puede calcularse de 2 maneras:

Para dos puntos x_1 y x_2 en el mismo instante t. (típica de una onda)

En este caso la expresión de la diferencia de fase nos quedará:

$\varphi_1=\omega t-kx_1+\varphi_0$

$\varphi_2=\omega t-kx_2+\varphi_0$

$\mathbf{\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=-k(x_2-x_1)=-k\Delta x}$

El signo no es importante, sólo nos indica que punto tiene la fase mayor. Lo importante es el valor absoluto. La diferencia de fase nos dará un ángulo, en radianes, al que, después de quitarle todas las vueltas necesarias (1 vuelta=2π radianes) para dejarlo en un ángulo entre 0 y 2π, interpretaremos de manera muy sencilla.

Si, por ejemplo, obtenemos que Δφ es 0, significa que tienen la misma fase, por lo que para cualquier tiempo siempre se encontrarán en el mismo estado de vibración. Su movimiento es acompasado siempre. Se dice que **están en fase**. Podemos definir **longitud de onda** como **la distancia entre 2 puntos consecutivos en fase** y **frente de ondas** como **el lugar geométrico de los puntos de una onda que están en fase. La distancia entre 2 frentes de onda consecutivos será λ**.

Si, por ejemplo, **obtenemos que Δφ es π**, significará que los 2 puntos está en **oposición de fase**, el movimiento de los 2 será tal que cuando uno se encuentre, por ejemplo, en +A, el otro tiene como fase la anterior+π, lo que significa que estará en –A. Si el primer punto está en 0 y va hacia –A el segundo estará en 0 pero irá hacia +A.

Para un mismo punto x, diferencia de fase entre 2 instantes de tiempo, t_1 y t_2 (típica del M.A.S.)

Si hallamos la diferencia de fase en este caso nos quedara:

$\varphi_1=\omega t_1-kx+\varphi_0$

$\varphi_2=\omega t_2-kx+\varphi_0$

$\mathbf{\Delta\varphi=\varphi_2-\varphi_1=\omega(t_2-t_1)=\omega\Delta t}$

Como ω=2π/T, Δφ=2πΔt/T. Veamos unos ejemplos para entender su significado físico.

Para Δt=0, T, 2T, 3T… , la diferencia de fase nos saldrá 0, 2π, 4π, 6π, … valores que son iguales a 0 al reducirlos a la primera circunferencia, entre 0 y 2π radianes (a base de quitarles vueltas, 2π radianes). Si la diferencia entre 2 estados de vibración del mismo punto es 0 significa que su diferencia de tiempos es un múltiplo de período, o sea, que se encuentra en la misma elongación para esos 2 tiempos. Si Δt=T/2 (o 3T/2,5T/2,…), Δφ=π, lo que significa que en ambos tiempos la partícula estaba en oposición de fase (si a un tiempo estaba en +A en el otro tiempo estaría en –A, luego en uno pasaría por el origen hacia –A y en el otro tiempo pasaría por el origen hacia +A).

4 TRANSMISIÓN DE LA ENERGÍA EN UN MOVIMIENTO ONDULATORIO

4.1 *Energía e intensidad de una onda*

La propagación de una onda lleva consigo un flujo o transporte de energía del foco emisor al medio a lo largo de la dirección en la que la onda avanza. Si suponemos una onda tridimensional esférica, cada capa de la esfera comienza a vibrar cuando recibe la perturbación, recibiendo toda la energía que se produjo en el foco y que transmitirá a la capa siguiente, al siguiente frente de ondas.

En el foco emisor un M.A.S. produce energía a un ritmo tal que la potencia emitida será igual a:

$$P_{emitida}=\frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Se medirá en J/s o W.

La potencia de una onda es la energía transmitida por unidad de tiempo. Se mide en vatios (W)

Este concepto es más adecuado que el de energía en muchos casos para tener una idea sobre la propagación: imaginemos una bombilla de 60 W (foco luminoso) que emite durante 10 h; la energía es la misma que la que emitiría un foco de 600 W en 1 hora pero sabemos que en este último caso hay mejor iluminación en la habitación.

Si la onda es armónica es posible determinar la magnitud de dicho flujo de energía. En un medio elástico el movimiento vibratorio de cada punto se conserva en el tiempo, no hay disipación de la energía de vibración puesto que no existe rozamiento y, por tanto, la energía mecánica total, suma de cinética y potencial, se mantiene constante. Dado que en un M.A.S. la energía total coincide con la energía potencial máxima o con la cinética máxima, para cada partícula del medio alcanzada por la perturbación se cumplirá:

$$E_{mcanica}=\frac{1}{2}kA^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\ \ y\ como\ \omega=2\pi f, entonces\ E_{mcanica}=\frac{1}{2}m(2\pi f)^2A^2=2\pi^2m\omega^2A^2$$

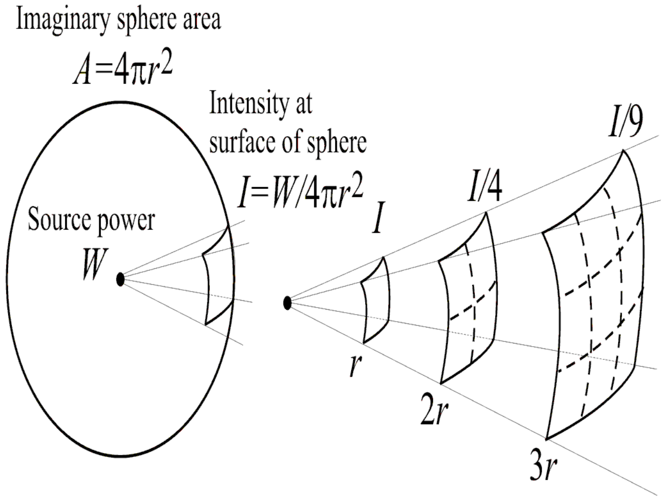
Es decir, la energía que se propaga en una onda, es directamente proporcional al cuadrado de su amplitud A^2

4.2 *Atenuación de una onda.*

A medida que la onda va propagándose, toda esa energía producida en el foco llega al mismo tiempo a todos los puntos de un frente de ondas, que supondremos esférico. Todos los puntos de ese frente se reparten la energía del foco, por lo que, como los frentes cada vez son más grandes (la onda se aleja del foco) la energía con la que vibrará cada punto será menor, pues hay la misma energía para cada vez más osciladores. Es como si la energía se fuese perdiendo, a pesar de suponer que el medio de propagación no se queda con nada. A este fenómeno se le conoce como **atenuación,** e **implicará**

que cada oscilador, según su lejanía al foco, al tener menos energía, vibrará con un M.A.S. atenuado, con menor A, debido a que cada vez al ser los frentes de onda más grandes y como la energía que reciben es la misma, cada oscilador tiene menos energía. Veamos como estudiar este fenómeno.

Definimos la **intensidad de una onda** en un punto, **I**, como **la energía de esa onda por unidad de tiempo que atraviesa la unidad de superficie colocada en dicho punto y que es perpendicular a la dirección de propagación**. Si suponemos que la onda es esférica (frentes de onda esféricos), la intensidad es la potencia (energía/tiempo) que atraviesa una especie de ventana esférica de 1 m^2 cuyo centro está situado en el punto.



Según lo anterior, I:

$$\boldsymbol{I} = \frac{\Delta E}{\Delta t \cdot \Delta S} = \frac{\boldsymbol{P}}{\Delta \boldsymbol{S}}$$

Su unidad en el S.I. será el $\mathbf{W/m^2}$.

Una vez conocida la intensidad I en un punto, podemos hallar la potencia que atraviesa una determinada superficie S que incluya al punto, mediante la expresión:

$$\mathbf{P = I \cdot \Delta S}$$

Si queremos hallar toda la energía por unidad de tiempo que transporta la onda podemos usar la expresión exterior, usando como valor de S la superficie de la esfera en la que está el punto situado. Esa potencia debe coincidir con la del foco, ya que toda la energía del mismo atraviesa por cada uno de los frentes de onda.

$$P_{emitida} = I \cdot 4\pi r^2$$

Con la expresión anterior podemos comparar las intensidades I_1 e I_2 que pasan por los puntos situados a una distancia del foco r_1 y r_2. La energía por unidad de tiempo que atraviesa ambas esferas debe ser la misma:

$$P_{emitida} = I_1 \cdot 4\pi r_1^2 = I_2 \cdot 4\pi r_2^2;\ I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2;$$

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{I_1}}{\boldsymbol{I_2}} = \frac{\boldsymbol{r_2^2}}{\boldsymbol{r_1^2}}}$$

Vemos que la **intensidad de una onda disminuye con el cuadrado de la distancia**. Así, si a una distancia r vale I_1, a una distancia 2r la intensidad será $I_2=I_1/4$ y a 3r la intensidad será $I_3=I_1/9$, como puede verse en el dibujo anterior. Se ve que la misma potencia que pasa por la 1ª superficie situada en r pasa por 4 superficies como la primera situadas en 2r o 9 superficies iguales a la primera situadas a 3r.

La intensidad I de un movimiento ondulatorio representa la energía que atraviesa cada segundo la unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación. En otras palabras, es la potencia por unidad de superficie. Se mide en W/m^2 en el S.I.

Este concepto también clarifica el concepto de acción de la onda en un punto concreto, por ejemplo: el mismo foco de 600 W que antes citamos provoca una intensidad mayor si nos situamos a 1 m que si nos situamos a 10 m (la potencia del foco es única pero la intensidad de la onda es mucho mayor cerca de él). O bien si imaginamos un altavoz de 100 W a 1 m de distancia nos puede aturdir (intensidad muy grande) pero si estamos a 100 m puede que sólo lo oigamos como un rumor (intensidad muy pequeña).

En cuanto a la amplitud, podemos razonar de la siguiente forma: la intensidad de una onda es directamente proporcional a la energía y la energía es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud, luego la intensidad es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud, $\mathbf{I=constante \cdot A^2}$. Si comparamos en 2 puntos, las constantes se simplifican y queda:

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{I_1}}{\boldsymbol{I_2}} = \frac{\boldsymbol{A_1^2}}{\boldsymbol{A_2^2}}}$$

Como la intensidad disminuye con el cuadrado de la distancia, podemos unir las 2 expresiones:

$$\frac{\boldsymbol{I_1}}{\boldsymbol{I_2}} = \frac{\boldsymbol{A_1^2}}{\boldsymbol{A_2^2}} = \frac{\boldsymbol{r_2^2}}{\boldsymbol{r_1^2}}$$

Por tanto:

$$\boxed{\frac{\boldsymbol{A_1}}{\boldsymbol{A_2}} = \frac{\boldsymbol{r_2}}{\boldsymbol{r_1}}}$$

Es decir, para las ondas esféricas, la amplitud disminuye de manera inversamente proporcional al radio. Es el fenómeno que describíamos al principio y que se conoce como **atenuación**. Aunque el medio no absorba la energía de la onda (La energía se conserva, **el medio es perfectamente elástico**) las partículas del medio vibran cada vez con menor amplitud según se van alejando del foco hasta que la onda desaparece.

En una onda esférica la amplitud es inversamente proporcional a la distancia (disminuye linealmente)

La ecuación de una onda esférica se puede escribir como:

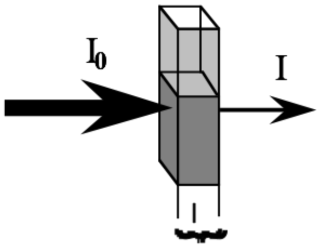
$\boldsymbol{\Psi(x,t) = \frac{A_0}{r} sen(\omega t - kx + \varphi_0)}$ (Siendo A_0 la amplitud con que emite el foco)

4.3 Absorción de una onda.

Cuando se propaga una onda esférica la transmisión de energía se produce desde un frente hacia otro con una mayor cantidad de partículas (las esferas son cada vez mayores). Por tanto, aunque la energía transmitida se conserva, a medida que el frente se aleja del foco cada partícula oscila con menor energía y la amplitud es menor según se ha deducido antes. A este fenómeno se le denomina ***atenuación de la onda***: disminución de su amplitud por razones geométricas, aunque no exista pérdida de energía por rozamiento, sino un reparto entre una mayor cantidad de partículas.

Ningún medio material es perfectamente elástico. Las partículas que lo forman en mayor o menor grado rozan entre sí, de modo que parte de la energía que se transmite de unas a otras se disipa en forma de calor. Esta pérdida de energía mecánica se traduce, al igual que en el caso de las vibraciones, en un amortiguamiento, o sea, en menor amplitud. Sin embargo, en el estudio de las ondas en las condiciones más sencillas prescindiremos de estos efectos del rozamiento. **El fenómeno de pérdida de energía por rozamiento entre partículas se denomina *absorción*** y **depende del medio en que se propague la onda**.

Hay medios más absorbentes que otros: el sonido de una sala cinematográfica no conviene que se refleje en las paredes para evitar problemas de audición por ecos, esto se evita con materiales absorbentes como moquetas, telas etc.).



Si suponemos una onda plana que se propaga a lo largo del eje X que cuando llega a una placa absorbente su intensidad es I_0 y al salir de ella su intensidad es I. Podemos plantearnos, de manera sencilla, una relación de proporcionalidad entre el tanto por uno de intensidad perdida y la longitud de la placa x:

$$\frac{I-I_0}{I_0}=\frac{\Delta I}{I_0}=-\beta x\ (\beta = coeficiente\ de\ absorción. Unidad\ m^{-1})$$

El signo menos se escribe para que la expresión pueda ser correcta, pues β será positivo y $\Delta I = I - I_0$ será negativo.

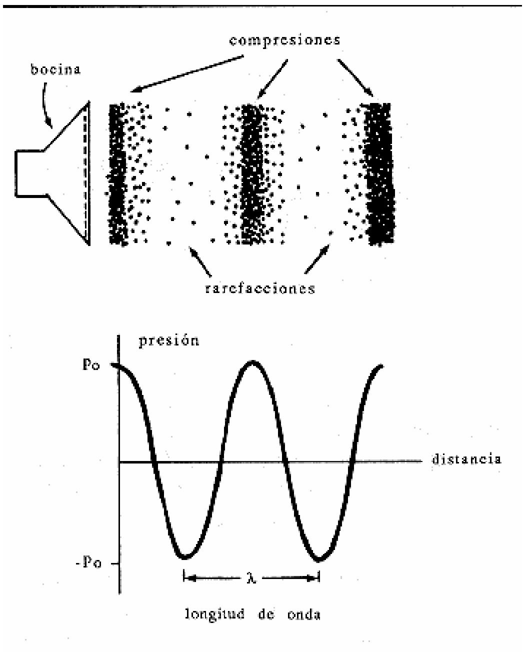
Si pasamos la expresión a diferencial e integramos a lo largo de una superficie total l

$$\int_{I_0}^{I}\frac{dI}{I}=\int_0^l -\beta dx\,;\ln\frac{I}{I_0}=-\beta l;\boldsymbol{I=I_0 e^{-\beta l}}\ \ (ley\ de\ Lambert-Beer\ en\ óptica)$$

La propagación de una onda, según se ha comentado antes, se realiza en general con rozamiento entre partículas, o sea con disminución de la energía mecánica transmitida.

5 EL SONIDO

5.1 Naturaleza del sonido.



Resumen de lo que hemos visto hasta ahora sobre el sonido:

- Es una **onda**, concretamente una **onda de presión**, es decir, la magnitud física que varía en cada punto del espacio es la presión. Debemos recordar que la presión, en la teoría cinética, se interpreta como los choques de las partículas con las paredes del recipiente o entre sí. Como vemos en el dibujo lateral, podemos imaginar un modelo simplificado en el que cada partícula choca con la siguiente, transmitiendo su vibración a ésta, y volviendo hacia su posición de equilibrio. En el medio encontraremos, por tanto y en un momento dado, zonas con exceso de presión (compresión, $+p_0$) y zonas de reducción de presión (rarefacción, $-p_0$), cuya distancia será λ/2. (cresta-valle de presión). La onda armónica la podemos representar por:
- $p(x,t)=p_0\cdot sen(\omega t-kx+\varphi_0)$
- Es una onda **mecánica**, necesitando, por tanto, un medio de propagación. No se propaga en el vacío. La velocidad de propagación del sonido depende de las características del medio. Se propaga en sólidos, líquidos y gases y lo hace a mayor velocidad en el orden $v_{sólido}>v_{líquido}>v_{gas}$. A modo de ejemplo, en el acero su velocidad es de 5800 m/s, en el agua unos 1500 m/s y en el aire 340 m/s[2]. En el caso de medios gaseosos, como el aire, como las vibraciones son transmitidas de un punto a otro a través de choques entre las partículas que constituyen el gas, cuanto mayor sea la densidad de éste, mayor será la velocidad de la onda sonora correspondiente.
- Es una onda **longitudinal**. Las partículas que se mueven chocando unas con otras (moléculas de aire, de agua o átomos del metal) lo hacen en la misma dirección en la que se propaga la onda. Las ondas longitudinales

[2] el hecho de que el sonido viaje más rápido por los metales inspiró la famosa anécdota de que los indios de las películas del oeste acercaban su oreja a los raíles para escuchar llegar al tren antes de oír su sonido por el aire. En el ámbito de lo real, también se usa el hecho de que el sonido recorra 1 km cada 3 segundos aproximadamente para calcular a que distancia en kilómetros se encuentra de nosotros una tormenta dividiendo entre 3 los segundos que hay entre el rayo y la percepción del trueno.

necesitan que el **medio de transmisión sea compresible**, así que pueden propagarse, como veíamos antes, en los 3 estados de la materia, a diferencia de las transversales que sólo lo hacen en sólidos, ya que el medio debe ser **elástico**. (ondas sísmicas P y S. https://goo.gl/NbA5m6)

En los instrumentos de percusión, el sonido se forma al golpear un objeto por las vibraciones que éste transmite a las moléculas de aire que lo rodean. En el caso de la voz, la vibración la produce el propio aire al pasar entre las cuerdas vocales, unos repliegues membranosos situados en la laringe.

El oído humano, gracias al tímpano, una membrana que vibra acorde a la variación de presión que recibe, sólo puede percibir sonidos cuya frecuencia está comprendida **entre los 20 Hz y los 20 kHz** (20 000 Hz). En el aire dichos valores extremos corresponden a longitudes de onda que van desde 16 metros hasta 1,6 centímetros respectivamente. En general se trata de ondas de pequeña amplitud. [3]

Si un sonido tiene una frecuencia inferior a 20 Hz se denomina **infrasonido** y si es de una frecuencia superior a 20 KHz **ultrasonido**. Ninguno de ellos puede ser percibido por el oído humano, pero si por otros animales (los silbatos de perros emiten ultrasonidos. El oído del perro puede percibir hasta 40 kHz y el murciélago, cuya visión se basa en el mecanismo del sonar, lanzar ultrasonidos y percibir el tiempo que tarda en reflejarse en los objetos, es capaz de trabajar con frecuencias de 100 MHz). También se usan ultrasonidos para hacer ecografías y para disolver cálculos renales (litotricia). Se usan ondas sonoras de tan alta frecuencia porque el poder de resolución de una onda (su capacidad de discriminar objetos) tiene que ver con su longitud de onda, ya que si atraviesa rendijas de esa anchura sufrirá fenómenos ondulatorios como la difracción, que nos permitirán ver cambios en la onda reflejada. Y los ultrasonidos, al tener mayor frecuencia, tienen menor λ y son más adecuados para esas tareas.

5.2 CUALIDADES DEL SONIDO

El oído es capaz de distinguir unos sonidos de otros porque es sensible a las diferencias que puedan existir entre ellos en lo que concierne a alguna de las tres cualidades que caracterizan todo sonido y que son el **tono, el timbre y la intensidad.** Aun cuando todas ellas se refieren al sonido fisiológico, están relacionadas con diferentes propiedades de las ondas sonoras.

5.2.1 Tono

El *tono* es la cualidad del sonido mediante la cual el oído le asigna un lugar en la escala musical, permitiendo, por tanto, distinguir entre los graves y los agudos. **La magnitud física que está asociada al tono es la frecuencia**. Los sonidos percibidos como graves corresponden a frecuencias bajas, mientras que los agudos son debidos a frecuencias altas. Así el sonido más grave de una guitarra corresponde a una frecuencia de 82,4 Hz y el más agudo a 698,5 Hz.

Junto con la frecuencia, en la percepción sonora del tono intervienen otros factores de carácter psicológico. Así sucede por lo general que al elevar la intensidad se eleva el tono percibido para frecuencias altas y se baja para las frecuencias bajas. Entre frecuencias comprendidas entre 1000 y 3000 Hz el tono es relativamente independiente de la intensidad.

5.2.2 Timbre

El *timbre* es la cualidad del sonido que permite distinguir sonidos procedentes de diferentes instrumentos, aun cuando posean igual tono e intensidad. Debido a esta misma cualidad es posible reconocer a una persona por su voz, que resulta característica de cada individuo.

El timbre está relacionado con la **complejidad de las ondas** sonoras que llegan al oído. Pocas veces las ondas sonoras corresponden a sonidos puros, sólo los diapasones generan este tipo de sonidos, que son debidos a una sola frecuencia y representados por una onda armónica. Los instrumentos musicales, por el contrario, dan lugar a un sonido más rico que resulta de vibraciones complejas. Cada vibración compleja puede considerarse compuesta por una serie de vibraciones armónico simples de una frecuencia y de una amplitud determinadas, cada una de las cuales, si se considerara separadamente, daría lugar a un sonido puro. Esta mezcla de tonos parciales es característica de cada instrumento y define su timbre. Debido a la analogía existente entre el mundo de la luz y el del sonido, al timbre se le denomina también color del tono.

5.2.3 Intensidad

La intensidad del sonido percibido, o propiedad que hace que éste se capte como fuerte o como débil, está relacionada con la intensidad de la onda sonora correspondiente, también llamada *intensidad acústica.* La intensidad acústica es una magnitud que da idea de la cantidad de energía que está fluyendo por el medio como consecuencia de la propagación de la onda.

Se define como la energía que atraviesa por segundo una superficie unidad dispuesta perpendicularmente a la dirección de propagación. Equivale a una potencia por unidad de superficie y se expresa en W/m^2. La intensidad de una onda sonora es proporcional al cuadrado de su frecuencia y al cuadrado de su amplitud y si no hay absorción, como la

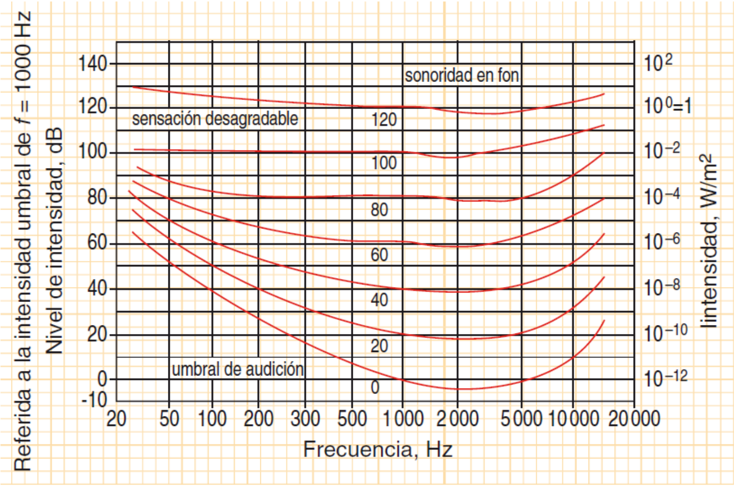
[3] Las oscilaciones de presión (p0) para incluso el sonido más fuerte en el umbral de dolor de 1 W/m^2 son del orden de sólo décimas de micropascales (μPa) $\approx 10\cdot 10^{-6}$ Pa=10^{-5} Pa, y teniendo en cuanta que 1 atm=$1{,}013\cdot 10^5$ Pa, vemos que la presión del aire varía cuando circula por él una onda sonora sólo una parte en 10 mil millones ($1/10^{10}$ atm), incluso para los sonidos más fuertes. Y la variación es varios órdenes de magnitud menos para los sonidos más bajos que se pueden oír. Esto nos podrá dar una nueva apreciación para las capacidades de nuestros oídos.

amplitud de una onda es inversamente proporcional a la distancia al foco, $A=A_0/r$, la intensidad disminuirá con A^2, es decir, con $1/r^2$. Disminuye con la distancia al foco al cuadrado.

5.3 Percepción sonora: Intensidad sonora y sonoridad

La intensidad de un sonido se puede describir desde dos puntos de vista: **uno físico u objetivo**, ya estudiado antes, y otro **fisiológico o subjetivo de las personas**.

Para que un sonido sea percibido por nuestro oído no basta con que su frecuencia esté comprendida entre ciertos límites, 20 Hz y 20 000 Hz, además es preciso que la intensidad física o la amplitud de presión se encuentren dentro de un cierto intervalo. Una intensidad menor que un cierto valor, denominado **umbral de audición,** no es detectada por el oído y una intensidad mayor que un determinado valor, llamado **umbral de dolor,** produce sensación de dolor.



Esas 2 magnitudes no tienen unos valores fijos, sino que dependen a su vez de la frecuencia del sonido.

Se toman como referencia para una frecuencia de 1000 Hz. La intensidad umbral, I_0, resulta ser 10^{-12} W/m^2 y la intensidad máxima, el umbral del dolor, 1 W/m^2.

Debido a la extensión de este intervalo de audibilidad (10^{12} unidades) y también a estudios sobre la capacidad de nuestros sentidos humanos de percibir cambios en el valor de una magnitud física (Ley de Weber-Fechner[4]), para expresar como percibe el sonido un oído humano se emplea una nueva magnitud, la **intensidades sonora**, designada por **NS o β**, que consiste en una escala una escala logarítmica cuyas divisiones son potencias de diez y cuya unidad de medida es el decibelio (dB), un submúltiplo del Belio (B), que sería la unidad.

La unidad lleva el nombre del inventor del teléfono, Alexander Graham Bell. 1 dB=10^{-1} B. Así, se define NS como:

$$\beta = \log\frac{I}{I_0}\ (En\ Belios, B)$$

Si escribimos la expresión anterior en dB, como 10 dB=1 B, debemos multiplicarla por 10 y nos quedará:

$$\boldsymbol{\beta = 10 \cdot \log\frac{I}{I_0}\ (En\ decibelios, dB)}$$

Así, si un sonido tiene una intensidad física igual a $I_0=10^{-12}$ W/m^2, su intensidad sonora será 0. Si su intensidad física aumenta en un factor de 10, $I=10I_o$, entonces la intensidad sonora será β=10 dB. Si la intensidad física es 100 veces la umbral, la intensidad sonora será 20 dB. Como vemos, cada vez que multiplicamos por 10 la intensidad umbral se suman 10 a la intensidad sonora. Conocida la intensidad sonora podemos calcular la intensidad física usando la definición de logaritmo.

$$\frac{\beta}{10} = \log\frac{I}{I_0};\ \frac{I}{I_0} = 10^{\beta/10};\ \boldsymbol{I = I_0 10^{\beta/10}}$$

140 dB	Umbral del dolor. Coche de Fórmula 1
130 dB	Avión en despegue
120 dB	Motor de avión en marcha. Pirotecnia.
110 dB	Concierto. Acto cívico
100 dB	Perforadora eléctrica
90 dB	Tráfico
80 dB	Tren
70 dB	Aspiradora
50/60 dB	Aglomeración de gente / Lavaplatos
40 dB	Conversación
20 dB	Biblioteca
10 dB	Respiración tranquila
0 dB	Umbral de audición

En términos de energía, ello significa que una intensidad acústica de 10 decibelios corresponde a una energía diez veces mayor que una intensidad de cero decibelios; una intensidad de 20 dB representa una energía 100 veces mayor que la que corresponde a 0 decibelios y así sucesivamente.

Según nuestro valor del umbral del dolor (I=1 W/m^2), su intensidad sonora sería 120 dB.

[4] *La ley psicofísica de Weber-Fechner establece una relación cuantitativa entre la magnitud de un estímulo físico y cómo éste es percibido y fue propuesta por Weber en 1860 y reelaborada posteriormente por Fechner. Esta ley establece que: el menor cambio discernible en la magnitud de un estímulo es proporcional a la magnitud del estímulo. Es fácil de entender con un ejemplo. Si estamos sosteniendo en nuestra mano una masa de 100 gramos, tal vez no lo podamos distinguir de otro de 105 gramos, pero sí de uno de 110 gramos. En este caso, el umbral para discernir el cambio de masa es de 10 gramos. Pero en el caso de sostener una masa de 1000 gramos, 10 gramos no serán suficientes para que notemos la diferencia, al ser el umbral proporcional a la magnitud del estímulo. En su lugar, nos hará falta añadir 100 gramos para notar la diferencia. Dicho de otro modo, nuestra capacidad de apreciación ante un cambio se basa en el valor relativo de la variación respecto del valor de partida. (fuente: Wikipedia https://goo.gl/UhW85q)*

1 FENÓMENOS ONDULATORIOS MECÁNICOS (Unidad 3 de Editex)

Las propiedades de las ondas se manifiestan a través de una serie de fenómenos que constituyen lo esencial del comportamiento ondulatorio. Así, las ondas rebotan ante una barrera (reflexión), cambian de dirección cuando pasan de un medio a otro (refracción), suman sus efectos de una forma muy especial (interferencias) y pueden salvar obstáculos o bordear las esquinas (difracción). Para explicar todos ellos veamos un principio que nos permite predecir cómo se propaga una onda.

2 El principio de Huygens

Recordamos:

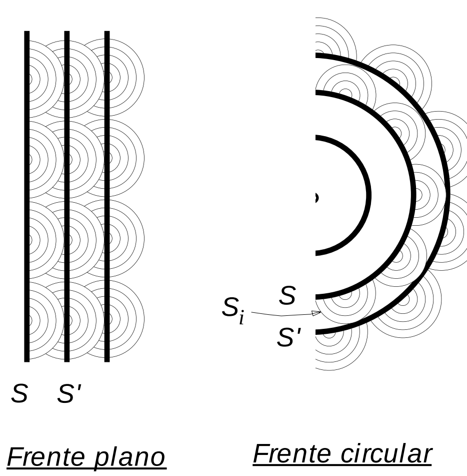
Frente de ondas: lugar geométrico de los puntos del plano o del espacio en los que todos los puntos que se encuentran en él vibran en fase. La distancia entre 2 frentes de ondas consecutivos es λ.

Rayos: Líneas perpendiculares a los frentes de onda en todos sus puntos. Tienen el sentido de la propagación de la onda.

La explicación de los fenómenos ondulatorios puede hacerse de forma sencilla sobre la base de un principio propuesto por Christian Huygens (1629-1695) para ondas luminosas, pero que es aplicable a cualquier tipo de ondas. La observación de que las ondas en la superficie del agua se propagaran de una forma gradual y progresiva suscitó en Huygens la idea de que la perturbación en un instante posterior debería ser producida por la perturbación en otro anterior. Este fue el germen del siguiente principio general de propagación de las ondas que lleva su nombre:

«Cada uno de los puntos de un frente de ondas puede ser considerado como un nuevo foco emisor de ondas secundarias que avanzan en el sentido de la perturbación y cuya envolvente en un instante posterior constituye el nuevo frente.»

Propagación de una onda según Huygens

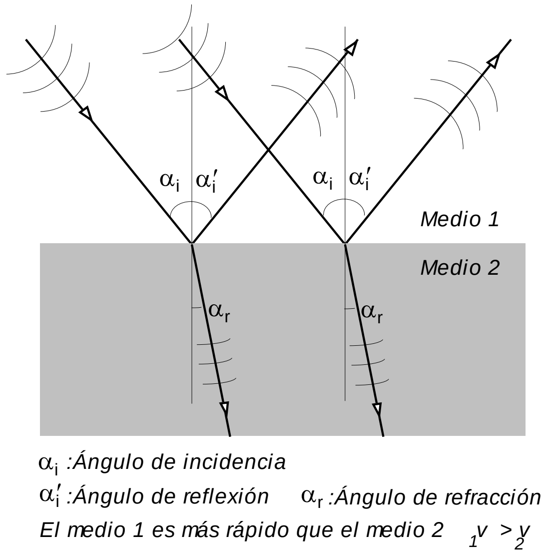


La aplicación del principio de Huygens se lleva a efecto mediante un método puramente geométrico conocido como *método de construcción de Huygens*. En el caso de una onda bidimensional circular producida por un foco o fuente puntual la aplicación de este método sería como sigue.

Si *S* es el frente de ondas correspondiente a un instante cualquiera *t*, según el principio de Huygens, cada punto de *S* se comporta como un emisor de ondas secundarias también circulares. Al cabo de un intervalo de tiempo *t* los nuevos frentes formarán una familia de circunferencias S_i, con sus centros situados en cada uno de los puntos de *S* y cuyo radio $r = v \cdot \Delta t$ será el mismo para todas ellas si la velocidad *v* de propagación es igual en cualquier dirección. La línea *S'* tangente a todos los frentes secundarios S_i y que los envuelve resulta ser otra circunferencia y constituye el nuevo frente de ondas para ese instante posterior $t = t + \Delta t$.

3 Reflexión y refracción de las ondas

***Cuando una onda alcanza la superficie de separación de dos medios de distinta naturaleza se producen, en general, dos nuevas ondas, una que retrocede hacia el medio de partida y otra que atraviesa la superficie límite y se propaga en el segundo medio. El primer fenómeno se denomina* reflexión *y el segundo recibe el nombre de* refracción.**



3.1 Reflexión:

Son 2 leyes conocidas desde antiguo. La primera se refiere a los 2 fenómenos y la segunda exclusivamente a la reflexión:

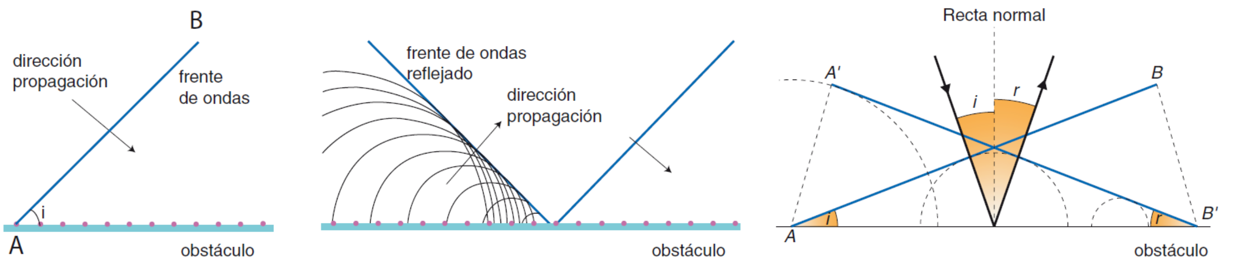
- Los tres rayos, incidente, reflejado y refractado, así como la normal a la superficie de separación se encuentran en el mismo plano.
- El ángulo que forma el rayo incidente con la normal y el que forma el rayo reflejado con la normal son iguales. $\overset{\frown}{i} = \overset{\frown}{r_x}$

En el caso de las ondas sonoras, la reflexión en una pared explica el fenómeno del eco. Si la distancia a la pared es suficiente, es posible oír la propia voz reflejada porque el tiempo que emplea el sonido en ir y volver permite separar la percepción de la onda incidente de la reflejada. El oído humano sólo es capaz de percibir dos sonidos como separados si distan uno respecto del otro más de 0,1 segundos, de ahí que para que pueda percibiese el eco la superficie reflectora debe estar separada del observador 17 metros por lo menos, cantidad que corresponde a la mitad de la distancia que recorre el sonido en el aire en ese intervalo de tiempo (17 m = 340 m/s · 0,1 s/2).

En los espacios cerrados, como las salas, el sonido una vez generado se refleja sucesivas veces en las paredes, dando lugar a una prolongación por algunos instantes del sonido original. Este fenómeno se denomina reverberación *y empeora las condiciones acústicas de una sala, puesto que hace que los sonidos anteriores se entremezclen con los posteriores. Su eliminación se logra recubriendo las paredes de materiales, como corcho o moqueta, que absorben las ondas sonoras e impiden la reflexión.*

Demostración de la ley de la reflexión:

Sea un frente ondas plano AB que llega con una inclinación que forma un ángulo i con una superficie que no puede atravesar (ese ángulo i será también el que forme el rayo incidente con la normal a la superficie de separación de los medios).



Cuando el punto A llega a la superficie, el punto B está aún a una distancia BB' de la misma. Según el principio de Huygens, en ese instante el punto A se convierte en foco emisor de ondas secundarias y lo mismo les ocurre al resto de los puntos del frente de ondas AB, según llegan a la superficie de separación.

Las ondas emitidas, sucesivamente, por los puntos de la superficie de separación (seguiremos la creada en A) avanzan por el medio. Cuando el punto B alcance la citada superficie, las ondas emitidas por el punto A habrán llegado al punto A', siendo la envolvente del nuevo frente de ondas la recta A'B'. El rayo reflejado será perpendicular a dicho frente A'B'.

La onda incidente y reflejada tienen la misma velocidad, ya que se propagan por el mismo medio, por lo que las distancias AA' y BB' son iguales, pues son recorridas en el mismo tiempo. **Por tanto, como AA'=BB', los ángulos i (BAB') y AB'A' son iguales y ese ángulo AB'A' es justo r**, el que forma el frente de ondas reflejado con la superficie (que es el mismo que el que forma el rayo reflejado con la normal).

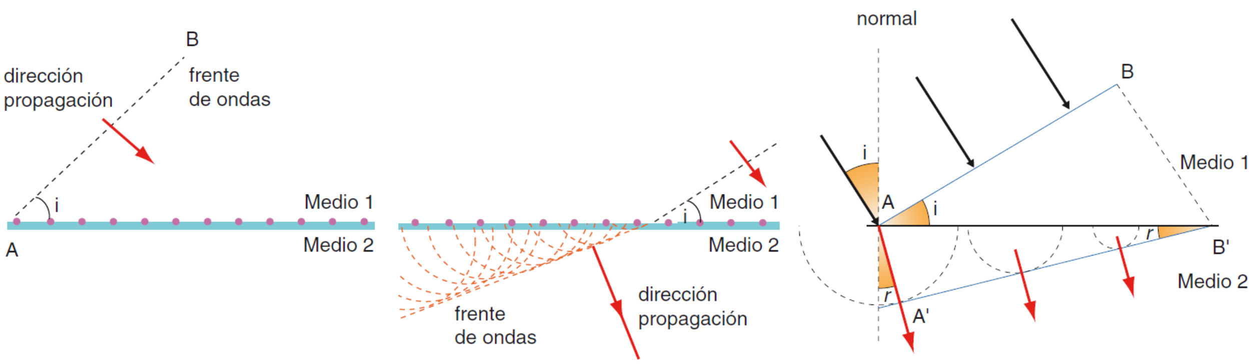
3.2 Refracción.

El fenómeno de la **refracción** se debe a un cambio en la velocidad de propagación de la onda, cambio asociado al paso de un medio a otro de diferente naturaleza o de diferentes propiedades. Este cambio de velocidad da lugar a un cambio en la dirección del movimiento ondulatorio. Como consecuencia, la onda refractada se desvía un cierto ángulo respecto del incidente.

La ley de la refracción es la **ley de Snell**:

"El ángulo que forma el rayo incidente con la normal y el que forma el rayo refractado con la normal cumplen la relación: $\frac{sen\,\widehat{r_c}}{sen\,\widehat{i}} = \frac{sen\,\widehat{2}}{sen\,\widehat{1}} = \frac{v_2}{v_1}$**"**

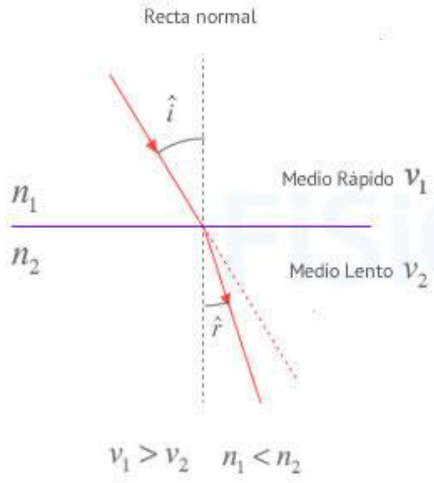
Demostración de la ley de Snell:

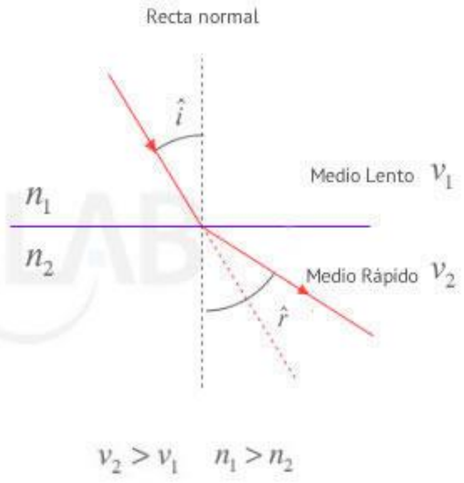


Sea AB, como antes, el frente de ondas que se propaga por el medio 1 y que se acerca a la superficie de separación formando con ella un ángulo i (el mismo que su rayo con la normal). El punto A produce frentes de ondas secundarios que penetran en el medio 2 a una velocidad v_2 distinta de v_1. Cuando B ha llegado a B' (habrá tardado un tiempo $t = \frac{BB'}{v_1}$) el onda secundaria que salió de A habrá recorrido $AA' = v_2 t = BB'\frac{v_2}{v_1}$, de donde $\frac{v_2}{v_1} = \frac{AA'}{BB'}$. El nuevo frente de ondas A'B' formará con la superficie de separación (y por tanto su rayo con la normal) un ángulo r. Los senos de i y r serán:

$$sen\,i = \frac{BB'}{AB'};\, sen\,r = \frac{AA'}{AB'};\, \boldsymbol{\frac{sen\,r}{sen\,i} = \frac{AA'}{BB'} = \frac{v_2}{v_1}}$$

Se puede ver una animación con el programa geogebra en https://goo.gl/KeI7PW y https://goo.gl/hDioI4 .

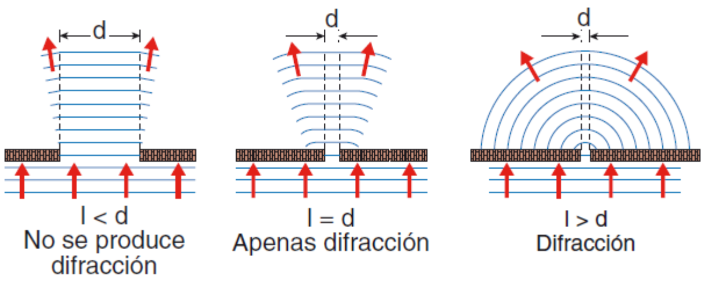


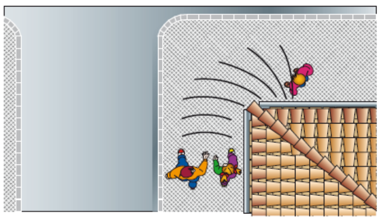


4 Difracción

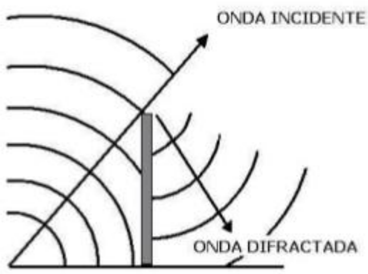
La difracción consiste en la desviación de los rayos de una onda provocada por un obstáculo o un orificio de tamaño menor o comparable a la longitud de dicha onda (λ). Si el tamaño del obstáculo o del orificio no es parecido a λ, no se aprecia difracción.

Si en el camino de los trenes de ondas se coloca un objeto de dimensiones del orden de la longitud de onda o si tiene bordes nítidos, se observa que el borde del obstáculo se convierte en centro emisor de nuevos frentes de ondas. De este modo la onda bordea al obstáculo propagándose detrás del mismo.





↑ El sonido es capaz de bordear obstáculos.



El sonido es capaz de bordear obstáculos pequeños que encuentre en su camino ya que su longitud de onda está comprendida entre unos pocos centímetros y varios metros. Este hecho permite escuchar a las personas situadas al otro lado de una esquina aunque no se les vea. Si el sonido encuentra un borde, como en la figura lateral, los nuevos frentes de ondas formados "tomarán" la curva.

Si un fenómeno físico sufre difracción se puede asegurar que es de carácter ondulatorio. **Sin entrar en detalles también se puede afirmar que la difracción y las interferencias tienen mucho que ver**. Según R. Feynman "Nadie ha sido capaz de definir la diferencia entre interferencia y difracción de forma satisfactoria. Es solo una cuestión de uso, sin diferencias físicas importantes". De hecho, se pueden ver en una rendija patrones de interferencia. (ver https://goo.gl/1M6av)

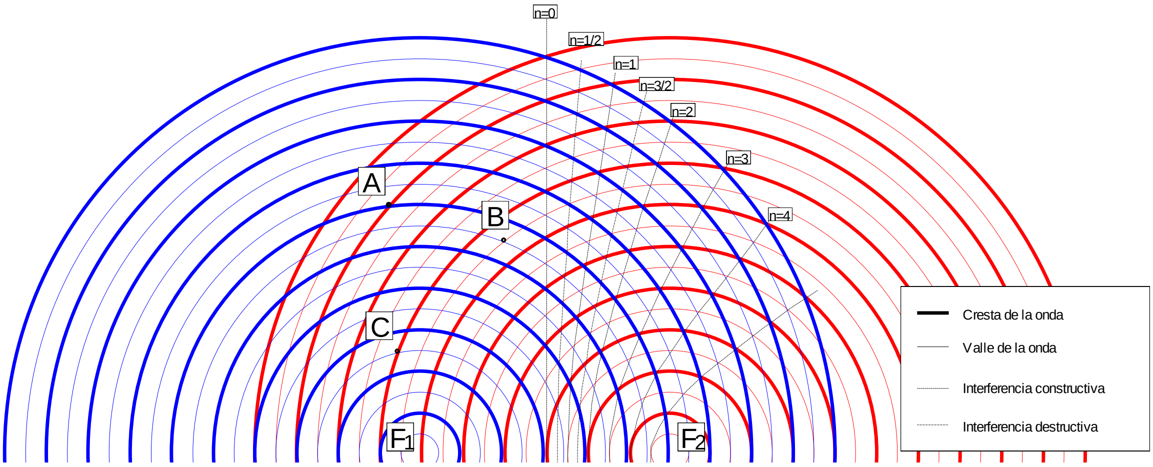
5 Interferencias

El **fenómeno de superposición de ondas recibe el nombre de *interferencias*** y constituye uno de los más representativos del comportamiento ondulatorio La interferencia consiste en la coincidencia en el mismo punto del espacio de dos o más ondas procedentes de distintos focos. La interferencia más interesante se produce cuando las ondas son emitidas por focos coherentes (tienen la misma frecuencia y al emitirse lo hacen con una diferencia de fase constante).

5.1 La diferencia de fase y las interferencias

Lo esencial del fenómeno de interferencias consiste en que la suma de las dos ondas supuestas de igual amplitud no da lugar necesariamente a una perturbación de amplitud doble, sino que el resultado dependerá de lo retrasada o adelantada que esté una onda respecto de la otra. Se dice que dos ondas alcanzan un punto dado ***en fase*** cuando ambas producen en él oscilaciones sincrónicas o acompasadas. Lo mismo sucede cuando la diferencia entre ellas es un ciclo completo, o dos, o tres... ($n\cdot 2\pi$) En tal caso la oscilación resultante tendrá una amplitud igual a la suma de las amplitudes de las ondas individuales, y la interferencia se denomina ***constructiva*** porque en la onda resultante se refuerzan los efectos individuales. Si por el contrario las oscilaciones producidas por cada onda en el punto considerado están contrapuestas, las ondas llegan en ***oposición de fase*** y la oscilación ocasionada por una onda será neutralizada por la debida a la otra. Para que las oscilaciones se contrapongan deben estar desfasadas en ½ ciclo o 3/2 ciclo... [(2n-1)·π] En esta situación la interferencia se denomina ***destructiva***.*(Este fenómeno es el que se produce en el conocido dicho "Luz más luz da oscuridad").*

Análisis gráfico:



Esta figura representa los frentes de onda, en un instante dado, de dos focos coherentes F_1 y F_2. Podemos estudiar gráficamente como llegan las ondas a distintos puntos A,B y C:

<u>Punto A:</u> Distancia al foco 2: $x_2=9\lambda$ (Cresta); Distancia al foco 1: $x_1=6\lambda$ (Cresta); Δx: $x_2-x_1=3\lambda$; Tipo de Interferencia: *Constructiva.*

<u>Punto B:</u> Distancia al foco 2: $x_2=6{,}5\lambda$ (Valle); Distancia al foco 1: $x_1=5{,}5\lambda$ (Valle); Δx= $x_2-x_1=\lambda$; Tipo de Interferencia: *Constructiva*

<u>Punto C:</u> Distancia al foco 2: $x_2=7\lambda$ (Cresta); Distancia al foco 1: $x_1=2{,}5\lambda$ (Valle); $\Delta x=x_2-x_1=4{,}5\lambda$; Tipo de Interferencia: *Destructiva*

De acuerdo con lo anterior, según sea la posición del punto *P* del medio respecto de los focos, así será el tipo de interferencias constructivas o destructivas que se darán en él. Cuando se estudia el medio en su conjunto se aprecian puntos en los que ha habido refuerzo y puntos en los que ha habido destrucción mutua de las perturbaciones. Cada uno de tales conjuntos de puntos forma líneas alternativas. El conjunto de líneas de máxima y mínima amplitud de oscilación resultante constituye el esquema o ***patrón de interferencias***.

Interferencia constructiva:

Según hemos visto anteriormente se producirá una interferencia constructiva en aquellos puntos **P** que cumplan que las 2 perturbaciones llegan en fase, de tal modo que cuando una produzca un máximo de elongación A la otra también y la amplitud en ese punto será 2ª. En ese punto, las 2 llegarán al cabo de T/4 a 0 juntas y al cabo de otro T/4 a –A las 2 juntas, con lo que ese punto P oscilará entre +2ª y –2ª. Se producirá una interferencia constructiva.

Si tenemos las 2 ondas que llegan a P:

$$y_1 = Asen(\omega t - kx_1 + \varphi)$$
$$y_2 = Asen(\omega t - kx_2 + \varphi)$$

Siendo x_1 la distancia de P al foco de la onda 1 y x_2 la distancia de P al foco 2. La diferencia de fase de ambas ondas en P debe ser 0,2π, 4π….n2π:

$$(\omega t - kx_1 + \varphi) - (\omega t - kx_2 + \varphi) = n2\pi; kx_2 - kx_1 = n2\pi; k(x_2 - x_1) = n2\pi; \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 2\pi n.$$

$$\boxed{x_2 - x_1 = n\lambda = (n^{\underline{o}}\ entero)\cdot\lambda}$$

Hay interferencia constructiva cuando la diferencia de caminos recorridos por las ondas es un número entero de veces la longitud de onda.

También se puede decir que es constructiva cuando la diferencia de caminos es un nº par de veces la semilongitud de onda, lo que se puede ver multiplicando y dividiendo el 2º término anterior entre 2.

$$\boxed{x_2 - x_1 = 2n\frac{\lambda}{2} = (n^{\underline{o}}\ par)\cdot\frac{\lambda}{2}}$$

Interferencia destructiva

Sera destructiva cuando las ondas lleguen en oposición de fase. Así, cuando una llegue con +A la otra llegará con –A y el punto no vibrará. Luego, cuando la primera vaya descendiendo de A a 0 en T/4, la otra irá ascendiendo de –A a 0, con lo que siempre la suma de las 2 valdrá 0. **Será una interferencia destructiva**. **El punto no vibrará en absoluto**, a pesar de recibir continuamente la llegada de 2 ondas.

Lo anterior equivale a decir que la diferencia de fase entre ellos es π, 3π, 5π … (2n–1)π. Podemos escribir:

$$(\omega t - kx_1 + \varphi) - (\omega t - kx_2 + \varphi) = (2n-1)\pi; kx_2 - kx_1 = (2n-1)\pi; k(x_2 - x_1) = (2n-1)\pi; \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = (2n-1)\pi$$

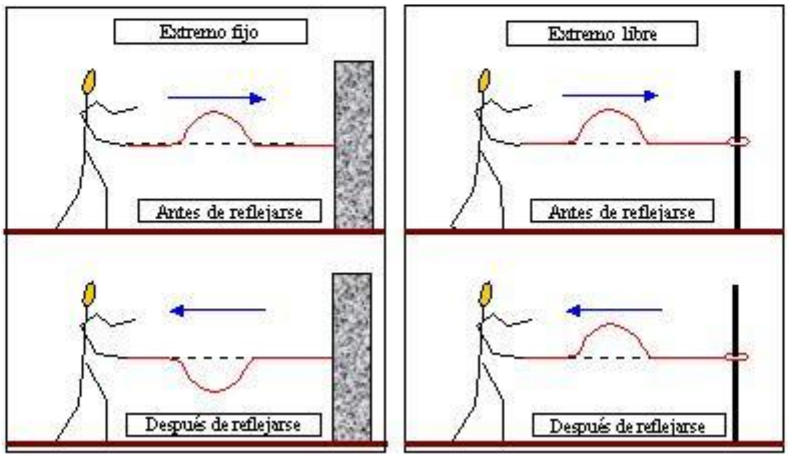
$$\boxed{x_2 - x_1 = (2n-1)\frac{\lambda}{2} = (n^{\underline{o}}\ impar)\cdot\frac{\lambda}{2} = (n^{\underline{o}}\ semientero)\cdot\lambda}$$

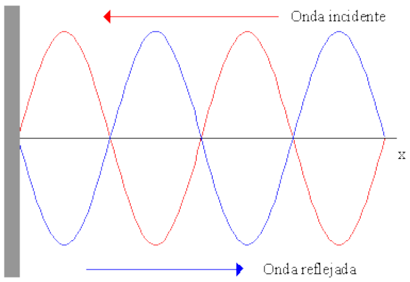
Hay interferencia destructiva cuando la diferencia de caminos recorridos por las ondas es un número impar de veces la semilongitud de onda (mitad de la longitud). También puede verse como que la diferencia debe ser un nº semientero (1/2, 3/2, 5/2) de veces la longitud de onda λ

6 Ondas estacionarias

Las ondas estacionarias son un caso particular de interferencia. Se originan cuando se superponen dos trenes de ondas que se propagan en sentidos opuestos por el mismo medio.

Un caso típico de ondas estacionarias se produce en una cuerda que propaga una onda viajera. Si al llegar a un extremo se refleja, cambia su sentido y además se produce un cambio de fase de 180º[5], de forma que la elongación resultante en ese punto sea cero. Los frentes incidentes interfieren con los reflejados. Esto ocurre en el caso de una cuerda de guitarra o de piano. La interferencia se puede calcular.





Recordemos que $sen(A) - sen(B) = 2sen\frac{A-B}{2}cos\frac{A+B}{2}$

$$\left.\begin{array}{r} y_1 = Asen(\omega t + kx) \\ y_2 = -Asen(\omega t - kx)\end{array}\right\} y_1 + y_2 = A[sen(\omega t + kx) - sen(\omega t - kx)]$$

$$= 2Asen\left(\frac{2kx}{2}\right)cos\frac{2\omega t}{2}$$

$$y_{resultante} = 2Asen(kx)\cos(\omega t) = A(x)\cos(\omega t)\,, siendo\ A(x) = 2Asen(kx)$$

El resultado es una perturbación que ya no tiene la forma de una onda armónica, sino que tiene una amplitud dependiente de la posición. O sea hay partículas que oscilan con mucha amplitud (el doble de la original) y partículas que no oscilan en absoluto (siempre se encuentran quietas). En una onda estacionaria, en realidad no hay propagación de energía, sino que existe un intercambio de energía cinética y potencial para cada partícula del medio, es un estado de vibración.

Los puntos que permanecen siempre en reposo, (A=0) se denominan ***nodos*** de la onda. Los puntos de máxima amplitud se denominan ***vientres*** de onda.

La condición de nodo implica que

$$A_{res} = 2Asenkx = 0; kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi;$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots, n\pi; \frac{2}{\lambda}x = 0,1,2 \dots n$$

$$\boxed{x_{nodos} = 0, \frac{\lambda}{2}, 2\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2} \dots}$$

La separación entre dos nodos consecutivos es la mitad de la longitud de onda, λ/2

Para los vientres, la separación sería:

$$A_{res} = 2Asenkx = 0; kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots, \frac{(2n+1)\pi}{2};$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots, \frac{(2n+1)\pi}{2}; \frac{2}{\lambda}x = \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2} \dots \frac{(2n+1)}{2}$$

$$\boxed{x_{vientres} = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \dots}$$

La separación entre dos vientres consecutivos es también λ/2. Entre un nodo y el vientre inmediato la distancia es λ/4.

Las ondas estacionarias son frecuentes en la vida cotidiana. Son las que se producen en los instrumentos musicales de cuerda o de viento. En las figuras que se adjuntan se ven distintos modos de vibración para cuerdas que están fijas por los dos extremos o sólo por uno de ellos.

Los tubos sonoros se comportan en una forma similar. La longitud de la cuerda (o del tubo sonoro) determina la frecuencia de la onda. Se encuentran también ondas estacionarias con vientres en cada uno de los extremos.

Veamos las ondas estacionarias para una cuerda fija por sus dos extremos.

---

[5] *Al reflejarse una onda transversal en un punto fijo experimenta un cambio de fase de 180º. El signo menos de y_2 aparece porque sen(180+α)=-senα*

Cuerda con 2 extremos fijos:

Debemos dibujar 2 nodos en los puntos fijos de los extremos y a continuación podremos construir las siguientes ondas estacionarias.

- Con un vientre en medio. En ese caso la longitud de onda será λ_0:

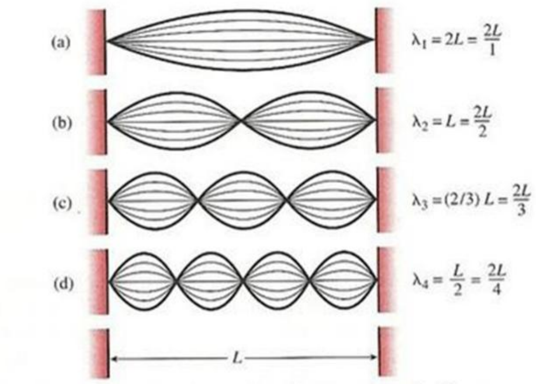
$$\frac{\lambda_0}{2} = L;\ \lambda_0 = 2L; f_0 = \frac{v_p}{\lambda_0} = \frac{v_p}{2L}$$

Esta onda estacionaria es el **modo fundamental de vibración** (o primer armónico), f_0.

- También es posible que se forme una onda estacionaria con un nodo central y 2 vientres. Eso daría lugar a una onda estacionaria cuya longitud de onda y frecuencia serían:

$$2\frac{\lambda_1}{2} = L;\ \lambda_1 = L; f_1 = \frac{v_p}{\lambda_1} = \frac{v_p}{L} = 2f_0$$

Este modo de vibración se denomina **segundo armónico y su frecuencia es $2f_0$**.



Modelos posibles de ondas estacionarias en una cuerda vibrante.

Se denomina armónico al sonido cuya frecuencia es múltiplo de la de otro llamado fundamental y que se produce simultáneamente con éste en los instrumentos musicales.

- La siguiente onda estacionaria posible tendría 2 nodos en la zona intermedia y 3 vientres intercalados entre ellos. Su frecuencia sería:

$$3\frac{\lambda_2}{2} = L;\ \lambda_2 = \frac{2L}{3}; f_2 = \frac{v_p}{\lambda_2} = \frac{3v_p}{2L} = 3f_0$$

Se la denomina **tercer armónico y su frecuencia es $3f_0$.**

Cuerda con un extremo fijo y uno libre:

En este caso en el extremo fijo se forma un nodo y en el extremo libre un vientre. Ese será el modo fundamental de vibración y podremos ir construyendo más ondas estacionarias a base de intercalar nodos y vientres entre los 2 anteriores.

- **Modo fundamental** (o primer armónico):

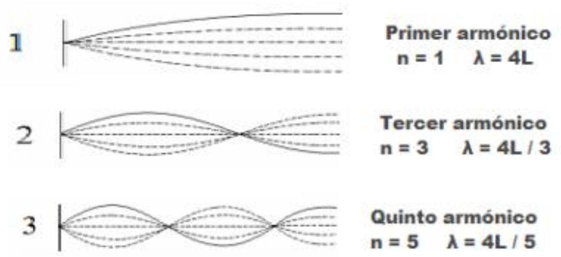
$$\frac{\lambda_0}{4} = L;\ \lambda_0 = 4L; f_0 = \frac{v_p}{\lambda_0} = \frac{v_p}{4L}$$

- **3er armónico:**

$$3\frac{\lambda_2}{4} = L;\ \lambda_2 = \frac{4L}{3}; f_2 = \frac{v_p}{\lambda_2} = \frac{3v_p}{4L} = 3f_0$$

- **5to armónico:**

$$5\frac{\lambda_2}{4} = L;\ \lambda_2 = \frac{4L}{5}; f_2 = \frac{v_p}{\lambda_2} = \frac{5v_p}{4L} = 5f_0$$



Vemos que sólo aparecen los armónicos impares.

7 El efecto Doppler

La frecuencia de un sonido está determinada por la frecuencia de la vibración que lo origina siempre que el foco que lo emite y el observador que lo percibe estén ambos en reposo. Cuando el foco o el observador, están en movimiento, el sonido percibido presenta una frecuencia que depende de la velocidad relativa. Un observador situado ante la sirena de una ambulancia aprecia que el sonido es más agudo cuando se acerca (mayor frecuencia, f) y más grave cuando se aleja (menor frecuencia). Lo mismo podemos decir con respecto al sonido que se percibe cuando se acerca un coche de carreras y cuando ese mismo vehículo se aleja.

El efecto Doppler consiste en la percepción de la onda por un observador en movimiento con una frecuencia distinta a la emitida por el foco, debido al movimiento relativo entre ambos.

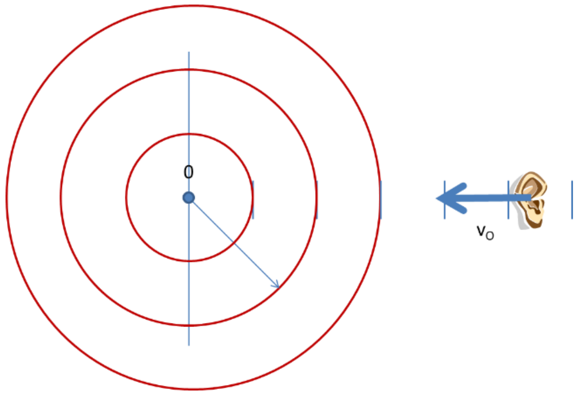
Fue explicado por primera vez en 1842 por el físico austríaco Christian Doppler (1803-1853). Más adelante, en 1848, el astrónomo francés Hippolyte Fizeau lo descubrió en la luz. Cuando se estudia el espectro de emisión de la luz procedente de una estrella o galaxia, se observan las líneas del espectro del hidrógeno, pero no en la posición que tienen en la tierra, sino desplazadas, "corridas" hacia el rojo, lo que indica que la estrella se está alejando de nosotros (nos alejamos entre sí), por eso su frecuencia disminuye y la las rayas se desplazan hacia una frecuencia menor. Este hecho se puede utilizar para medir la velocidad relativa con que las galaxias se mueven con respecto a nosotros y el hecho de que para casi todas ellas el desplazamiento se produce hacia el rojo es una prueba a favor de un universo en expansión.

En realidad, el efecto se produce siempre que hay movimiento relativo entre el foco y el observador, aunque la explicación que damos a cada caso es distinta. Estudiaremos los 2 casos particulares y el general.

Observador en movimiento y foco en reposo:

El foco está inmóvil emitiendo ondas de velocidad **v** y cuyos frentes distan **λ** y que son todos concéntricos a la posición del foco, al estar este en reposo.

El observador, al acercarse al foco (por ejemplo) "acelera" la llegada de los frentes de onda. Cuando el observador recibe un frente de ondas, el siguiente lo recibirá antes de que pase un T, puesto que el observador se dirige hacia ese frente con velocidad $\mathbf{v_O}$. Desde que el observador atraviesa el primer frente de ondas, el siguiente frente y él se dirigen al encuentro. Son como los trenes que salían de 2 estaciones distintas separadas que se estudiaban en cursos anteriores. Cada uno recorre para encontrarse $v_O \cdot t$ y $v \cdot t$ y se encuentran cuando la suma de sus recorridos vale λ. Ese **t** será el período **T'** percibido por el observador y su inverso será **f'**, la frecuencia percibida.



$$\lambda = T'(v + v_O); T' = \frac{\lambda}{v + v_O} = \frac{Tv}{v + v_O}$$

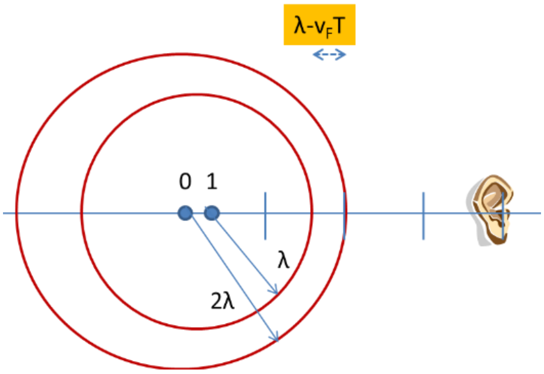
$$f' = \frac{1}{T'} = \frac{v + v_O}{Tv} = \frac{1}{T}\frac{v + v_O}{v} = f\frac{v + v_O}{v}$$

$$\boldsymbol{f' = f\frac{v + v_O}{v}}$$

Vemos que la f' es mayor que f, al ser el numerador mayor que el denominador. Si el observador se aleja del foco, la frecuencia percibida f' se calculará restando la v_O (pues ahora éste se aleja de los frentes de onda). Podemos emplear la fórmula anterior, usando la v_O con signo –.

$$\boldsymbol{f' = f\frac{v+v_O}{v}}, \boldsymbol{siendo\ v_O} \begin{cases} +\, si\ el\ observador\ \boldsymbol{se\ acerca}\ al\ foco \\ -\, si\ el\ observador\ \boldsymbol{se\ aleja}\ del\ foco \end{cases}$$

Observador en reposo y foco en movimiento:



En esta situación, el foco acercándose al observador con velocidad $\mathbf{v_F}$ y emitiendo ondas de velocidad **v** y longitud de onda **λ**, es la representada en la figura lateral (se han dibujado 3 frentes de onda, la situación al cabo de 2T de empezar a emitir el foco)

El foco emite la primera onda desde 0 y al cabo de los 2T este frente de ondas está a 2λ de 0. El siguiente frente de ondas (un T después) lo emite desde 1 y por tanto, como sólo habrá dispuesto de T s de tiempo para desplazarse, será un circulo de radio λ con centro en el punto 1. Vemos que por delante del foco los frentes de onda "se apelotonan", mientras que por detrás se espacian. La distancia entre los frenes de onda que llegan al observador no es λ, sino λ menos lo que el foco avanza en un T, que es desde donde emitirá su siguiente frente.

$$\lambda' = \lambda - v_F T = vT - v_F T = (v - v_F)T$$

¿A qué ritmo le llegan las ondas al emisor? Le llegan con un T' aparente menor que el propio de la onda, pues el movimiento del foco "acelera" la llegada de los frentes. El T' percibido será el tiempo el observador entre frente de onda percibido y el siguiente frente de ondas será:

$$T' = \frac{espacio\ entre\ 2\ frentes}{v} = \frac{\lambda'}{v} = \frac{(v - v_F) \cdot T}{v}$$

$$\boldsymbol{f'} = \frac{1}{T'} = \frac{v}{(v - v_F) \cdot T} = \boldsymbol{f\frac{v}{v - v_F}}$$

Si el foco estuviese detrás de movimiento del foco, los frentes tardarían más en llegar y deberíamos usar el signo más en la fórmula anterior (o, si queremos asignar un signo a la velocidad del foco, como antes hicimos con el v_O, ponerle un signo menos a v_F).

$$\boldsymbol{f' = f\frac{v}{v - v_F}}, \boldsymbol{siendo\ v_F} \begin{cases} +\, si\ el\ foco\ \boldsymbol{se\ acerca}\ al\ observador \\ -\, si\ el\ foco\ \boldsymbol{se\ aleja}\ del\ observador \end{cases}$$

Observador y foco se mueven (caso general)

Se trata de combinar los 2 casos anteriores. La manera más sencilla es hacer que la f del segundo caso sea la f' del primero.

$$f' = f\frac{v+v_O}{v}\frac{v}{v - v_F} = f\frac{v + v_O}{v - v_F}$$

$$\boldsymbol{f' = f\frac{v + v_O}{v - v_F}}$$

Válida para todos los casos usando el siguiente criterio de signos:

- $\mathbf{v_O}$ será **positiva** si el observador se mueve **acercándose** al foco.
- $\mathbf{v_O}$ será **negativa** si el observador se mueve **alejándose** del foco.
- $\mathbf{v_F}$ será **positiva** si el foco se mueve **acercándose** al observador.
- $\mathbf{v_F}$ será **negativa** si el foco se mueve **alejándose** del observador