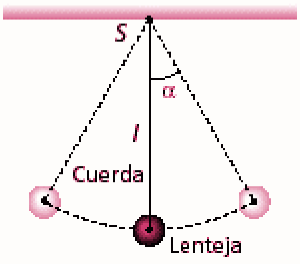
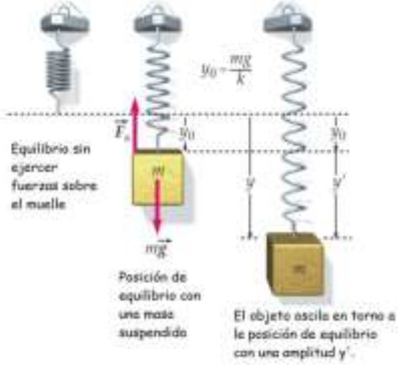
1 MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE (MAS)

1.1 Movimientos periódicos.

Se denominan movimiento periódicos a aquellos que pasan por la misma posición a intervalos regulares de tiempo, o, dicho de otra forma, ocupan posiciones iguales en tiempos iguales.
Ejemplos de movimiento periódicos son:



- El movimiento circular uniforme (m.c.u.): Recuerda que es el movimiento cuya trayectoria es **circular** y cuyo **módulo de la velocidad**, la rapidez $|\vec{v}|$, es constante, es decir, recorre siempre la misma distancia de esa trayectoria circular en el mismo tiempo. Es por eso que decimos que este movimiento es periódico.
- El movimiento de un **péndulo**, constituido por un cuerpo de masa m suspendido de un hilo. Cuando los separamos de la vertical un cierto ángulo y lo soltamos recorre un arco de ángulo de un extremo a otro en la misma cantidad de tiempo.
- Si colgamos de un **muelle** un cuerpo de masa m y una vez establecido el equilibrio lo desplazamos unos centímetros hacia abajo y lo soltamos, el cuerpo subirá y bajará a intervalos regulares.



Aunque los 3 son periódicos, los 2 últimos ejemplos son del tipo **oscilante o vibratorio**[1], ya que tienen lugar hacia uno y otro lado de una posición de equilibrio. El m.c.u. no tiene una posición de equilibrio.
En los movimientos periódicos hay una serie de magnitudes que se pueden definir:

- **Período** de un movimiento periódico, **T**: es el tiempo empleado en repetir el movimiento. En el caso del m.c.u. es el tiempo que tarda en dar una vuelta, en el caso del péndulo es el tiempo que tarda en hacer una oscilación completa, desde que la dejamos caer hasta que vuelve a la misma posición (un vaivén) y en el del muelle sería una subida y bajada. Su unidad en el SI será el segundo, s.
- **Frecuencia**, designada por f o por ν (la letra griega *nu*), es el número de repeticiones que realiza el movimiento periódico es un segundo. En el caso del m.c.u. será el número de vueltas que da en 1 s.
  Entre ambas magnitudes existe una relación muy sencilla. Si en T s realiza una repetición, en 1 s realizará 1/T repeticiones y eso será la frecuencia, es decir:
  $$f = \nu = \frac{1}{T}$$
  La unidad de frecuencia en el SI es el s^{-1}, conocida como **Hertzio, Hercio o Hertz**, en honor al físico alemán Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), estudioso de las ondas electromagnéticas. Su abreviatura es **Hz** (recuerda que las unidades en honor a alguna personalidad se escriben empezando por mayúsculas).

[1] *También es un movimiento vibratorio el de los átomos o iones que forman parte de una red cristalina. A simple vista este movimiento es inapreciable, pero una mayor temperatura del sólido provoca una vibración de mayor amplitud; si la temperatura se eleva suficientemente la amplitud de la vibración puede ser tal que las partículas acaben por desunirse, provocándose así la fusión del sólido.*

1.2 Recordatorio sobre el m.c.u.

Ya hemos definido antes el m.c.u., aquel cuya trayectoria es circular y su rapidez constante. En este tipo de movimientos se definía la velocidad angular, ω, como el ángulo recorrido por unidad de tiempo. Sus unidades son, en el SI, radianes[2]/s o s^{-1}, aunque a veces se usan unidades "peculiares", como las revoluciones por minuto, r.p.m. Si a tiempo $t=t_0$ la partícula que gira forma un ángulo θ_0 con el eje X, por ejemplo, y a un tiempo t forma con dicho eje un ángulo θ. El ángulo recorrido será $\Delta\theta=\theta-\theta_0$ y el tiempo empleado en recorrer ese ángulo $\Delta t=t-t_0$, por lo que:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_o}{t - t_0}$$

Si tomamos $t_0=0$ (empezamos a contar el tiempo cuando comienza el movimiento), podemos escribir:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_o}{t}\ ;\ \boldsymbol{\theta = \theta_0 + \omega t}$$

Ecuación que describe como varía el ángulo θ con el tiempo en el m.c.u.

Según la definición que hemos dado antes, el m.c.u. recorre una circunferencia, es decir, 2π radianes, en un período, T segundos, por lo que también podemos escribir la ecuación anterior como:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}\ ; T = \frac{2\pi}{\omega}$$

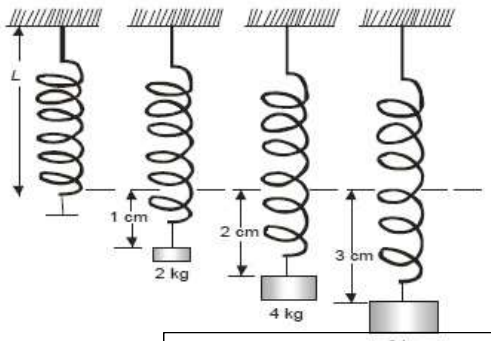
Y por tanto la frecuencia del m.c.u. será:

$$f = \nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

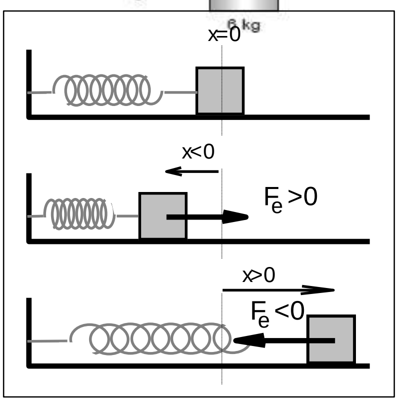
Como se puede ver, f y ω son magnitudes proporcionales.

1.3 Recordatorio sobre la ley de Hooke

Un cuerpo elástico es aquel que se deforma, alargándose o encogiéndose al aplicarle una fuerza, pero que recupera su forma original cuando dejamos de aplicarla. Hay cuerpos que no son elásticos, como un chicle, y los cuerpos elásticos tienen un límite, denominado límite de elasticidad, a partir del cual las deformaciones son permanentes. El ejemplo clásico en física de cuerpo elástico es el muelle o resorte.



Cuando suspendemos un resorte su longitud natural, sin ningún peso colgado, será l_0 (L en el dibujo). Si colgamos distintos pesos, como muestra la figura, el muelle se alarga hasta distintas longitudes l. El alargamiento será $l-l_0=\Delta l$. Si representamos la fuerza aplicada (el peso en este caso, que coincide en módulo con la fuerza recuperadora del muelle) en el eje Y y el alargamiento, Δl, en el eje X, obtendremos una línea recta que pasa por el origen. Eso nos indica que ambas magnitudes son proporcionales. Es decir, la fuerza elástica, que trata de recuperar la forma original del muelle, es proporcional al alargamiento:



$$F = k(l - l_0) = k\Delta l$$

donde k es una constante llamada constante de fuerza (o constante elástica) del resorte. Las unidades de k son fuerza dividida entre distancia, N/m en el SI. Un resorte blando de juguete tiene una constante elástica de cerca de 1 N/m; para los resortes mucho más rígidos de la suspensión de un automóvil,

[2] El radian se define en matemáticas como el ángulo cuyo arco coincide con el radio de la circunferencia. Si un arco mide r el ángulo central será 1 radian. Como la circunferencia completa contiene a r 2π veces (recuerda longitud circunferencia=2πr) , el ángulo total de la circunferencia, equivalente a 360º sexagesimales, será 2π radianes. La equivalencia entre arco y ángulo, en radianes, según la definición de radian es

$$\theta\ (rad) = \frac{s\ \ (arco)}{r}$$

En esa fórmula podemos comprobar como a un arco de 2πr le corresponde un ángulo de 2π radianes y por qué el radian no se escribe en muchas ocasiones en física. Es una magnitud adimensional, al ser una longitud 8arco9 entre otra longitud (r).

k es del orden de 10^5 N/m. La observación de que el alargamiento (no excesivo) es proporcional a la fuerza fue hecha por Robert Hooke en 1678 y se conoce como ley de Hooke; sin embargo, no debería llamarse "ley", pues es una afirmación acerca de un dispositivo específico y no una ley fundamental de la naturaleza.
Para simplificar el uso de la ecuación anterior se suele tomar como origen de medidas la longitud l_0 y se denomina x al alargamiento, a Δl, por lo que la ley de Hooke queda como:

$$F = kx$$

Si queremos escribirla en forma vectorial debemos añadir un signo menos, que indica que cuando el muelle se alarga (x>0) la fuerza va en sentido negativo y cuando se comprime (x<0) la fuerza va en sentido de expandir el muelle, positivo.

$$\vec{F} = -kx\vec{\imath}$$

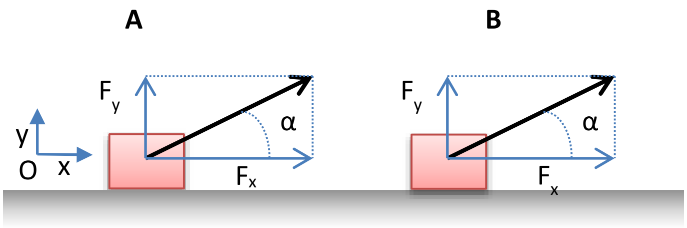
Los resortes reales no siempre obedecen la ecuación con precisión, aunque se trata de un modelo idealizado útil.

1.4 Trabajo y Energía

El trabajo realizado por una fuerza, simbolizado por la letra W, se definía, en su versión más simple, como:

W=F·Δs

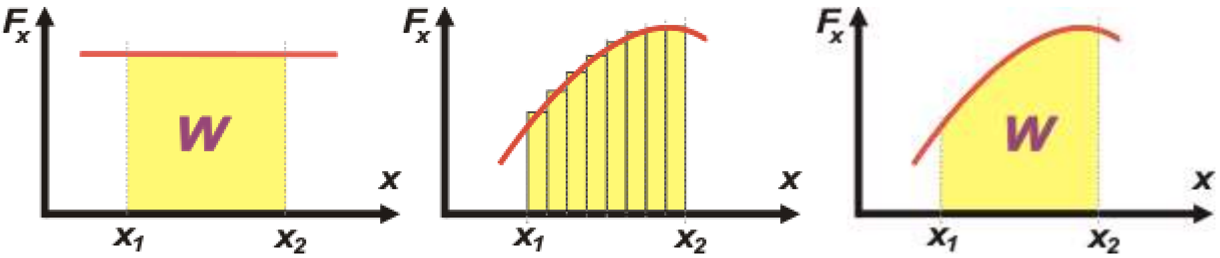
es decir, el trabajo realizado por una fuerza es igual al módulo de la fuerza por el espacio recorrido por el cuerpo sobre el que actúa. Esta definición tan sencilla sólo sirve si la fuerza es constante, si no varia ni de módulo, dirección ni sentido y si actúa a lo largo de la dirección y sentido del movimiento. Esta fórmula tan sencilla ya nos permite definir la unidad de trabajo del SI como el Joule (Julio, J), definido como el trabajo realizado por una fuerza de 1 N cuando actúa a lo largo de 1 m en su misma dirección y sentido
Podemos ir removiendo cada una de las 2 restricciones anteriores de manera muy sencilla y siguiendo un procedimiento muy habitual para otras magnitudes físicas, como el flujo de un campo vectorial que veremos posteriormente.



Empezaremos por la segunda. Si la fuerza es constante, pero forma un determinado ángulo con el desplazamiento Δs, podemos pensar en descomponer la $\vec{F}$ es 2 componentes perpendiculares, una en el sentido del movimiento, F_x, que será la que realizará el trabajo tal y como ocurría en la expresión anterior, y otra perpendicular, F_y la componente perpendicular al movimiento que podemos pensar que no produce ningún trabajo, al no estar involucrada en el movimiento. Por tanto, podemos decir que el trabajo de esa fuerza será:

$$W = F_x\Delta x = |\vec{F}|\Delta s\ cos\alpha = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r}$$

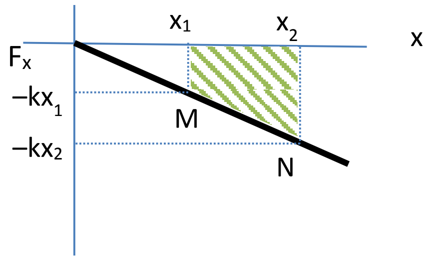
en donde hemos realizado además la sustitución de la expresión con el coseno por el **producto escalar** de los 2 vectores $\vec{F}$ y $\Delta\vec{r}$, ya que, por definición de producto escalar, éste es el producto de los 2 módulos (y el módulo de $\Delta\vec{r}$ es el espacio recorrido Δx) por el coseno del ángulo que forman.
Si la fuerza no es constante se puede amplicar la definición teniendo en cuenta que si representamos en la expresión anterior F_x frente a x obtendremos una recta horizontal y el trabajo será el área del rectángulo comprendida entre F_x y el eje x, entre la posición A de partida y la B (o x_1 y x_2 como en las figuras siguientes).



Si la componente F_x fuese variable, la representación sería como la de la 2ª o 3ª figura, pero podemos interpretar que el trabajo será, al igual que antes, el área, que sabemos que en matemáticas tiene la forma de integral definida (recuerda que el signo de integral es una S muy alta, símbolo de la suma de todas las "áreas infinitesimales" del tipo F_X·dx contenidas bajo la curva). Asi, la definición de trabajo será:

$$W = \int_A^B F_x dx = \int_A^B \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$$

Esta última definición incluye a las 2 anteriores como casos partículares y es la definición más analitica de W, aunque cuando la fuerza sea constante usaremos una de las 2 anteriores.
Podemos recordar también que la fuerza elástica es, como el peso y otras fuerzas que veremos posteriormente, de tipo conservativo. Eso significa que el trabajo que realiza dicha fuerza puede ser escrito en función de la posición inicial y final y no de la historia del movimiento, del camino seguido. En estos casos, existía una función, relacionada con el tipo de fuerza y denominada energía potencia, E_p, de tal manera que el trabajo de la fuerza conservativa asociada es:
$W = E_p(A) - E_P(B)$
Para calcular la fórmula de la energía potencial elástica debemos calcular el trabajo que realiza esa fuerza cuando un muelle se estira desde x_1 hasta x_2. La fuerza elástica, de valor –kx, realiza el trabajo que será el área sombreada y que se puede calcular, gráficamente, restando el área del triángulo mayor Ox_2M menos el área del menor Ox_1N, es decir, el trabajo será



$$W = \frac{(-kx_2)x_2}{2} - \frac{(-kx_1)x_1}{2} = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Se puede hallar dicha expresión analíticamente integrando:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx = \int_{x_1}^{x_2} -kxdx = -k\frac{x^2}{2}\Big]_{x_1}^{x_2} = -\frac{1}{2}kx_2^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_2^2$$

Comparando con la definición anterior de la energía potencial, podemos escribir la ecuación para la energía potencial elástica como

$$E_{p\ elástica} = \frac{1}{2}kx^2$$

Así no será necesario volver a calcular el trabajo como una integral, sino mediante la expresión $W=E_p(A)-E_p(B)$.

1.5 Movimiento armónico simple (m.a.s.)

El movimiento armónico simple es el que tiene un objeto cuya aceleración es proporcional al desplazamiento, pero de sentido opuesto. a= – cte·x

El movimiento armónico simple se debe a la acción de una fuerza elástica o fuerza recuperadora, que aparece al separar el sistema de su posición de equilibrio y que siempre tiene sentido opuesto al desplazamiento. Este tipo de fuerzas está dada por la ley de Hooke: F=–kx.
Si disponemos un muelle de masa despreciable sobre una superficie horizontal, le enganchamos un cuerpo de masa m cuyo rozamiento con la superficie también supondremos despreciable y lo estiramos o encogemos una cantidad x, la fuerza resultante será la fuerza elástica, -kx, ya que en el otro eje $|\vec{P}|=|\vec{N}|$, es decir, $\sum\vec{F} = \vec{F}(elast) + \vec{P} + \vec{N} = \vec{F}\ (elast) = -kx\vec{\imath}$ y, según la 2ª ley de Newton, $\sum\vec{F} = m\vec{a}$, igualando ecuaciones

$$\boldsymbol{-kx = ma\ ;\ a = -\frac{k}{m}x} \quad \textbf{[ec. 1]}$$

La aceleración es variable: nula en la posición de equilibrio, positiva en posiciones negativas y viceversa.
La expresión de la posición en función del tiempo se puede obtener resolviendo la ecuación 1:

$$a = -\frac{k}{m}x;\ \frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}x; \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \ \textbf{[ec. 2]}$$

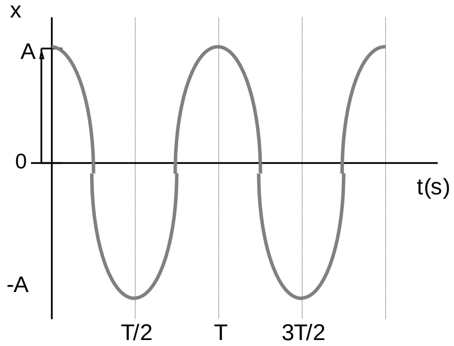
es decir, debemos encontrar una función[3], del tipo x=x(t), que debe cumplir que su derivada segunda sea la propia función por una constante negativa. Esta propiedad la cumplen (entre otras) las funciones seno y coseno, por lo que la solución puede expresarse en relación con una u otra.

---

[3] *Generalmente en matemáticas las funciones se llaman y(x), pero en nuestro caso la variable independiente será el tiempo t y la dependiente la posición, sea en el eje x o y*

Podemos proponer como soluución una función que contenga un seno o coseno con el tiempo, adornada con todas las constantes que se nos ocurran. Lo más general puede ser del tipo siguiente:

$\boxed{\mathbf{x(t)=A\ sen(\omega t+\varphi_0)}\ \text{ o bien } x(t)=A\cos(\omega t+\varphi_1)}$



en la que A, ω y φ_0 o φ_1 son constantes arbitrarias, para dar generalidad a nuestra solución, cuyo significado físico determinaremos posteriormente.

Si probamos a derivar esta expresión 2 veces obtendremos:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = x" = -A\omega^2 sen(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

Si comparamos esta expresión con la de partida, ecuación 2, veremos que coinciden si asignamos a ω^2 el valor $\frac{k}{m}$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

En esta expresión las variables y constantes tienen el siguiente significado:

x: elongación. Es variable, representa la posición con respecto al punto de equilibrio (donde x=0).

t: tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento.

A: amplitud. Es una constante y representa el valor máximo de x, o sea la máxima separación de la posición de equilibrio.

Pulsación o frecuencia angular, ω: Constante. Se mide en rad/s en el S.I.. Está relacionada con el periodo.

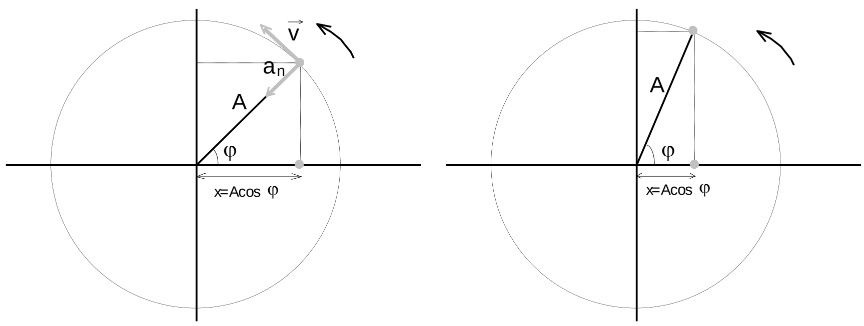
$\varphi=\omega t+\varphi_0$: fase. Variable (obviamente depende de t). Se mide en *radianes (en el S.I.)* puesto que es el argumento de un ángulo.

φ_0: Fase inicial o Constante de fase. Tiene relación con la posición inicial del sistema.

1.6 Periodicidad del M.V.A.S. y relación con el movimiento circular uniforme.

El M.A.S. es un movimiento periódico, puesto que se repite cada cierto tiempo. El tiempo que tarda en repetirse se llama ***periodo (T)***.Relacionada con el periodo se halla la ***frecuencia (ν)*** : número de veces que se repite un movimiento durante 1 s. La frecuencia es la inversa del periodo: $\nu = \frac{1}{T}$. En el S.I. se expresa en s^{-1} o ciclos/s. La unidad se denomina también Hz (Hertzio)

El movimiento circular uniforme (M.C.U.) es uno de los movimientos periódicos más comunes y sencillos, por lo que una de las posibilidades más fáciles para estudiar el movimiento armónico simple es relacionarlo con el circular uniforme. Efectivamente, la proyección del M.C.U. sobre cualquiera de los ejes es un movimiento armónico simple. Si tomamos una circunferencia de radio A (la amplitud del M.A.S.), la proyección varía desde A hasta -A.



Como la velocidad angular ω es constante: $\omega = \frac{\varphi-\varphi_0}{t-t_0}$; $\varphi = \omega t + \varphi_0$ sustituyendo en x, llegamos a la ecuación del M.A.S. Podemos elegir la función seno o la función coseno según describamos la "sombra" o proyección del movimiento circular uniforme en el eje x (el coseno) o el eje y (el seno)

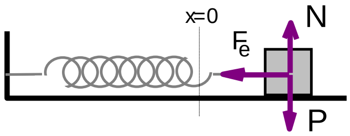
El periodo es el tiempo que tarda en completarse una vuelta: $T = \frac{\text{ángulo recorrido en una vuelta}}{\text{velocidad angular}}; T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}; \omega = 2\pi\nu$$

También se puede expresar en función de K: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}; T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

1.7 Energía del M.V.A.S.

En el oscilador armónico la fuerza que interviene es conservativa (la fuerza es central, puesto que apunta siempre hacia la posición de equilibrio). Para dicha fuerza, la energía potencial tiene un valor de ½ kx^2 así pues, la energía mecánica en el oscilador será:



$E_m = E_{cin} + E_{potencial\ elastic} = ½mv^2 + ½\ kx^2$

Si sustituimos para x su valor en función de t:

$x = A\ sen(\omega t+\varphi_0) \quad \rightarrow \quad v = \frac{dx}{dt} = A\cdot\cos(\omega t+\varphi_0)\cdot\omega \quad \rightarrow \quad v = A\omega\cos(\omega t+\varphi_0)$

Vamos a analizar estas ecuaciones. Cuando la velocidad de la partícula es 0 (se para) la única opción que tenemos es que $\cos(\omega t+\varphi_0)=0$, es decir el ángulo $(\omega t+\varphi_0)$ es 90º o 270º, pero entonces el valor del seno será +1 ó -1. Es decir x=+A ó x=-A. (El oscilador se para en los puntos de máxima extensión o máxima compresión).

Cuando la partícula está en la posición de equilibrio (x=0), entonces $sen(\omega t+\varphi_0)=0$, es decir el ángulo $(\omega t+\varphi_0)$ es 0º o 180º, luego el valor del coseno será +1 ó -1. Es decir $v=+A\omega$ ó $v=-A\omega$ (el oscilador tiene velocidad máxima cuando pasa por la posición de equilibrio, en un sentido o en otro).

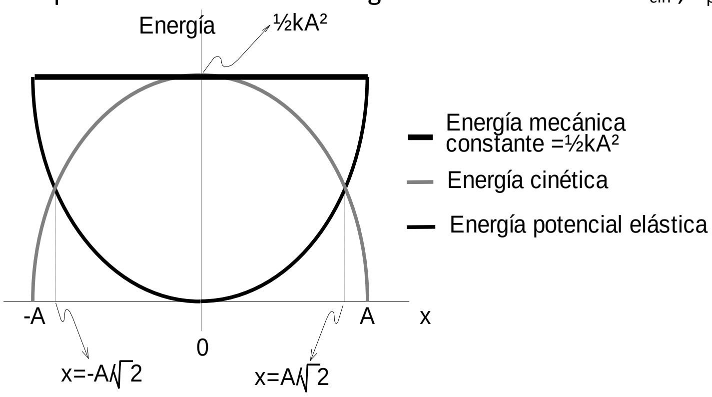
En resumen:

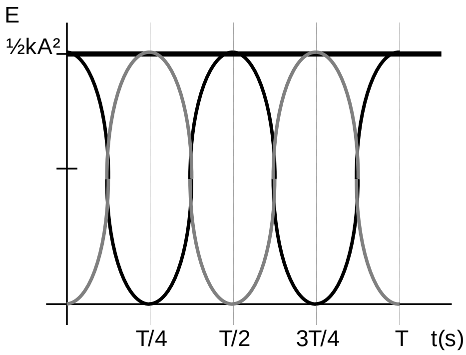
Posición x	Velocidad v	E_{pot}(elástica)	E_{cin}	$E_{mec}=E_{cin}+E_{pot}$
+A	0	½kA^2	0	½kA^2
-A	0	½$k(-A)^2$=½kA^2	0	½kA^2
0	±$A\omega$	0	½$m\omega^2A^2$=½kA^2	½kA^2
x	v	½kx^2	½mv^2	½mv^2+½kx^2

La última fila corresponde al caso general; en ella aparece la energía mecánica como la suma de cinética y potencial, pero como en el caso que estudiamos las fuerzas no conservativas no realizan trabajo (despreciamos el rozamiento) la energía mecánica permanecerá constante y podremos escribir de acuerdo con las tres filas superiores:

½mv^2+½kx^2=½kA^2 ; E_{cin}+½kx^2=½kA^2 ; E_{cin}=½kA^2-½kx^2 ; $\boxed{E_{cin}=½k(A^2-x^2)}$

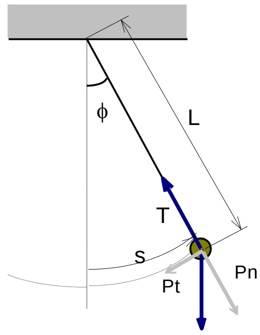
Si representamos en el mismo gráfico la variación de E_{cin} , E_{pot} y E_{mec} podemos ver su relación





En el primero representamos la variación de la energía frente a la posición, en el segundo su variación frente al tiempo. Se puede apreciar que cuando la energía cinética alcanza un máximo, la potencial está en un mínimo y viceversa, mientras que la mecánica permanece constante.

1.8 Otro sistema oscilante: El péndulo simple.



Un péndulo simple está constituido por un hilo inextensible, de masa despreciable y una masa puntual m en un extremo. El otro extremo está fijo en un punto y la masa puede moverse en el plano vertical. Cuando el ángulo que se desvía el péndulo de la vertical es pequeño, las oscilaciones se pueden considerar armónicas. Vamos a comprobarlo a partir de las fuerzas que actúan sobre m.

$$F_{tan} = ma_{tan};\ -P_L = m\frac{d|\vec{v}|}{dt};\ -mgsen\phi = m\frac{d^2s}{dt^2}, pero\ s = \phi \cdot L$$

$$-gsen\phi = \frac{Ld^2\phi}{dt^2};\ \frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{g}{L}sen\phi$$

Si hacemos sen ϕ≅ ϕ [4] la expresión queda en $\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{g}{L}\phi$ que, en la forma, es la misma que la de un M.A.S.(apartado 1) donde aparece el ángulo Φ en lugar de la distancia x. Por tanto las oscilaciones tendrán una pulsación de valor:

$\omega^2 = \frac{g}{L}; \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$, con lo cual el período vale $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

En esta expresión queda patente que cuanto mayor sea la longitud del péndulo mayor será la duración de la oscilación, o sea el periodo. Se dice que un péndulo "bate segundos" cuando tarda 1 s en moverse desde un extremo al otro de la oscilación. El periodo de un péndulo que bate segundos es T=2 s (1 s en la ida, 1 s en la vuelta)

[4] *Cuando el ángulo ϕ es pequeño (oscilaciones próximas al punto más bajo) el valor de sen ϕ ≅ϕ (es decir el valor del ángulo expresado en radianes prácticamente coincide con el de su seno, esto se puede comprobar numéricamente, por ejemplo si el ángulo es de 10º 10º=0,1745 rad ; sen 0,1745=0,1736 la diferencia es del 0,5 %, para 15º la diferencia todavía es del 1,2%). En estos casos establecer esta equivalencia equivale a cometer errores muy pequeños)*

2 LAS ONDAS. EL MOVIMIENTO ONDULATORIO

Una onda es una perturbación que avanza o que se propaga en un medio material o incluso en el vacío.

A pesar de la naturaleza diversa de las perturbaciones que pueden originarlas, todas las ondas tienen un comportamiento semejante. El sonido es un tipo de onda que se propaga únicamente en presencia de un medio que haga de soporte de la perturbación. Los conceptos generales sobre ondas sirven para describir el sonido, pero, inversamente, los fenómenos sonoros permiten comprender mejor algunas de las características del comportamiento ondulatorio.

Los jugadores de dominó, como distracción complementaria, colocan las fichas del juego en posición vertical, una al lado de otra, a una distancia inferior a la longitud de las fichas formando una hilera. Cuando se le da un impulso a la ficha situada en uno de los extremos se inicia una acción en cadena; cada ficha transmite a su vecina el impulso recibido, el cual se propaga desde un extremo a otro a lo largo de toda la hilera. En términos físicos podría decirse que una onda se ha propagado a través de las fichas de dominó. La idea de onda corresponde en la física a la de una perturbación local de cualquier naturaleza que se propaga a través de un medio.

Algunas clases de ondas precisan para propagarse de la existencia de un medio material que, al igual que las fichas de dominó, haga el papel de soporte de la perturbación; se denominan genéricamente ***ondas mecánicas***. El sonido, las ondas que se forman en la superficie del agua, las ondas en muelles o en cuerdas, son algunos ejemplos de ondas mecánicas y corresponden a compresiones, deformaciones y, en general, a perturbaciones del medio que se propagan a través suyo. Sin embargo, existen ondas que pueden propagarse aun en ausencia de medio material, es decir, en el vacío (naturalmente también lo hacen en medios materiales). Son las ***ondas electromagnéticas*** o campos electromagnéticos viajeros; a esta segunda categoría pertenecen las ondas luminosas. Se originan en oscilaciones de cargas eléctricas que se propagan mediante campos eléctricos y magnéticos perpendiculares entre sí. (La luz que procede de las estrellas llega hasta nosotros después de atravesar el vacío del espacio interestelar)

Independientemente de esta diferenciación, existen ciertas características que son comunes a todas las ondas, cualquiera que sea su naturaleza, y que en conjunto definen el llamado *comportamiento ondulatorio,* esto es, una serie de fenómenos típicos que diferencian dicho comportamiento del comportamiento propio de los corpúsculos o partículas (interferencia, refracción, reflexión, difracción...) . El tipo de movimiento característico de las ondas se denomina movimiento ondulatorio. Su propiedad esencial es que no implica un transporte de materia de un punto a otro. Así, no hay una ficha de dominó o un conjunto de ellas que avancen desplazándose desde el punto inicial al final; por el contrario, su movimiento individual no alcanza más de un par de centímetros. Lo mismo sucede en la onda que se genera en la superficie de un lago o en la que se produce en una cuerda al hacer vibrar uno de sus extremos. En todos los casos las partículas constituyentes del medio se desplazan relativamente poco respecto de su posición de equilibrio. Lo que avanza y progresa no son ellas, sino la perturbación que transmiten unas a otras. **El movimiento ondulatorio supone únicamente un transporte de energía y de momento lineal.**

3 TIPOS DE ONDAS

Junto a una primera clasificación de las ondas en mecánicas y electromagnéticas, es posible distinguir diferentes tipos de ondas atendiendo a criterios distintos.

- En relación con su ámbito de propagación las ondas pueden clasificarse en:

Monodimensionales: Son aquellas que, como las ondas en los muelles o en las cuerdas, se propagan a lo largo de una sola dirección del espacio.
Bidimensionales: Se propagan en cualquiera de las direcciones de un plano de una superficie. Se denominan también ondas superficiales y a este grupo pertenecen las ondas que se producen en la superficie de un lago cuando se deja caer una piedra sobre él.
Tridimensionales: Se propagan en las tres dimensiones del espacio. El sonido o la luz son ejemplos de estas ondas. Pueden ser esféricas, cilíndricas, etc.

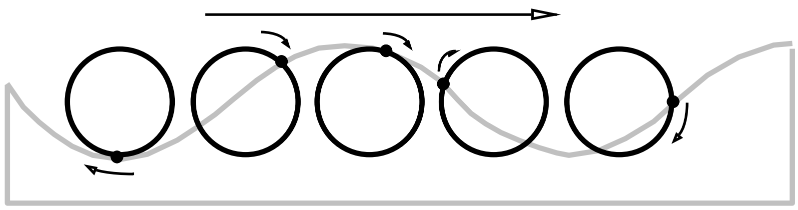
- Atendiendo a la periodicidad de la perturbación local que las origina, las ondas se clasifican en:

Periódicas: Corresponden a la propagación de perturbaciones de características periódicas, como vibraciones u oscilaciones que suponen variaciones repetitivas de alguna propiedad. Así, en una cuerda unida por uno de

sus extremos a un vibrador que oscile sin interrupción se propagará una onda periódica. Se habla también en estos casos de un *tren de ondas*. Un caso particular importante es el de las **ondas armónicas**, en las que la perturbación del foco es un movimiento armónico simple.
Pulsos: La perturbación que las origina se da aisladamente y en el caso de que se repita, las perturbaciones sucesivas tienen características diferentes. Un ejemplo de *pulso* es el caso de las fichas de dominó, puesto que sólo se transmite una perturbación.

- Según que la dirección de propagación coincida o no con la dirección en la que se produce la perturbación, las ondas pueden ser:

Longitudinales: El movimiento local del medio alcanzado por la perturbación se efectúa en la dirección de avance de la onda. Un muelle que se comprime da lugar a una onda longitudinal; el sonido también es una onda longitudinal puesto que las partículas del medio oscilan en la dirección de avance produciéndose compresiones y enrarecimientos.
Transversales: La perturbación del medio se lleva a cabo en dirección perpendicular a la de propagación. En las ondas producidas en la superficie del agua las partículas vibran de arriba a abajo y viceversa, mientras que el movimiento ondulatorio progresa en el plano perpendicular. Lo mismo sucede en el caso de una cuerda; cada punto vibra en vertical, pero la perturbación avanza según la dirección de la línea horizontal. Ambas son ondas transversales. También son transversales las ondas electromagnéticas (luz, microondas, ultravioleta, etc.)
Las olas que se producen en el mar tienen características de ambos tipos, puesto que las partículas realizan movimientos casi circulares (combinación de ondas transversales y longitudinales)

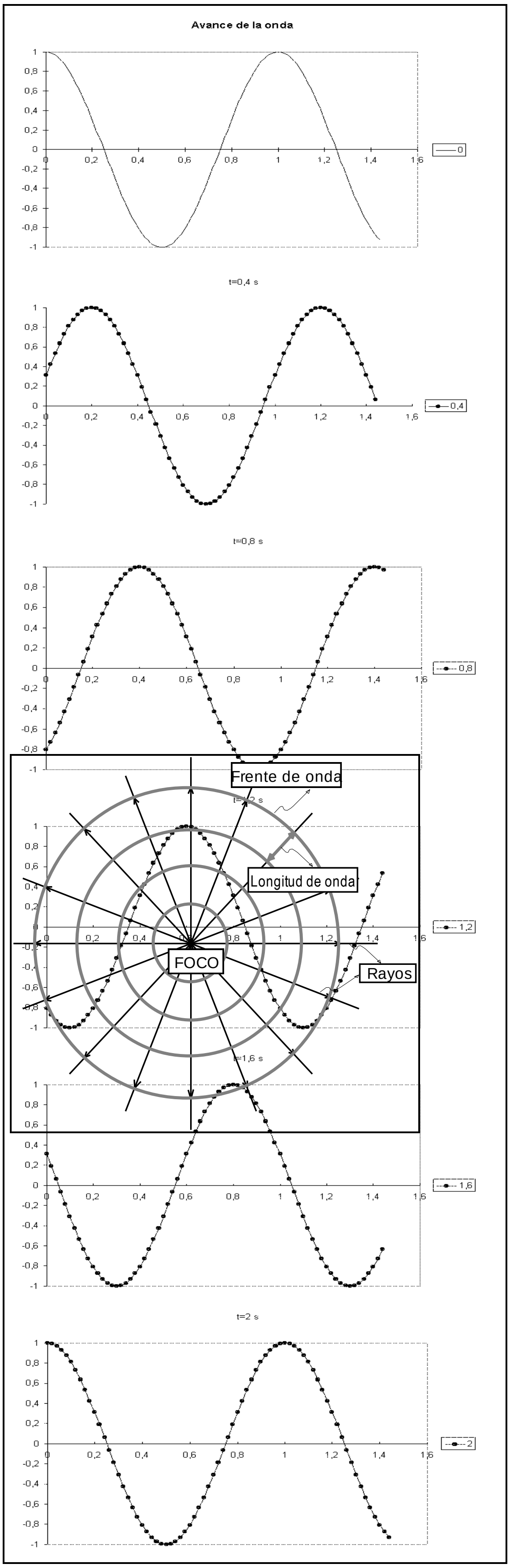


Tipos de ondas	Según el medio de propagación	Mecánicas (Necesitan medio material) Electromagnéticas (Pueden propagarse también en el vacío)
	Según la actividad del foco	Pulso (Perturbación ocasional) Tren de ondas (emisión continua)→ →Armónicas (la perturbación es un M.A.S.)
	Según las dimensiones en que se propagan	Unidimensionales Bidimensionales (planas, circulares...) Tridimensionales (esféricas, cilíndricas...)
	Según la dirección de propagación	Longitudinales Transversales

4 MAGNITUDES CARACTERÍSTICAS DEL MOVIMIENTO ONDULATORIO

Una onda armónica es la producida por la propagación de una vibración armónica simple. Cada punto del medio que es alcanzado por la perturbación describe un movimiento armónico simple que va pasando de una partícula a otra. Mientras que el punto inicial o ***<u>foco</u>*** que origina la vibración mantenga su movimiento, las diferentes partículas del medio estarán oscilando en torno a sus posiciones de equilibrio, constituyendo en conjunto una serie de osciladores armónicos cuyas vibraciones están tanto más retrasadas o descompasadas respecto de la del foco, cuanto mayor sea la distancia a él, o lo que es lo mismo, cuanto más tiempo tarde la perturbación en llegar hasta ellos.

La propagación de una onda armónica en una cuerda da lugar a una sinusoide que avanza a lo largo de ella. A diferencia del M.A.S. el movimiento ondulatorio se propaga o progresa a través del medio. Ello permite introducir una nueva magnitud característica que es exclusiva de este tipo de movimientos y que se denomina ***<u>longitud de onda</u>*** . Si en un instante dado se sacara una fotografía del aspecto que presenta la cuerda por la que se propaga una onda armónica, el resultado sería una línea sinusoidal que constituye el perfil de la onda en ese instante. Otra fotografía tomada un instante posterior mostraría que la sinusoide ha avanzado.



En cualquier caso, la altura de la cuerda tomada con su signo (altura que en este tipo de ondas mide la magnitud o el estado de perturbación) se repite a intervalos iguales de distancia, cada uno de los cuales constituye una longitud de onda. La longitud de onda es, pues, la distancia que separa dos puntos sucesivos del medio que se encuentran en el mismo estado de perturbación. Coincide con el espacio que recorre la onda durante un intervalo de tiempo igual a un periodo, es decir,

espacio = velocidad x tiempo

$$\lambda = v \cdot T \qquad (13.1)$$

Donde *v* es la velocidad, supuesta constante, de avance de la perturbación.

Expresada en términos de frecuencia, la ecuación anterior toma la forma:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} \qquad (13.2)$$

e indica que la longitud de onda λ y la frecuencia ν son dos magnitudes inversamente proporcionales, de modo que cuanto mayor es una, tanto menor es la otra.

En las ondas bi y tridimensionales (aquellas que se propagan por el espacio) un concepto importante es el de *frente de onda*, formado por los puntos del espacio que son alcanzados simultáneamente por la perturbación (es equivalente a decir puntos en igualdad de fase). La forma del frente da nombre a la onda, de esta manera un frente esférico es el de las ondas esféricas, si los frentes son planos, la onda propagada es una onda plana etc. Tanto la luz como el sonido son ondas esféricas. Relacionados con los frentes se encuentran los *rayos* que son las líneas perpendiculares a los frentes. Los rayos definen las direcciones de propagación de la onda.

4.1 La ecuación de una onda armónica

El movimiento ondulatorio puede expresarse en forma matemática mediante una ecuación que describa un movimiento vibratorio avanzando por un medio. Para ello es preciso partir de la ecuación que define la oscilación del foco u origen de la perturbación. Si el movimiento es armónico simple su ecuación correspondiente será:

$$y = A \cdot sen(\omega t + \varphi_0)$$

Donde la elongación se representa, en este caso, por la letra *y*, pues en ondas transversales, como sucede en las cuerdas, equivale a una altura. *(La elección de la letra que designa a la variable es indiferente, podemos usar en cada caso la que nosotros deseemos)*

Dado que la perturbación avanza a una velocidad *v*, en recorrer una distancia *r* invertirá un tiempo $t' = \frac{r}{v}$

Eso significa que el estado de perturbación de cualquier punto *P* situado a una distancia *r* del foco *O* coincidirá con el que tenía el foco *t'* segundos antes (o sea, el punto *P* lleva menos tiempo oscilando que el *O*). Se trata de un tiempo de retardo que indica en cuánto se ha retrasado la perturbación al llegar a *P* respecto del foco.

Por tanto, si en la ecuación de la elongación que describe la situación del foco, se cambia *t* por *t-t'* se obtiene una ecuación que describe el estado de perturbación del punto *P*:

$$y = A \cdot sen\left[\omega(t-t') + \varphi_0\right] \qquad y = A \cdot sen\left[\omega(t-\frac{r}{v}) + \varphi_0\right]$$

Dado que *t* y *r* hacen referencia a instantes genéricos y distancias genéricas respecto del foco *O*, la anterior ecuación describe el estado de perturbación del medio, medido por la altura *y* en cualquier punto y en cualquier instante, lo que constituye una buena descripción matemática de una onda armónica.

El argumento de la función seno correspondiente puede expresarse también en la forma

$$\omega\left(t-\frac{r}{v}\right) = \frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{r}{\lambda/T}\right) = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right)$$

puesto que $\omega = 2\pi/T$ y $v = \lambda/T$; lo cual permite escribir la ecuación de ondas en función de sus parámetros o constantes características, tales como la amplitud *A*, el periodo *T* y la longitud λ.

$$y = A \cdot sen\left[2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{r}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]$$

La ecuación de onda puede referirse a una perturbación genérica que no consista precisamente en una altura, si se sustituye *Y* por la letra griega Ψ que designe la magnitud de la perturbación. Asimismo podemos cambiar el orden en que escribimos los términos correspondientes al tiempo t y la distancia al foco r si modificamos la fase inicial φ (lo mismo podría hacerse si quisiéramos expresar la función en términos de la función coseno). En tal caso, la función de onda podemos escribirla como

$$\psi = A \cdot sen\left[2\pi\left(\frac{r}{\lambda}-\frac{t}{T}\right) + \varphi_0\right]$$ *Para una dimensión x* $$\psi = A \cdot sen\left[\left(\frac{2\pi x}{\lambda}-\frac{2\pi t}{T}\right) + \varphi_0\right]$$

Nosotros utilizaremos:

$$\boxed{\Psi = Asen(\omega t - kx + \varphi_0)}$$

(onda propagándose de izquierda a derecha, sentido positivo de x)

Donde hacemos $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ *(número de ondas: representa las ondas contenidas en una longitud 2π metros)*

en donde Ψ puede representar la alteración, con el tiempo, de propiedades físicas tan diversas como una densidad, una presión, un campo eléctrico o un campo magnético, por ejemplo, y su propagación por el espacio.

Si el sentido de propagación de la onda es el opuesto (hacia la parte negativa de las x) la ecuación sería similar, sólo cambiaría el signo del término **kx**

$$\boxed{\Psi = Asen(\omega t + kx + \varphi_0)}$$

(onda propagándose de derecha a izquierda, sentido negativo de x)

El nombre de los términos y las unidades en que se miden es el siguiente:

ψ	Elongación (perturbación que se estudia)
A	Amplitud de la perturbación. Elongación máxima
k	Número de onda. (rad/m) k=2π/λ. Nº de ondas comprendidas en 2π metros
λ	Longitud de onda (m) Distancia entre dos puntos consecutivos en fase
x	Distancia al foco del punto estudiado (m)

ω	Pulsación. (rad/s) $\omega=2\pi/T$
T	Periodo (s) Tiempo que tarda en repetirse el movimiento de cualquier partícula Equivale a: tiempo que tarda la onda en recorrer una longitud igual a λ
t	Tiempo transcurrido desde el inicio
$\varphi=\omega t+kx+\varphi_0$	Fase (rad)
φ_0	Fase inicial (rad)

Las características del movimiento vibratorio armónico simple (M.A.S.) en un punto del medio definen también las características de la onda correspondiente en ese punto. Así el estado de vibración o de perturbación del medio viene determinado por la ***elongación***; el ***periodo*** *T* de la onda coincide con el periodo del M. A. S. que se propaga, es decir, con el tiempo que emplea una cualquiera de las partículas del medio en efectuar una oscilación completa; la ***frecuencia*** *f* es la inversa del periodo $f = 1/T$ y representa el número de oscilaciones por segundo. La ***amplitud*** *A* representa el máximo desplazamiento que experimenta una partícula del medio respecto de su posición de equilibrio.

Las ondas armónicas son doblemente periódicas, con respecto al tiempo y con respecto a la posición. Son periódicas con respecto al tiempo puesto que si nos fijamos en una partícula determinada, al cabo de T repite la posición observada. Son periódicas con respecto a la posición puesto que si nos fijamos en un instante determinado (por ejemplo haciendo una fotografía) el estado de la perturbación se repite al cabo de λ metros. En ambos casos, la diferencia de fase es 2π rad.

APLICACIÓN DE LA ECUACIÓN DE UNA ONDA

La ecuación de una onda permite determinar el estado de perturbación en cualquier instante y en cualquier punto del medio, por lo que define completamente a la onda correspondiente. En el caso de una onda armónica viene dada por la expresión

$$\boxed{\Psi = Asen(\omega t - kx + \varphi_0) = Asen\left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} + \varphi_0\right)}$$

siendo *A* (amplitud), *T* (periodo) y λ (longitud de onda) las constantes o parámetros que la caracterizan y *t* y x las variables que indican el instante de tiempo considerado y la distancia al foco del punto en el que se desea estudiar la perturbación. Si se conocen *A*, *T* y λ es posible escribir la ecuación de Ψ y viceversa, si se conoce Ψ por comparación pueden identificarse los valores de *A*, *T* y λ.

La ecuación de una onda transversal que se propaga a lo largo de una cuerda viene dada por la expresión

$\Psi = 0{,}1\cdot sen\,\pi\,(2t+4x)$

Se trata de determinar a) la amplitud A *de la onda, b) su periodo* T*, c) su longitud de onda, d) la velocidad de avance de la perturbación, e) la magnitud de la perturbación en un punto que dista 0,2 m del foco al cabo de 0,5 segundos de iniciarse el movimiento. (Todas las cantidades están expresadas en unidades S.I.)*

Para resolver las cuestiones a, b, c basta con identificar la ecuación general con la que corresponde al movimiento ondulatorio concreto que se pretende analizar. Por tanto:

a) Comparando el factor que multiplica en ambas a la función seno resulta A = 0,1 m.

b) Comparando el argumento o ángulo de la función seno, (fase de la onda) resulta:

$$2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)=\pi(2t+4x)$$

En lo que respecta a los coeficientes respectivos de la variable t se tiene:

$$\frac{2\pi}{T}=\pi\cdot 2; T=1\,s$$

c) En lo que respecta a los coeficientes de la variable x:

$$\frac{2\pi}{\lambda}=\pi\cdot 4; \lambda=0{,}5\,m$$

d) La velocidad v es el cociente entre λ y T:

$$v=\frac{\lambda}{T}=\frac{0{,}5}{1}; v=0{,}5\,{}^{m}\!/_{s}$$

e) Sustituyendo los valores de t = 0,5 s y x = 0,2 m en la expresión de Ψ resulta:

$$\Psi = 0{,}1 \cdot \operatorname{sen}\pi(2 \cdot 0{,}5 + 4 \cdot 0{,}2) = -0{,}059 \text{ m}$$

Es decir, en ese punto y en ese instante la magnitud de la perturbación, medida por la altura que alcanza la cuerda, es de 0,06 m.

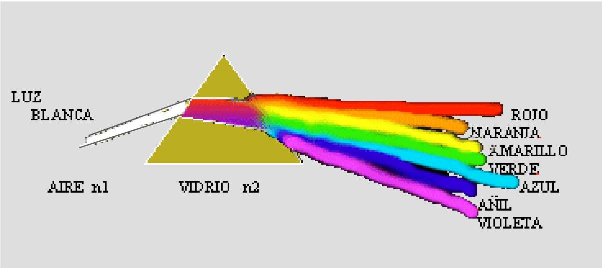
5 TRANSMISIÓN DE LA ENERGÍA EN UN MOVIMIENTO ONDULATORIO

5.1 La propagación de las ondas

El mecanismo mediante el cual una onda mecánica monodimensional se propaga a través de un medio material puede ser descrito inicialmente considerando el caso de las ondas en un muelle. Cuando el muelle se comprime en un punto y a continuación se deja en libertad, las fuerzas recuperadoras tienden a restituir la porción contraída del muelle a la situación de equilibrio. Pero dado que las distintas partes del muelle están unidas entre sí por fuerzas elásticas, la dilatación de una parte llevará consigo la compresión de la siguiente y así sucesivamente hasta que aquélla alcanza el extremo final.

En las ondas en la superficie de un lago, las fuerzas entre las moléculas de agua mantienen la superficie libre como si fuera una película tensa. Tales fuerzas de unión entre las partículas componentes son las responsables de que una perturbación producida en un punto se propague al siguiente, repitiéndose el proceso una y otra vez de forma progresiva en todas las direcciones de la superficie del líquido, lo que se traduce en el movimiento de avance de ondas circulares.

Como puede deducirse del mecanismo de propagación descrito, las propiedades del medio influirán decisivamente en las características de las ondas. Así, la velocidad de una onda dependerá de la rapidez con la que cada partícula del medio sea capaz de transmitir la perturbación a su compañera. Los medios más rígidos dan lugar a velocidades mayores que los más flexibles. En un muelle de baja constante elástica *k* una onda se propagará más despacio que en otra que tenga una *k* mayor. Lo mismo sucede con los medios más densos respecto de los menos densos.



En ocasiones la velocidad de propagación de una onda depende de su longitud de onda. Cuando esto ocurre decimos que el medio en que se propaga la onda es un medio dispersivo. Por ejemplo, en las ondas luminosas: la luz blanca, al atravesar un prisma, se descompone en distintos colores porque cada color (cada λ) presenta distinta velocidad de propagación y según veremos más adelante (epígrafe: Refracción) distinta velocidad provoca un ángulo de desviación distinto. La frecuencia de la onda no se ve afectada por el cambio de medio, es constante.

5.2 Energía e intensidad de una onda

La propagación de una onda lleva consigo un flujo o transporte de energía del foco emisor al medio a lo largo de la dirección en la que la onda avanza. Si la onda es armónica es posible determinar la magnitud de dicho flujo de energía. En un medio elástico el movimiento vibratorio de cada punto se conserva en el tiempo, no hay disipación de la energía de vibración puesto que no existe rozamiento y, por tanto, la energía mecánica total, suma de cinética y potencial, se mantiene constante. Dado que en un M.A.S. la energía total coincide con la energía potencial máxima o con la cinética máxima, para cada partícula del medio alcanzada por la perturbación se cumplirá:

$$E = E_c + E_P = E_P(max.) = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \text{ siendo } \omega = 2\pi\upsilon \text{, es decir: } E = \frac{1}{2}m(2\pi\upsilon)^2 A^2 = 2\pi^2 m\upsilon^2 A^2$$

Es decir, la energía que se propaga en una onda , es directamente proporcional al cuadrado de su amplitud** A² **y al cuadrado de su frecuencia** ν^2**. Las ondas de alta frecuencia serán más energéticas que las de frecuencia baja y lo mismo sucederá con relación a la amplitud.

Se puede calcular la energía de una onda tridimensional por cada unidad de volumen[5] , es decir la densidad de energía.

La potencia de una onda es la energía transmitida por unidad de tiempo. Se mide en vatios (W)

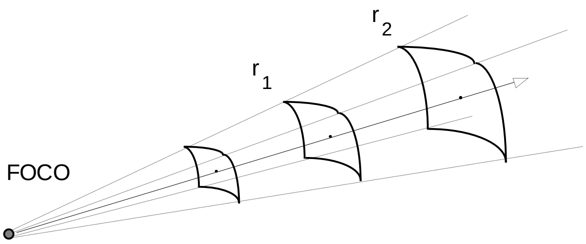
Este concepto es más adecuado que el de energía en muchos casos para tener una idea sobre la propagación: imaginemos una bombilla de 60 W (foco luminoso) que emite durante 10 h; la energía es la misma que la que emitiría un foco de 600 W en 1 hora pero sabemos que en este último caso hay mejor iluminación en la habitación.

La intensidad I de un movimiento ondulatorio representa la energía que atraviesa cada segundo la unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación. En otras palabras, es la potencia por unidad de superficie. Se mide en W/m² en el S.I.

Este concepto también clarifica el concepto de acción de la onda en un punto concreto, por ejemplo: el mismo foco de 600 W que antes citamos provoca una intensidad mayor si nos situamos a 1 m que si nos situamos a 10 m (la potencia del foco es única pero la intensidad de la onda es mucho mayor cerca de él). O bien si imaginamos un altavoz de 100 W a 1 m de distancia nos puede aturdir (intensidad muy grande) pero si estamos a 100 m puede que sólo lo oigamos como un rumor (intensidad muy pequeña).

Para una onda esférica podemos escribir:

$$P = \frac{E}{t}; I = \frac{P}{S} = \frac{E}{S \cdot t}; I = \frac{P}{S} = \frac{E}{4\pi r^2 \cdot t}$$



Si consideramos dos superficies esféricas situadas a distancias diferentes del foco r_1 y r_2, la energía que llega a ellas cada segundo será:

$E_1 = I_1 \cdot 4\pi r_1^2 \cdot 1$ y $E_2 = I_2 \cdot 4\pi r_2^2 \cdot 1$

pero si el medio es elástico la energía que atraviesa cada esfera será la misma , puesto que entre ellas no se produce pérdida sino que se transmite íntegramente. Por tanto

$I_1 \cdot 4\pi r_1^2 \cdot 1 = I_2 \cdot 4\pi r_2^2 \cdot 1$ o sea

$$\boxed{I_1 \cdot r_1^2 = I_2 \cdot r_2^2; \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}}$$

Esto significa que la intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al foco

En cuanto a la amplitud, podemos razonar de la siguiente forma: la intensidad de una onda es directamente proporcional a la energía y la energía es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud, luego la intensidad es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud[6].

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{A_1^2}{A_2^2}; \quad pero \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \quad \rightarrow \frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} \text{ luego en ondas esféricas } \boxed{\frac{A_1}{A_2} = \frac{r_2}{r_1}}$$

En una onda esférica la amplitud es inversamente proporcional a la distancia (disminuye linealmente)

La ecuación de una onda esférica se puede escribir como:

$$\Psi = \frac{A_0}{r} \cdot sen\left[\omega t - k\ r + \ \varphi_0\right]$$ (siendo A_0 la amplitud con que emite el foco)

---

[5] *Si n es el número de partículas contenido en la unidad de volumen del medio alcanzado por la perturbación, la energía de vibración acumulada en dicho volumen unidad será:*

$$E_v = n \cdot E = 2\pi^2 mn\nu^2 A^2 = 2\pi^2 \rho \nu^2 A^2$$

donde ρ representa la densidad del medio y coincide con el producto de m · n, es decir, con la masa de las partículas contenidas en una unidad de volumen.

[6] *La intensidad equivaldrá a la energía total de vibración contenida en un cilindro obtenido cuando una superficie unidad avanza una longitud igual a la que recorre la onda en un segundo. Dicho volumen, igual al producto de la base por la altura, coincidirá con la velocidad* v *de la onda:*

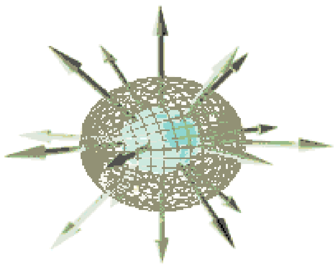
$$V = base \times altura = 1\ m^2 \times v \cdot 1\ s = v$$

y por tanto la intensidad vendrá dada por el producto de E_v *por* V:

$$I = E_v \cdot V = 2\pi^2 \rho \nu^2 A^2 v$$

Es decir, la intensidad de un movimiento ondulatorio, como la energía asociada a la onda, es directamente proporcional al cuadrado de su amplitud A *y al cuadrado de su frecuencia* ν.

5.3 Atenuación y absorción



Cuando se propaga una onda esférica la transmisión de energía se produce desde un frente hacia otro con una mayor cantidad de partículas (las esferas son cada vez mayores). Por tanto, aunque la energía transmitida se conserva, a medida que el frente se aleja del foco cada partícula oscila con menor energía y la amplitud es menor según se ha deducido antes. A este fenómeno se le denomina ***atenuación de la onda***: disminución de su amplitud por razones geométricas, aunque no exista pérdida de energía por rozamiento, sino un reparto entre una mayor cantidad de partículas.

Ningún medio material es perfectamente elástico. Las partículas que lo forman en mayor o menor grado rozan entre sí, de modo que parte de la energía que se transmite de unas a otras se disipa en forma de calor. Esta pérdida de energía mecánica se traduce, al igual que en el caso de las vibraciones, en un amortiguamiento, o sea, en menor amplitud. Sin embargo, en el estudio de las ondas en las condiciones más sencillas prescindiremos de estos efectos del rozamiento. El fenómeno de pérdida de energía por rozamiento entre partículas se denomina ***absorción*** y depende del medio en que se propague la onda.

(Hay medios más absorbentes que otros: el sonido de una sala cinematográfica no conviene que se refleje en las paredes para evitar problemas de audición por ecos, esto se evita con materiales absorbentes como moquetas, telas etc.) La absorción depende también del espesor del medio que debe atravesar la onda y disminuye exponencialmente con la distancia. Se puede calcular la intensidad de la onda transmitida mediante la ley de Lambert-Beer $I=I_0e^{-\beta x}$ *donde* β *es el coeficiente de absorción del medio y x su espesor.*

La propagación de una onda, según se ha comentado antes, se realiza en general con rozamiento entre partículas, o sea con disminución de la energía mecánica transmitida .

6 FENÓMENOS ONDULATORIOS

Las propiedades de las ondas se manifiestan a través de una serie de fenómenos que constituyen lo esencial del comportamiento ondulatorio. Así, las ondas rebotan ante una barrera (reflexión), cambian de dirección cuando pasan de un medio a otro (refracción), suman sus efectos de una forma muy especial (interferencias) y pueden salvar obstáculos o bordear las esquinas (difracción).

6.1 El principio de Huygens

La explicación de los fenómenos ondulatorios puede hacerse de forma sencilla sobre la base de un principio propuesto por Christian Huygens (1629-1695) para ondas luminosas, pero que es aplicable a cualquier tipo de ondas. La observación de que las ondas en la superficie del agua se propagaran de una forma gradual y progresiva suscitó en Huygens la idea de que la perturbación en un instante posterior debería ser producida por la perturbación en otro anterior. Este fue el germen del siguiente principio general de propagación de las ondas que lleva su nombre:

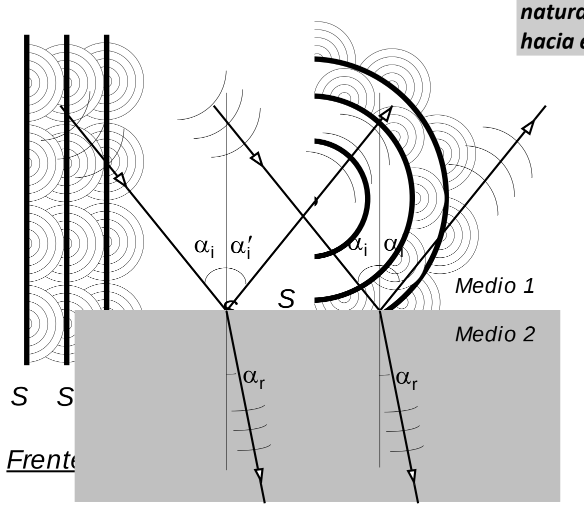
«Cada uno de los puntos de un frente de ondas puede ser considerado como un nuevo foco emisor de ondas secundarias que avanzan en el sentido de la perturbación y cuya envolvente en un instante posterior constituye el nuevo frente.»

La aplicación del principio de Huygens se lleva a efecto mediante un método puramente geométrico conocido como *método de construcción de Huygens.* En el caso de una onda bidimensional circular producida por un foco o fuente puntual la aplicación de este método sería como sigue.

Si *S* es el frente de ondas correspondiente a un instante cualquiera *t*, según el principio de Huygens, cada punto de *S* se comporta como un emisor de ondas secundarias también circulares. Al cabo de un intervalo de tiempo *t* los nuevos frentes formarán una familia de circunferencias S_i, con sus centros situados en cada uno de los puntos de *S* y cuyo radio $r = v \cdot \Delta t$ será el mismo para todas ellas si la velocidad *v* de propagación es igual en cualquier dirección. La línea *S'* tangente a todos los frentes secundarios S_i y que los envuelve resulta ser otra circunferencia y constituye el nuevo frente de ondas para ese instante posterior $t = t + \Delta t$.

6.2 Reflexión y refracción de las ondas

Propagación de una onda según Huygens



α_i *:Ángulo de incidencia*

α_i' *:Ángulo de reflexión* α_r *:Ángulo de refracción*

El medio 1 es más rápido que el medio 2 $v_1 > v_2$

***Cuando una onda alcanza la superficie de separación de dos medios de distinta naturaleza se producen, en general, dos nuevas ondas, una que retrocede hacia el medio de partida y otra que atraviesa la superficie límite y se propaga en el segundo medio. El primer fenómeno se denomina* reflexión *y el segundo recibe el nombre de* refracción.**

En las ondas monodimensionales como las producidas por la compresión de un muelle, la reflexión lleva consigo una inversión del sentido del movimiento ondulatorio. En las ondas bi o tridimensionales la inversión total se produce únicamente cuando la incidencia es normal, es decir, cuando la dirección, en la que avanza la perturbación es perpendicular a la superficie reflectante. Si la incidencia es oblicua se produce una especie de rebote, de modo que el movimiento ondulatorio reflejado cambia de dirección, pero conservando el valor del ángulo que forma con la superficie límite.

El fenómeno de la refracción se debe a un cambio en la velocidad de propagación de la onda, cambio asociado al paso de un medio a otro de diferente naturaleza o de diferentes propiedades. Este cambio de velocidad da lugar a un cambio en la dirección del movimiento ondulatorio. Como consecuencia, la onda refractada se desvía un cierto ángulo respecto de la incidente.

6.2.1 Leyes de la reflexión y la refracción.

Son las leyes de Snell y afirman lo siguiente:

1. Los tres rayos, incidente, reflejado y refractado, así como la normal a la superficie de separación se encuentran en el mismo plano.
2. El ángulo que forma el rayo incidente con la normal y el que forma el rayo reflejado con la normal son iguales. $\alpha_i = \alpha_i'$
3. El ángulo que forma el rayo incidente con la normal y el que forma el rayo refractado con la normal cumplen la relación: $$\frac{sen\,\alpha_r}{sen\,\alpha_i} = \frac{v_2}{v_1} = n$$

   n es el ***índice de refracción*** del medio 2 con respecto al 1. Se define como el cociente de las velocidades de propagación de la onda en cada medio. En el caso de la luz y de las restantes ondas electromagnéticas, el índice de refracción absoluto se define con respecto al vacío, donde la velocidad es c=300.000 km/s y el índice es n=c/v siempre mayor que la unidad puesto que en el vacío la velocidad de la luz alcanza su valor máximo.

En el caso de las ondas sonoras, la reflexión en una pared explica el fenómeno del eco. *Si la distancia a la pared es suficiente, es posible oír la propia voz reflejada porque el tiempo que emplea el sonido en ir y volver permite separar la percepción de la onda incidente de la reflejada. El oído humano sólo es capaz de percibir dos sonidos como separados si distan uno respecto del otro más de 0,1 segundos, de ahí que para que pueda percibiese el eco la superficie reflectora debe estar separada del observador 17 metros por lo menos, cantidad que corresponde a la mitad de la distancia que recorre el sonido en el aire en ese intervalo de tiempo (17 m = 340 m/s · 0,1 s/2).*

En los espacios cerrados, como las salas, el sonido una vez generado se refleja sucesivas veces en las paredes, dando lugar a una prolongación por algunos instantes del sonido original. Este fenómeno se denomina reverberación *y empeora las condiciones acústicas de una sala, puesto que hace que los sonidos anteriores se entremezclen con los posteriores. Su eliminación se logra recubriendo las paredes de materiales, como corcho o moqueta, que absorben las ondas sonoras e impiden la reflexión.*

La refracción se presenta con cierta frecuencia debido a que los medios no son perfectamente homogéneos, sino que sus propiedades y, por lo tanto, la velocidad de propagación de las ondas en ellos, cambian de un punto a otro. La propagación del sonido en el aire sufre refracciones, dado que su temperatura no es uniforme. Lo mismo ocurre con la luz. En un día soleado las capas de aire próximas a la superficie terrestre están más calientes que las altas y la velocidad del sonido, que aumenta con la temperatura, es mayor en las capas bajas que en las altas. Ello da lugar a que el sonido, como consecuencia de la refracción, se desvíe hacia arriba. En esta situación la comunicación entre dos personas suficientemente separadas se vería dificultada. El fenómeno contrario ocurre durante las noches, ya que la Tierra se enfría más rápidamente que el aire. En el caso de la luz, la refracción produce los espejismos. Las correcciones de defectos ópticos mediante lentes se deben también a la refracción producida al atravesar la luz un medio donde circula más lentamente (el cristal).

6.3 Interferencias

El fenómeno de superposición de ondas recibe el nombre de *interferencias* y constituye uno de los más representativos del comportamiento ondulatorio La interferencia consiste en la coincidencia en el mismo punto del espacio de dos o más ondas procedentes de distintos focos. La interferencia más interesante se produce cuando las ondas son emitidas por focos coherentes (tienen la misma frecuencia y al emitirse lo hacen con una diferencia de fase constante).

6.3.1 La diferencia de fase y las interferencias

Lo esencial del fenómeno de interferencias consiste en que la suma de las dos ondas supuestas de igual amplitud no da lugar necesariamente a una perturbación de amplitud doble, sino que el resultado dependerá de lo retrasada o adelantada que esté una onda respecto de la otra. Se dice que dos ondas alcanzan un punto dado *en fase* cuando ambas producen en él oscilaciones sincrónicas o acompasadas. Lo mismo sucede cuando la diferencia entre ellas es un ciclo completo, o dos, o tres... ($n\cdot 2\pi$) En tal caso la oscilación resultante tendrá una amplitud igual a la suma de las amplitudes de las ondas individuales, y la interferencia se denomina *constructiva* porque en la onda resultante se refuerzan los efectos individuales. Si por el contrario las oscilaciones producidas por cada onda en el punto considerado están contrapuestas, las ondas llegan en *oposición de fase* y la oscilación ocasionada por una onda será neutralizada por la debida a la otra. Para que las oscilaciones se contrapongan deben estar desfasadas en ½ ciclo o 3/2 ciclo... [$(2n-1)\cdot\pi$] En esta situación la interferencia se denomina *destructiva.(Este fenómeno es el que se produce en el conocido dicho "Luz más luz da oscuridad").*

Si se consideran ondas armónicas unidimensionales y de igual frecuencia, el fenómeno de interferencias puede ser entendido como una consecuencia de las diferencias de distancia de un punto cualquiera *P* del medio considerado a los dos focos O_1 y O_2 . Si en la diferencia entre $\overline{O_1P}$ *y* $\overline{O_2P}$ cabe un número entero de ondas completas (de longitudes de onda), eso significa que las ondas individuales llegan en fase a *P*. Si por el contrario cabe un número impar de medias ondas (de semilongitudes de onda $\lambda/2$), equivale a decir que las ondas individuales llegan en oposición de fase.

De acuerdo con lo anterior, según sea la posición del punto *P* del medio respecto de los focos, así será el tipo de interferencias constructiva o destructivo que se darán en él. Cuando se estudia el medio en su conjunto se aprecian puntos en los que ha habido refuerzo y puntos en los que ha habido destrucción mutua de las perturbaciones. Cada uno de tales conjuntos de puntos forman líneas alternativas. El conjunto de líneas de máxima y mínima amplitud de oscilación resultante constituye el esquema o *patrón de interferencias.*

Las interferencias se pueden analizar mediante el *Principio de Superposición*: **la perturbación resultante en cada punto del espacio es la suma de las perturbaciones provocadas por cada onda en ese punto** (o sea, las elongaciones).

$$\left.\begin{array}{l} y_1 = Asen(\omega t - kx_1 + \varphi) \\ y_2 = Asen(\omega t - kx_2 + \varphi) \end{array}\right\} y_1 + y_2 = A[sen(\omega t - kx_1 + \varphi) + sen(\omega t - kx_2 + \varphi)]$$

Recordando la relación trigonométrica que nos da la suma de senos:

$sena + senb = 2sen\frac{a+b}{2}\cos\frac{a-b}{2}$ tendríamos:

$$y_1 + y_2 = A\left[2sen\frac{(\omega t - kx_1 + \varphi) + (\omega t - kx_2 + \varphi)}{2} cos\frac{(\omega t - kx_1 + \varphi) - (\omega t - kx_2 + \varphi)}{2}\right]$$

$$y_1 + y_2 = A\left[2sen\frac{2\omega t - k(x_1 + x_2) + 2\varphi}{2} cos\frac{k(x_2 - x_1)}{2}\right] = 2Acos\frac{k(x_2 - x_1)}{2} sen\left(\omega t + \varphi - k\frac{(x_1 + x_2)}{2}\right)$$

Esta ecuación se puede identificar con la de una onda de amplitud variable (depende de la diferencia entre x_2 y x_1) emitida por un foco que está a una distancia media entre la que hay al foco 1 y al 2. Tiene la misma frecuencia y la misma longitud de onda que las ondas que interfieren.

$$Amplitud\ de\ la\ interferencia\ resultante: 2Acos\frac{k(x_2 - x_1)}{2}$$

6.3.2 Interferencia constructiva

La amplitud resultante alcanzará <u>máximos</u> cuando el coseno tenga un valor de ±1, es decir cuando el ángulo tenga valores 0,π, 2π, 3π...nπ (nº entero · π) lo que significa:

$\frac{k(x_2-x_1)}{2} = n\pi;\ \frac{2\pi}{\lambda}\frac{(x_2-x_1)}{2} = n\pi;\frac{(x_2-x_1)}{\lambda} = n$, o sea:

$$\boxed{(x_2 - x_1) = n\lambda}$$

Hay interferencia constructiva cuando la diferencia de caminos recorridos por las ondas es un número entero de veces la longitud de onda.

Esto es equivalente a decir (como ahora veremos) que la diferencia de fase entre ellos es 0 o un número entero de ciclos.

Si la diferencia de fase es 0 (las ondas llegan en la misma elongación de su ciclo) o si se diferencian en 1, 2, 3 etc. ciclos completos (2π) se reforzarán entre sí. Podemos poner

$$(\omega t - kx_1 + \varphi) - (\omega t - kx_2 + \varphi) = n2\pi; kx_2 - kx_1 = n2\pi; k(x_2 - x_1) = n2\pi; \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = 2\pi n$$

$x_2 - x_1 = n\lambda$ y el resultado obtenido coincide con el anterior.

6.3.3 Interferencia destructiva

La amplitud resultante alcanzará <u>mínimos</u> cuando el coseno tenga un valor de 0, es decir cuando el ángulo tenga valores π/2, 3π/2, 5π/2...(2n-1)π/2 (nº impar · π/2) lo que significa:

$\frac{k(x_2-x_1)}{2} = (2n-1)\frac{\pi}{2};\ \frac{2\pi}{\lambda}\frac{(x_2-x_1)}{2} = (2n-1)\frac{\pi}{2};\frac{(x_2-x_1)}{\lambda} = (2n-1)\frac{1}{2}$, o sea

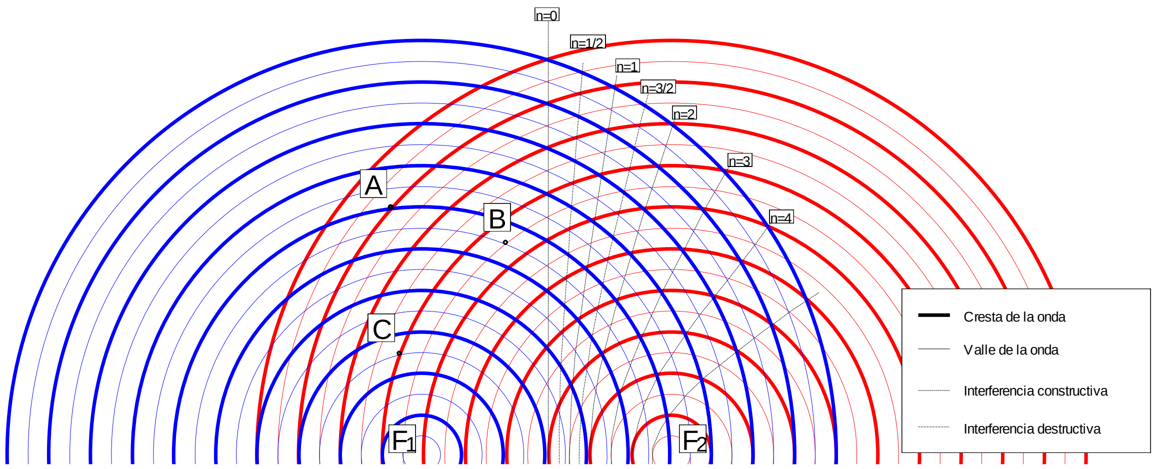
$$\boxed{(x_2 - x_1) = (2n-1)\frac{\lambda}{2}}$$

Hay interferencia destructiva cuando la diferencia de caminos recorridos por las ondas es un número impar de veces la semilongitud de onda (mitad de la longitud).

Esta afirmación equivale a decir que la diferencia de fase entre ellos es π, 3π, 5π ... (fases opuestas). Cuando las fases son opuestas las ondas llegan con elongaciones de signo contrario y el efecto resultante será de menor intensidad. Podemos poner

$$(\omega t - kx_1 + \varphi) - (\omega t - kx_2 + \varphi) = (2n-1)\pi; kx_2 - kx_1 = (2n-1)\pi; k(x_2 - x_1)$$
$$= (2n-1)\pi; \frac{2\pi}{\lambda}(x_2 - x_1) = (2n-1)\pi$$
$$x_2 - x_1 = (2n-1)\frac{\lambda}{2}$$

y el resultado obtenido coincide con el anterior.

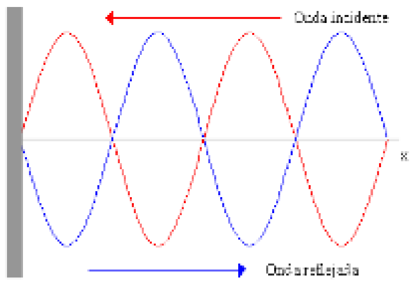


Punto A:	**Punto B:**	**Punto C:**
Distancia al foco 2: x_2=9λ (Cresta)	Distancia al foco 2: x_2=6,5λ (Valle)	Distancia al foco 2: x_2=7λ (Cresta)
Distancia al foco 1: x_1=6λ (Cresta)	Distancia al foco 1: x_1=5,5λ (Valle)	Distancia al foco 1: x_1=2,5λ (Valle)
Difer. de camino: x_2-x_1=3λ	Difer. de camino: x_2-x_1=λ	Difer. de camino: x_2-x_1=4,5λ
Tipo de Interferencia: *Constructiva*	Tipo de Interferencia: *Constructiva*	Tipo de Interferencia: *Destructiva*

Si se hace sonar un silbato en un recinto cuyas paredes reflejen bien el sonido, la superposición de las ondas incidente y reflejada daría lugar a un fenómeno de interferencias. Un observador que se desplazara por la sala, distinguiría unas posiciones en las cuales la intensidad del sonido percibido es máximo de otras en donde es prácticamente nulo. Para una frecuencia constante la intensidad del sonido fisiológico depende del cuadrado de la amplitud, pero no de la elongación, de modo que el oído no capta la vibración, sino que percibe una sensación regular que en los fenómenos de interferencia cambia de magnitud con la posición.

6.4 Ondas estacionarias

Las ondas estacionarias son un caso particular de interferencia. Se originan cuando se superponen dos trenes de ondas que se propagan en sentidos opuestos por el mismo medio.



Un caso típico de ondas estacionarias se produce en una cuerda que propaga una onda viajera. Si al llegar a un extremo se refleja, cambia su sentido y además se produce un cambio de fase de 180º[7], de forma que la elongación resultante en ese punto sea cero. Los frentes incidentes interfieren con los reflejados. Esto ocurre en el caso de una cuerda de guitarra o de piano. La interferencia se puede calcular.

Recordemos que $sen(A) - sen(B) = 2sen\frac{A-B}{2}cos\frac{A+B}{2}$

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= Asen(\omega t + kx) \\ y_2 &= -Asen(\omega t - kx) \end{aligned}\right\} y_1+y_2 = A[sen(\omega t + kx) - sen(\omega t - kx)] = 2Asen\left(\frac{2kx}{2}\right)cos\frac{2\omega t}{2}$$

$$y_{resultante} = 2Asen(kx)\cos(\omega t) = A(x)\cos(\omega t)\,, siendo\ A(x) = 2Asen(kx)$$

El resultado es una perturbación que ya no tiene la forma de una onda armónica, sino que tiene una amplitud dependiente de la posición. O sea hay partículas que oscilan con mucha amplitud (el doble de la original) y partículas que no oscilan en absoluto (siempre se encuentran quietas). En una onda estacionaria, en realidad no hay propagación de energía, sino que existe un intercambio de energía cinética y potencial para cada partícula del medio, es un estado de vibración.

Los puntos que permanecen siempre en reposo, (A=0) se denominan ***nodos*** de la onda. Los puntos de máxima amplitud se denominan ***vientres*** de onda.

La condición de nodo implica que

$$A_{res} = 2Asenkx = 0; kx = 0, \pi, 2\pi, 3\pi \ldots n\pi; \frac{2\pi}{\lambda}x = 0, \pi, 2\pi, 3\pi \ldots n\pi; \frac{2}{\lambda}x = 0,1,2\ldots n \quad \boxed{x_{nodo} = 0, \frac{\lambda}{2}, 2\frac{\lambda}{2}, 3\frac{\lambda}{2}\ldots}$$

La separación entre dos nodos consecutivos es la mitad de la longitud de onda, λ/2

Para los vientres, la separación sería:

$$A_{res} = 2Asenkx = \pm 2A; kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}..; \frac{2\pi}{\lambda}x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}.; \frac{2}{\lambda}x = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}.; \quad \boxed{x_{vientre} = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}\ldots;}$$

La separación entre dos vientres consecutivos es también λ/2. Entre un nodo y el vientre inmediato la distancia es λ/4.

Las ondas estacionarias son frecuentes en la vida cotidiana. Son las que se producen en los instrumentos musicales de cuerda o de viento. En las figuras que se adjuntan se ven distintos modos de vibración para cuerdas que están fijas por los dos extremos o sólo por uno de ellos. Los tubos sonoros se comportan en una forma similar. La longitud de la cuerda (o del tubo sonoro) determina la frecuencia de la onda. Se encuentran también ondas estacionarias con vientres en cada uno de los extremos. Para una cuerda fija (por uno o dos extremos):

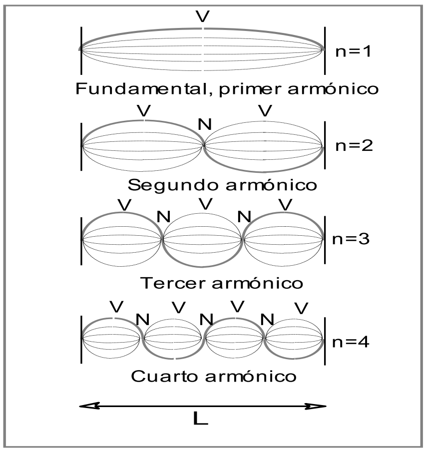
$$Dos\ extremos\ fijos \rightarrow Fundamental: \frac{\lambda_0}{2} = L; \lambda_0 = 2L; \upsilon_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{v}{2L} \quad ;2^o\ Armonico: 2\frac{\lambda_2}{2} = L; \lambda_2 = L; \upsilon_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{v}{L}$$

$$Un\ extremo\ fijo \rightarrow Fundamental: \frac{\lambda_0}{4} = L; \lambda_0 = 4L; \upsilon_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{v}{4L} \quad ;3^{er}\ Armonico: 3\frac{\lambda_2}{4} = L; \lambda_2 = \frac{4}{3}L; \upsilon_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{3v}{4L}$$

[7] *Al reflejarse una onda transversal en un punto fijo experimenta un cambio de fase de 180º. El signo menos de y_2 aparece porque sen(180+α)=-senα*

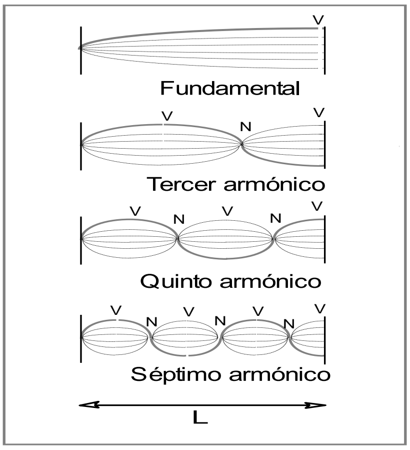
6.5 La difracción

Ondas estacionarias en ur
sujeta por los dos extrer



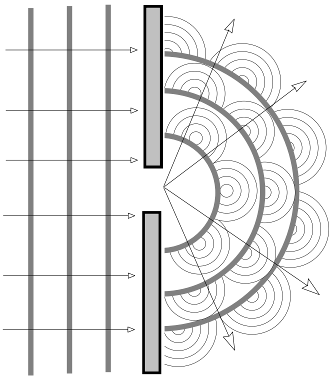
La difracción consiste en la desviación de los rayos de una onda provocada por un obstáculo o un orificio de tamaño comparable a la longitud de dicha onda (λ). Si el tamaño del obstáculo o del orificio no es parecido a λ, no se aprecia difracción.

Ondas estacionarias en
sujeta por un extrem

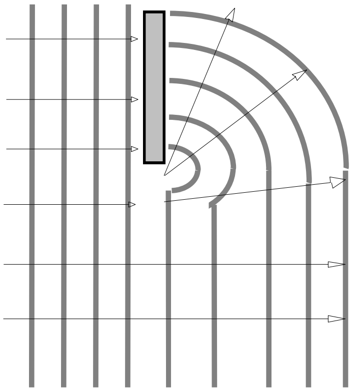


Las ondas son capaces de traspasar orificios y bordear obstáculos interpuestos en su camino. Esta propiedad característica del comportamiento ondulatorio puede ser explicada como consecuencia del principio de Huygens y del fenómeno de interferencias (la difracción se puede explicar como el resultado de la interferencia de multitud de ondas).

Difracción por un orificio



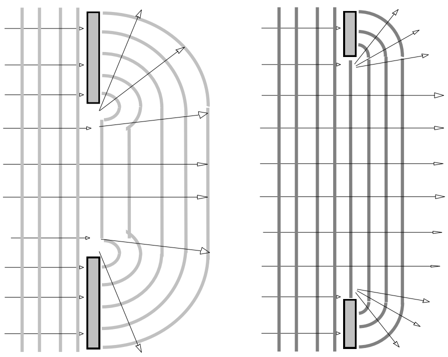
Difracción por el borde de un obstáculo



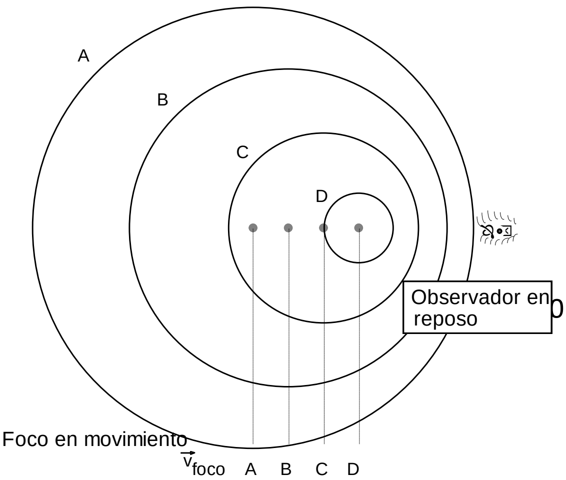
Frente plano *Frente circular*

Así, cuando una fuente de ondas alcanza una placa con un orificio o rendija central, cada punto de la porción del frente de ondas limitado por la rendija se convierte en foco emisor de ondas secundarias todas de idéntica frecuencia. Los focos secundarios que corresponden a los extremos de la abertura generan ondas que son las responsables de que el haz se abra tras la rendija y bordee sus esquinas. En los puntos intermedios se producen superposiciones de las ondas secundarias que dan lugar a zonas de intensidad máxima y de intensidad mínima típicas de los fenómenos de interferencias.

Difracción por una rendija: apreciable sólo cuando el tamaño es parecido a λ



La difracción de las ondas depende de la relación existente entre el tamaño de la rendija o del obstáculo y la longitud de onda. Así, una rendija cuya anchura sea del orden de la longitud de la onda considerada, será completamente bordeada por la onda incidente y, además, el patrón de interferencias se reducirá a una zona de máxima amplitud idéntica a un foco. Es como si mediante este procedimiento se hubiera seleccionado uno de los focos secundarios descritos por Huygens en el principio que lleva su nombre.



6.6 El efecto Doppler

La frecuencia de un sonido está determinada por la frecuencia de la vibración que lo origina siempre que el foco que lo emite y el observador que lo percibe estén ambos en reposo. Cuando el foco o el observador, están en movimiento, el sonido percibido presenta una frecuencia que depende de la velocidad relativa. Un observador situado ante la vía del tren aprecia que el sonido emitido por el silbato de una locomotora que pasa delante de él a gran velocidad es más agudo cuando se acerca (mayor frecuencia, ν) y más grave cuando se aleja (menor frecuencia). Lo mismo podemos decir con respecto al sonido que se percibe cuando se acerca un coche de carreras y cuando ese mismo vehículo se aleja.

El efecto Doppler consiste en la percepción de la onda por un observador en movimiento con una frecuencia distinta a la emitida por el foco, debido al movimiento relativo entre ambos.

Fue explicado por primera vez en 1842 por el físico austríaco Christian Doppler (1803-1853). Más adelante se descubrió que en las ondas luminosas, también se produce este efecto de tal manera que el movimiento relativo del foco y el observador modifica el color de la luz apreciada con respecto a la emitida: si el observador y el foco se acercan la frecuencia observada es mayor que la emitida (menor $\lambda \rightarrow$ desplazamiento hacia el azul) mientras que si el observador y el foco se alejan la frecuencia observada es menor (mayor $\lambda \rightarrow$ desplazamiento hacia el rojo). Este hecho se puede utilizar para medir la velocidad relativa con que las galaxias se mueven con respecto a nosotros y el hecho de que para casi todas ellas el desplazamiento se produce hacia el rojo es una prueba a favor de un universo en expansión.

Si, como en el caso de la locomotora, el observador *O* está en reposo y el foco emisor *F* de ondas sonoras está en movimiento, sucede que, debido al avance del foco, los frentes de ondas se comprimen en el sentido del movimiento. Es como si cada frente de ondas tendiera a alcanzar al emitido en un instante anterior. Lo contrario sucede en el sentido opuesto al movimiento y los frentes de ondas se separan. El movimiento del foco da lugar, en definitiva, a frentes de ondas excéntricos.

El cambio en la distancia entre los frentes de ondas equivale a una modificación en la longitud de onda λ correspondiente y consiguientemente en la frecuencia observada. La nueva ν' puede expresarse en términos matemáticos en la forma

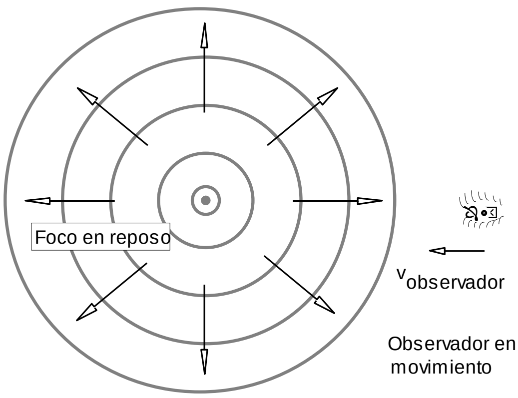
$$\upsilon' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda \pm v_F T}$$

donde v es la velocidad del sonido y v_F la velocidad del foco. El término $v_F \cdot T$ representa el espacio que recorre el foco en un intervalo de tiempo igual a un periodo T y, por tanto, la corrección que hay que aplicar a la longitud de onda λ (espacio recorrido por el sonido en un periodo T) medida en ausencia de movimiento. Dicha corrección es positiva cuando el foco se aleja del observador y negativa cuando se acerca a él.
Expresando la anterior ecuación de modo que figure en ella la frecuencia $\upsilon = v/\lambda$ del sonido que se percibiría si el foco estuviera en reposo, se tiene sin más que dividir numerador y denominador por λ:

$$\nu' = \frac{v/\lambda}{(\lambda \pm v_F T)/\lambda} = \frac{\nu}{1 \pm \frac{v_F}{v}} \quad \begin{matrix} -\text{si F se acerca a O} \\ +\text{si F se aleja de O} \end{matrix}$$

Esta fórmula predice un salto de frecuencia de un tono musical completo si el foco pasa por delante del observador a 67 km/h. El propio Doppler organizó experimentos con trompetas dispuestas en vagones para comprobar la validez de sus explicaciones teóricas. Músicos profesionales, expertos en la apreciación de los tonos, hicieron las veces de instrumentos de medida de los saltos de frecuencia en sus experiencias.

Si es el observador el que se desplaza a una velocidad v_O estando el foco en reposo, los frentes de onda mantienen en este caso su carácter concéntrico, pero la frecuencia percibida, es decir, el número de frentes que llegan al observador en la unidad de tiempo, será diferente. Cuando el observador se acerca al foco percibe más frentes cada segundo (mayor frecuencia) y lo contrario al alejarse.



Si el observador se acerca al foco las velocidades de ambos se sumarán y se restarán si se aleja de él. Por tanto:

$\upsilon' = \frac{v \pm v_0}{\lambda}$ *expresión que puede escribirse en la forma:* $\upsilon' = \frac{v}{\lambda} \pm \frac{v_0}{\lambda} = \frac{v}{\lambda}\left(1 \pm \frac{v_0}{v}\right)$

es decir:

$$\upsilon' = \upsilon\left(1 \pm \frac{v_0}{v}\right) \begin{matrix} + \text{si O se acerca a F} \\ - \text{si O se aleja de F} \end{matrix}$$

siendo ν' la frecuencia percibido por el observador y ν la frecuencia emitida por el foco.

6.7

A

absorción, 11
amplitud, 1, 2, 7, 8, 9, 10, 11, 14, 15, 16, 18
atenuación de la onda, 11

C

Constante de fase, 2
constructiva, 14

D

destructiva, 14

E

elongación, 2, 7, 8, 15, 16
en fase, 14
energía de una onda, 10

F

fase, 1, 2, 7, 8, 9, 14, 15
Fase, 8
Fase inicial, 2, 8
foco, 6
frecuencia, 2, 8
frecuencia angular. *Véase* pulsación
frente de onda, 7
fuerza elástica, 1

I

índice de refracción, 13
instrumentos musicales, 17
intensidad I, 10

L

ley de Hooke, 1
leyes de Snell, 13
longitud de onda, 6
luz, 4, 5, 7, 10, 13, 14, 18

M

medio dispersivo, 10

N

nodos, 16
normal, 13
número de ondas, 8

O

olas, 5
onda armónica, 6
onda longitudinal, 5
ondas electromagnéticas, 4
ondas mecánicas, 4
ondas transversales, 5
oposición de fase, 14

P

periodo, 2, 8
Periodo, 8
potencia de una onda, 10
Principio de Superposición, 14
prisma, 10
Pulsación, 2, 8
pulso, 5

R

rayos, 7

S

sonido, 4, 5, 7, 11, 13, 16, 18, 19

T

tren de ondas, 5
tubos sonoros, 17

U

universo en expansión, 18

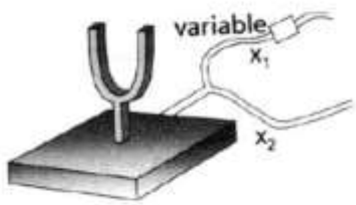
V

vientres, 16

6.8 APLICACIÓN DE LA NOCIÓN DE INTERFERENCIAS

El resultado de la superposición de dos movimientos ondulatorios de igual frecuencia en un punto determinado del medio depende de la relación existente entre las diferencias de distancias entre los focos respectivos y el punto considerado. Llamando a dicha diferencia, las condiciones de máximo y de mínimo en el movimiento resultante se pueden escribir en la forma:
MÁXIMO: $\Delta r = n\lambda$; $n=0,1,2,3,...$ (La diferencia de caminos en un numero entero de veces λ)
MÍNIMO: $\Delta r = (2n+1)\lambda/2$; $n=0,1\ 2,3,...$ (La diferencia de caminos es un número semientero de veces λ)

Un ejemplo: Un experimentador conecta dos tubos de goma a la caja de un diapasón que es excitado eléctricamente y mantiene los otros extremos de los tubos en sus oídos. Aumentando progresivamente la longitud de uno de ellos, aprecia que cuando la diferencia entre ambos es de 18 cm percibe por primera vez un sonido de intensidad mínima. Se trata de determinar cuál es la frecuencia del diapasón y la longitud de la onda sonora correspondiente. (Considérese la velocidad del sonido en el aire 340 m/s.)



En este caso el diapasón equivale a dos focos, al generar ondas idénticas que se propagan por caminos diferentes. Si el primer mínimo se consigue cuando es igual a 18 cm, aplicando la condición de mínimo se tendrá:
$x_2 - x_1 = \lambda/2$
luego:

$\lambda=2(x_2-x_1)=2\cdot18=36$ cm

Dado que la frecuencia *f* y la longitud de onda λ están relacionadas por la ecuación

$$v = \lambda \cdot \nu$$

se tendrá:

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340\ m/s}{0{,}36\ m} = 940\ Hz$$

6.9 APLICACIÓN DEL EFECTO DOPPLER

Una lancha rápida se acerca a la pared vertical de un acantilado en dirección perpendicular. Con la ayuda de un aparato de medida el piloto aprecia que entre el sonido emitido por la sirena de su embarcación y el percibido tras la reflexión en la pared del acantilado se produce un salto de frecuencias de 440 Hz a 495 Hz. ¿A qué velocidad navega la lancha? (Tómese la velocidad del sonido en el aire v = 340 m/s.)

El dato de la frecuencia inicial, 440 Hz, corresponde al valor en reposo, ya que el piloto, al moverse con la embarcación, está en reposo respecto de ella; por contra, el dato del sonido reflejado corresponde a una frecuencia emitida en movimiento. Se trata de averiguar, antes de pasar a las ecuaciones, si la situación es la de un foco en movimiento, la de un observador en movimiento o la de ambos en movimiento.

Si el observador estuviera situado en el acantilado se trataría, en efecto, del primer caso, pero por una parte la pared refleja la excentricidad de los frentes producida por el avance del foco -equivale a un foco en movimiento- y por otra, el observador se acerca a ese foco ficticio; luego la situación es la planteada en tercer lugar.

Las ecuaciones características del efecto Doppler indican lo siguiente:

Observador (*O*) en movimiento y foco (*F*) en reposo:

$$f' = f\left(1 + \frac{v_0}{v}\right) \text{ (O se acerca al F)}$$

Observador (*O*) en reposo y foco (*F*) en movimiento:

$$f' = \frac{f}{\left(1 + \frac{v_0}{v}\right)} \text{ (F se acerca al O)}$$

Como se dan ambos casos, se aplicará sucesivamente ambas transformaciones a la frecuencia emitida *f* para obtener la frecuencia percibido *f'*

$$f' = f\left(\frac{1+v_O/v}{1-v_F/v}\right) = f\left(\frac{1+v_F/v}{1-v_F/v}\right) = f\left(\frac{v+v_F}{v-v_F}\right)$$

pues en este caso $v_F = v_O$

Sustituyendo resulta:

$$495 = 440\left(\frac{340+v_F}{340-v_F}\right)$$

y despejando v_F se tiene:

$$v_F = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$$

7 LA NATURALEZA DEL SONIDO

Las ondas sonoras constituyen un tipo de ondas mecánicas que tienen la propiedad de estimular el oído humano y generar la sensación sonora. En el estudio del sonido se deben distinguir los aspectos físicos de los aspectos fisiológicos relacionados con la audición. Desde un punto de vista físico el sonido comparte todas las propiedades características del comportamiento ondulatorio, por lo que puede ser descrito utilizando los conceptos sobre ondas. A su vez el estudio del sonido sirve para mejorar la comprensión de algunos fenómenos típicos de las ondas. Desde un punto de vista fisiológico sólo existe sonido cuando un oído es capaz de percibirlo.

7.1 El sonido y su propagación

Las ondas que se propagan a lo largo de un muelle como consecuencia de una compresión longitudinal del mismo constituyen un modelo de ondas mecánicas que se asemeja bastante a la forma en la que el sonido se genera y se propaga. Las ondas sonoras se producen también como consecuencia de una compresión del medio a lo largo de la dirección de propagación. Son, por tanto, ondas longitudinales.

Si un globo se conecta a un pistón capaz de realizar un movimiento alternativo mediante el cual inyecta aire al globo y lo toma de nuevo, aquél sufrirá una secuencia de operaciones de inflado y desinflado, con lo cual la presión del aire contenido dentro del globo aumentará y disminuirá sucesivamente. Esta serie de compresiones y enrarecimientos alternativos llevan consigo una aportación de energía, a intervalos, del foco al medio y generan ondas sonoras. La campana de un timbre vibra al ser golpeada por su correspondiente martillo, lo que da lugar a compresiones sucesivas del medio que la rodea, las cuales se propagan en forma de ondas . Un diapasón, la cuerda de una guitarra o la de un violín producen sonido según un mecanismo análogo.

En todo tipo de ondas mecánicas el medio juega un papel esencial en la propagación de la perturbación, hasta el punto de que en ausencia de medio material, la vibración, al no tener por donde propagarse, no da lugar a la formación de la onda correspondiente. La velocidad de propagación del sonido depende de las características del medio. En el caso de medios gaseosos, como el aire, las vibraciones son transmitidas de un punto a otro a través de choques entre las partículas que constituyen el gas, de ahí que cuanto mayor sea la densidad de éste, mayor será la velocidad de la onda sonora correspondiente. En los medios sólidos son las fuerzas que unen entre sí las partículas constitutivas del cuerpo las que se encargan de propagar la perturbación de un punto a otro. Este procedimiento más directo explica que la velocidad del sonido sea mayor en los sólidos que en los gases.

7.2 Sonido físico y sensación sonora

No todas las ondas sonoras pueden ser percibidas por el oído humano, el cual es sensible únicamente a aquellas cuya frecuencia está comprendida entre los 20 y los 20 000 Hz. En el aire dichos valores extremos corresponden a longitudes de onda que van desde 16 metros hasta 1,6 centímetros respectivamente. En general se trata de ondas de pequeña amplitud.

Cuando una onda sonora de tales características alcanza la membrana sensible del tímpano, produce en él vibraciones que son transmitidas por la cadena de huesecillos hasta la base de otra membrana situada en la llamada ventana oval, ventana localizada en la cóclea o caracol. El hecho de que la ventana oval sea de 20 a 30 veces más pequeña que el tímpano da lugar a una amplificación que llega a aumentar entre 40 y 90 veces la presión de la onda que alcanza al tímpano. Esta onda de presión se propaga dentro del caracol a través de un líquido viscoso hasta alcanzar otra membrana conectada a un sistema de fibras fijas por sus extremos a modo de cuerdas de arpa, cuyas deformaciones elásticas estimulan las terminaciones de los nervios auditivos. Las señales de naturaleza eléctrica generadas de este modo son enviadas al cerebro y se convierten en sensación sonora. Mediante este proceso el sonido físico es convertido en sonido fisiológico.

7.3 CUALIDADES DEL SONIDO

El oído es capaz de distinguir unos sonidos de otros porque es sensible a las diferencias que puedan existir entre ellos en lo que concierne a alguna de las tres cualidades que caracterizan todo sonido y que son la intensidad, el tono y el timbre. Aun cuando todas ellas se refieren al sonido fisiológico, están relacionadas con diferentes propiedades de las ondas sonoras.

7.3.1 Intensidad

La intensidad del sonido percibido, o propiedad que hace que éste se capte como fuerte o como débil, está relacionada con la intensidad de la onda sonora correspondiente, también llamada *intensidad acústica.* La intensidad acústica es una magnitud que da idea de la cantidad de energía que está fluyendo por el medio como consecuencia de la propagación de la onda.

Se define como la energía que atraviesa por segundo una superficie unidad dispuesta perpendicularmente a la dirección de propagación. Equivale a una potencia por unidad de superficie y se expresa en W/m^2. La intensidad de una onda sonora es proporcional al cuadrado de su frecuencia y al cuadrado de su amplitud y disminuye con la distancia al foco.

La magnitud de la sensación sonora depende de la intensidad acústica, pero también depende de la sensibilidad del oído. El intervalo de intensidades acústicas que va desde el *umbral de audibilidad*, o valor mínimo perceptible, hasta el *umbral del dolor* es muy amplio, estando ambos valores límite en una relación del orden de 10^{14}

Debido a la extensión de este intervalo de audibilidad, para expresar intensidades sonoras se emplea una escala cuyas divisiones son potencias de diez y cuya unidad de medida es el decibelio (dB). Ello significa que una intensidad acústica de 10 decibelios corresponde a una energía diez veces mayor que una intensidad de cero decibelios; una intensidad de 20 dB representa una energía 100 veces mayor que la que corresponde a 0 decibelios y así sucesivamente.

Otro de los factores de los que depende la intensidad del sonido percibido es la frecuencia. Ello significa que para una frecuencia dada un aumento de intensidad acústica da lugar a un aumento del nivel de sensación sonora, pero intensidades acústicas iguales a diferentes frecuencias pueden dar lugar a sensaciones distintas.

7.3.2 Tono

El *tono* es la cualidad del sonido mediante la cual el oído le asigna un lugar en la escala musical, permitiendo, por tanto, distinguir entre los graves y los agudos. La magnitud física que está asociada al tono es la frecuencia. Los sonidos percibidos como graves corresponden a frecuencias bajas, mientras que los agudos son debidos a frecuencias altas. Así el sonido más grave de una guitarra corresponde a una frecuencia de 82,4 Hz y el más agudo a 698,5 hertzs.

Junto con la frecuencia, en la percepción sonora del tono intervienen otros factores de carácter psicológico. Así sucede por lo general que al elevar la intensidad se eleva el tono percibido para frecuencias altas y se baja para las frecuencias bajas. Entre frecuencias comprendidas entre 1000 y 3000 Hz el tono es relativamente independiente de la intensidad.

7.3.3 Timbre

El *timbre* es la cualidad del sonido que permite distinguir sonidos procedentes de diferentes instrumentos, aun cuando posean igual tono e intensidad. Debido a esta misma cualidad es posible reconocer a una persona por su voz, que resulta característica de cada individuo.

El timbre está relacionado con la complejidad de las ondas sonoras que llegan al oído. Pocas veces las ondas sonoras corresponden a sonidos puros, sólo los diapasones generan este tipo de sonidos, que son debidos a una sola frecuencia y representados por una onda armónica. Los instrumentos musicales, por el contrario, dan lugar a un sonido más rico que resulta de vibraciones complejas. Cada vibración compleja puede considerarse compuesta por una serie de vibraciones armónico simples de una frecuencia y de una amplitud determinadas, cada una de las cuales, si se considerara separadamente, daría lugar a un sonido puro. Esta mezcla de tonos parciales es característica de cada instrumento y define su timbre. Debido a la analogía existente entre el mundo de la luz y el del sonido, al timbre se le denomina también color del tono.

7.4 APLICACIÓN: LA INFLUENCIA DEL MEDIO EN LA VELOCIDAD DEL SONIDO

En los medios gaseosos como el aire el sonido se propaga más lentamente que en los medios sólidos. Así, la velocidad del sonido es 15,4 veces mayor en el hierro que en el aire. Se trata de calcular en cuánto se retrasaría la recepción del sonido del silbato de un tren propagado por el aire respecto del ruido de sus ruedas propagado por los raíles para un observador que se encuentre a dos kilómetros de la locomotora, considerando la velocidad del sonido en el aire a la temperatura ambiente igual a 340 m/s.

Dado que el sonido en un medio homogéneo se propaga a velocidad constante, se cumplirá la relación *v = s/t* y por tanto:

$$t_{aire} = \frac{s}{v_{aire}} = \frac{2 \cdot 10^3\ m}{340\ m/s} = 5{,}9\ s$$

$$t_{hierro} = \frac{t_{aire}}{15{,}4} = \frac{5{,}9}{15{,}4} = 0{,}4\ s$$

El tiempo de retraso entre ambas será su diferencia, es decir:

$t = t_{aire} - t_{hierro} = 5{,}9 - 0{,}4 = 5{,}5$ s

pulsaciones

Cuando las ondas que se superponen tienen frecuencias ligeramente diferentes el fenómeno de interferencias sucede en el tiempo, es decir, sin desplazarse de un punto a otro un observador de ondas sonoras percibiría variaciones de intensidad pulsantes u oscilantes que reciben el nombre de *pulsaciones.* La suma geométrica de dos ondas sinusoidales de frecuencias o de periodos próximos demuestra que la onda resultante no tiene una amplitud constante, sino que varía a lo largo del tiempo. Se dice que es una onda de *amplitud modulada.* Si la amplitud varía, también variará la intensidad del sonido correspondiente, el cual es percibido fuerte y débil de un modo alternativo.